京都大学大学院工学研究科
都市社会工学専攻修士論文
平成25年3月1日
Master's Thesis
Department of Urban Management
Graduate School of Engineering
Kyoto University
February 2013

データ欠損を考慮した複合的舗装隠れマルコフ劣化モデルの推計に関する研究

京都大学大学院　工学研究科　都市社会工学専攻

都市社会計画学講座　計画マネジメント論分野

松村　泰典

要　旨

本研究では，多層構造を有する舗装構造物についての劣化過程を複合的隠れマルコフ劣化モデルを用いて表現する. 多層構造を有する舗装構造物の劣化過程は, 路面の劣化過程と舗装耐荷力の低下過程で構成される複合的過程である．耐荷力の低下と路面の劣化は，互に双方の劣化過程に影響を及ぼす. 路面性状調査により路面の健全度が観測される．一方で耐荷力の低下はFWD調査等により観察可能である．現実の道路維持･補修業務において，これら2種類の点検業務が同期されているわけではなく, 2種類の点検情報が同時に獲得できないという問題が発生する．本研究ではこのようなシステム的なデータ欠損を考慮したような複合的隠れマルコフ劣化モデルを推計する方法を提案する．さらに，現実に高速道路を対象として実施された調査データによる適用事例を通して，提案した方法論の有用性について考察する．

目 次

第1章　序論

1.1　本研究の背景

道路舗装構造物の劣化過程は,路面の劣化と耐荷力の低下という劣化メカニズムが異なる複合的な劣化現象を有している.路面の建全度は，道路利用者に対するサービス水準に直接影響を及ぼす. このため，路面の建全度が低下すれば，舗装のサービス水準を回復するために，オーバーレイ等，路面の維持補修が実施される．一方で舗装構造全体（表層，基層，路盤，路床）も，繰り返し荷重等により耐荷力が低下する．耐荷力の低下により, 路面の劣化速度が大きくなる場合，路面補修だけでなく舗装全体を補修することが必要となる．舗装マネジメントを実施するためには，路面の劣化過程と耐荷力の低下過程の双方を同時に考慮にいれた劣化予測を行うことが必要となる.

舗装の劣化は，路面の劣化と耐荷力の低下という劣化メカニズムが異なる複合的な現象である．舗装の耐荷力が低下すれば，路面の劣化速度に影響を及ぼす. このため，耐荷力が著しく劣化している区間では道路路面の劣化速度が加速される可能性がある．このような観点から，小林等[1)]は路面の劣化速度が舗装の耐荷力の低下状態に依存するような階層的隠れマルコフ劣化モデルを提案している．しかし，路面の健全度と耐荷力の関係は，このような一方的な関係にとどまらない．路面の劣化が進行すれば，耐荷力の低下をもたらす可能性がある．本研究では路面の劣化と舗装耐荷力が低下の相互作用を考慮したような複合的な劣化過程を複合的マルコフ劣化モデルとして定式化する.

路面の劣化と耐荷力の低下のうち，前者に関しては路面性状調査等により, 路面の健全度を測定することができる．一方，後者に関しては，FWD(Falling Weight Deflectometer) 調査等により構造的劣化状態に関する情報を獲得できる．これら2つの調査は独立した調査であり, 2つの調査が同期化されて実施されるわけではない．とりわけ, FWD調査を実施するためには膨大な調査費用と交通規制等の社会的費用を要するため，道路管理者が全ての道路区間に対してFWD調査を実施することは現実的ではない．このため，路面の健全度と耐荷力に関するデータを同時に

入手することは困難である．したがって，時点によって路面健全度，耐荷力のうち，どちらか一方のデータが観測されない（欠損する）場合が少なくない．したがって，複合的マルコフ劣化モデルを作成するためには，路面性状調査とFWD調査結果がシステム的に欠損するメカニズムを明示的に考慮したような複合的隠れマルコフ劣化モデルの定式化とその推計方法を開発することが必要となる．

1.2　本研究の目的

本研究では，道路舗装マネジメントにおいて路面健全度と耐荷力の情報が同時点に得られない問題とともにシステム的な観測値の欠損を考慮した複合的な劣化モデルの構築を行なう. 複数種類の調査が存在する場合に，それぞれの情報組を同時に獲得することが出来ないという問題が生じるため健全度と耐荷力の双方向の劣化への影響度合いを定量的に推定することが困難になるが,本研究では，観測されなかった潜在的な変数（観測値）として扱い隠れマルコフ劣化モデルを用いることで解決する.また，現実に路面健全度を調べる路面性状調査と耐荷力を調べるFWD調査の実施の順序が変則的になることは十分に考えられ，同時に双方向の劣化への影響と劣化過程を独立に推計することは困難となるが，健全度と耐荷力の2つの変数についての複合的なマルコフ劣化過程としてモデル化することで解決する.道路管理者が舗装構造物の運営にあたり，路面の補修や構造物の打ち換えについての意思決定を行なう際に，当該構造物の劣化具合についての将来予測が何よりも重要となる.複数の調査実施の時差を考慮すると同時に双方向の劣化影響を求めることで，舗装構造物の劣化過程のより精緻な劣化予測が可能となるモデルの提案を行なうことを本研究の目的と位置づける

1.3　本論文の構成

本論分は5章から構成される．**第2章**では，これまでに扱われてきた劣化モデルから本研究で新たに導入する複数の劣化過程を複合的な劣化過程として同時に取り扱う考え方の概要を述べ，さらに観測環境により生じる欠損問題について述べる．**第3章**では，ある劣化過程が他の劣化過程に影響を与える劣化モデルとして階層的隠れマルコフモデルを示す. 階層的隠れマルコフモデルでは舗装の耐荷力の低下

具合が路面健全度の劣化過程に影響を与え劣化を加速させるモデルである．階層的隠れマルコフモデルは本研究の複合的隠れマルコフ劣化モデルの基本モデルとして位置づけられる．**第4章**では，複合的隠れマルコフ劣化モデルを取り扱う．**第3章**で展開するモデルを適用し路面健全度と舗装の耐荷力の劣化過程が双方向に影響を与え合うモデルを提案する．同時にシステム的な観測値の欠損の問題も取り扱う．**第5章**では，本研究の結論を述べる．

第2章　本研究の基本的考え方

2.1　従来の研究概要

土木施設の統計的劣化予測モデルとしてマルコフ劣化モデルが提案されている．初期の段階におけるマルコフ推移確率の推定方法として，健全度間の推移状態に関する実データの数え上げにより，推移確率を推計する方法がある．また，杉崎等[2)]は，異なる測定間隔を有する目視点検データを用いて，マルコフ推移確率を集計的に推計する方法を提案している．その後，マルコフ推移確率の推計は，ハザード解析手法[3),5)]の導入により飛躍的に発展した．Mishalani and Madanat[4)]は，2つの隣接する健全度のみを対象として，マルコフ推移確率を指数ハザードモデルを用いて表現する方法を提案した．これとは独立に，津田等[7)]は2つ以上の任意の建全度間における推移状態を表現する多段階指数ハザードモデルを提案し，マルコフ推移確率を推計する一般的な方法論を提案した．その後，マルコフ推移確率が過去の記憶を有する非斉次マルコフ推移確率を推計するための多段階ワイブル劣化ハザードモデル[8)]，異なる劣化パターン間の推移過程を表現する競合型マルコフ劣化モデル[9),10)]が提案されている．また，マルコフ推移確率の推計方法に関しては，測定データが非常に少ない段階で，技術者の経験情報と測定結果を結合してマルコフ推移確率を推計するベイズ劣化モデル[11),12)]，予防補修により測定データが欠損することにより発生する欠損バイアスを補正する方法[14)]，ハザード率の異質性を考慮したランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル[13)]，及び混合マルコフ劣化ハザードモデル[15)]が提案されている． また，小林等[16)]は健全度に測定誤差が存在する場合を対象としてマルコフ推移確率を推定する隠れマルコフ劣化モデルを提案している．本研究で対象とする舗装の劣化過程に関しても，小林[1)]らは路面の劣化過程と舗装の耐荷力低下過程という2種類のマルコフ過程をモデル化し，耐荷力の低下が路面の劣化過程に影響を及ぼすメカニズムを階層的隠れマルコフ劣化モデルで表現している．しかし，そこでは逆のメカニズム，すなわち路面の劣化の進展が耐荷力の低下に及ぼす影響に関しては考慮されていない．本研究では，階層的隠れマルコフ劣化ハザードモデル[1)](**第3章**)を拡張し，路面の劣化過程と耐荷力の低下過程

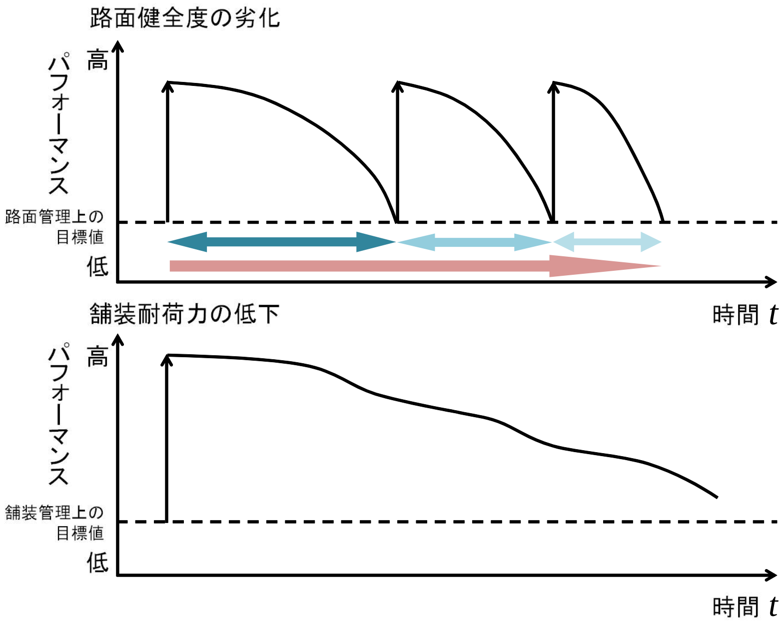
の相互作用を明示的に考慮した複合的マルコフ劣化ハザードモデル(**第4章**)を開発する．さらに，舗装マネジメントの現場では，路面健全度と耐荷力に関するデータを同時に観測できないことに着目し，各点検時点において，これらの2種類のデータのうち，どちらか一方の情報のみが獲得できるような観測環境を想定する．その上で，点検データの一部がシステム的に欠損するような状況を想定した複合的隠れマルコフ劣化ハザードモデルを定式化する．筆者等の知る限り，複合的マルコフ劣化ハザードモデル，およびその推計方法を提案した研究は他に見当たらない．本研究では，土木施設のアセットマネジメントにおいて，複数の種類の点検結果を用いて劣化モデルを推計する方法論を提案したものであり，この意味で新規性があると考える．

2.2 複合的劣化過程

道路の舗装構造は，表層，基層，路盤，路床という複数の層で構成される多層構造を有している．本研究では，舗装の劣化状態を路面健全度と舗装全体の力学的特性を表す耐荷力という2つの評価指標を用いて表現する．路面は自動車利用による磨耗や繰り返し荷重，天候・気象等の直接的な影響により劣化が進展する．加えて各層における構造的欠陥の有無が路面の劣化速度にも影響を及ぼし，表層のひび割れ，わだち掘れ，平坦性の低下等の現象が現れる．路面性状調査を通じて，これらの路面の建全度を表す指標は観測される．一方，基層や路盤も雨水や地下水の浸透，繰り返し荷重の作用等により劣化が進展する．路面のひび割れや破損部位が進展すれば，舗装深部に浸水する可能性が増加する．このため，表層の劣化が進むことが基層の劣化過程の加速にもつながる．道路管理者により定期的に実施される路面性状調査と異なり，舗装耐荷力は直接観察することが不可能である．舗装構造の耐荷力の低下具合を把握するためには，コア抜きや開削調査のように破壊試験を行い舗装構造の劣化を直接観察するか，FWD調査やベンケルマンビーム試験を用いて，たわみ量を計測することによって耐荷力を調査することが必要である．FWD調査においては，舗装表面に重錘を落下させ，その時に生じるたわみ量を測定することによって，舗装耐荷力を診断することが可能である．

本研究では，舗装の舗装の耐荷力が低下すれば，路面の劣化速度に影響を及ぼし路面の劣化が加速されるものと考える．同時に路面の健全度が低下すれば，舗装

耐荷力の低下速度に影響を及ぼし耐荷力の劣化を加速させると考える．すなわち，路面健全度と耐荷力の低下過程の間に，耐荷力の低下と路面の劣化速度が双方に対して影響を及ぼすという複合的な相互作用が存在すると考える．**図–2.1**では摸式的に，舗装の複合的劣化過程を示している．図の上段は路面の劣化過程を，下段は舗装全体の耐荷力の低下過程を示している．同図においては，路面の劣化過程の方が，舗装構造の耐荷力の低下過程よりも，早く劣化が進展するように描かれている．現実の道路管理維持業務において舗装全体の耐荷力が低下した舗装の路面の劣化速度が速くなるのは経験的に見られることである．さらに，路面の健全度が低下すれば，耐荷力の低下も加速する可能性もある．本研究では耐荷力の低下過程は路面の劣化過程よりも相対的にゆっくりとした過程であり，耐荷力に状態に応じて路面の劣化速度が加速されるという劣化過程と同時に，表層の健全度の低下にしたがって耐荷力の低下が加速されると考える．



図–2.1　路面健全度（上段）と舗装の耐荷力（下段）のパフォーマンスカーブ模式図

2.3 データのシステム的欠測

道路管理者にとって，道路舗装の経年劣化を予測することは，ライフサイクル費用を評価するために非常に重要な課題である．しかし，より精緻な劣化予測を行うためには，十分な数の道路の劣化に関する情報が得られることが必要であり，反って費用負担が増大する結果となる．つまり，道路管理者にとって予算内で維持管理業務を行うためには，調査方法の選択を経験的に行わなければならない時が大いに起こりうる．例えば，道路の路面が前回補修時点から短期間で劇的に劣化していると判断された場合，舗装の耐荷力が低下しているのが明白であり，道路性状調査を行わずにFWD調査を行い，該当の道路区間の打ち換えについての意思決定を行わないといけない場合や，前回の路面性状調査時点から路面の健全度が劣化しておらず，舗装構造全体の状態が非常に良いと判断された場合，路面性状調査が行われFWD調査が行われないことなどが考えられる．道路の耐荷力についての情報獲得に際し，FWD調査を実施するためには道路交通規制を実施することが不可欠であり，交通流の渋滞や遅延という社会的費用が発生してしまう．また，調査範囲が広範囲となれば，広範囲に置ける渋滞発生や調査費用が膨大になることも懸念される．したがって，常に路面の健全度と耐荷力が組で得られるのは現実的ではない．したがって，道路管理者は道路性状調査とFWD調査の組み合わせが不完全な情報を基に管理する道路の維持管理業務の意思決定を行う必要がある．

本研究では，FWD調査と道路性状調査が同時に実施されず，複合的マルコフ劣化モデルを推計するためのデータの一部がシステム的に欠損する問題を取り扱う．路面性状調査を実施する際にFWD調査が実施されず，路面健全度に関する情報は入手できるが，耐荷力に関するデータが入手できない．あるいは，道路巡回業務において路面の劣化速度が速いと判断された場合に，路面性状調査を待たずにFWD調査を行い，舗装更新の意思決定を行うこともある．この場合，耐荷力に関するデータは獲得できるが，路面健全度に関する情報を獲得することができない．このように路面健全度と耐荷力に関するデータが同時に観測できないものの，どちらか一方のデータが獲得できるため，それらの部分情報を用いて複合的な劣化過程をモデル化することは可能である．まず，路面の劣化過程をモデル化する場合，耐荷力に関するデータが必要になる．路面健全度を観測した時点における耐荷力に関する情報は入手できないが，直近の過去の時点における耐荷力のデータが入手でき

れば，その時点において「耐荷力は直近の状態と等しいか，さらに低下している」という情報(補完情報1)は獲得できる．一方，耐荷力を観測した場合には，直近の路面健全度のデータを用いて「路面健全度は直近の状態と等しいか，さらに劣化している」という情報(補完情報2)を利用できる．このような部分情報を用いることにより，複合的マルコフ劣化モデルの推計精度を向上させることが可能である．以上の問題意識の下で，**第4章**では2種類の補完情報を用いて，複合的マルコフ劣化モデルを推計する方法を提案することとする．以下では，まず，**3.** において完全情報が入手可能な場合を想定し，複合的マルコフ劣化モデルを定式化する．そのうえで，**第4章**において点検データのシステム的欠損を明示的に考慮したような複合的隠れマルコフ劣化モデルを提案する．

第3章　階層的隠れマルコフ劣化モデル

3.1　基本的な考え方

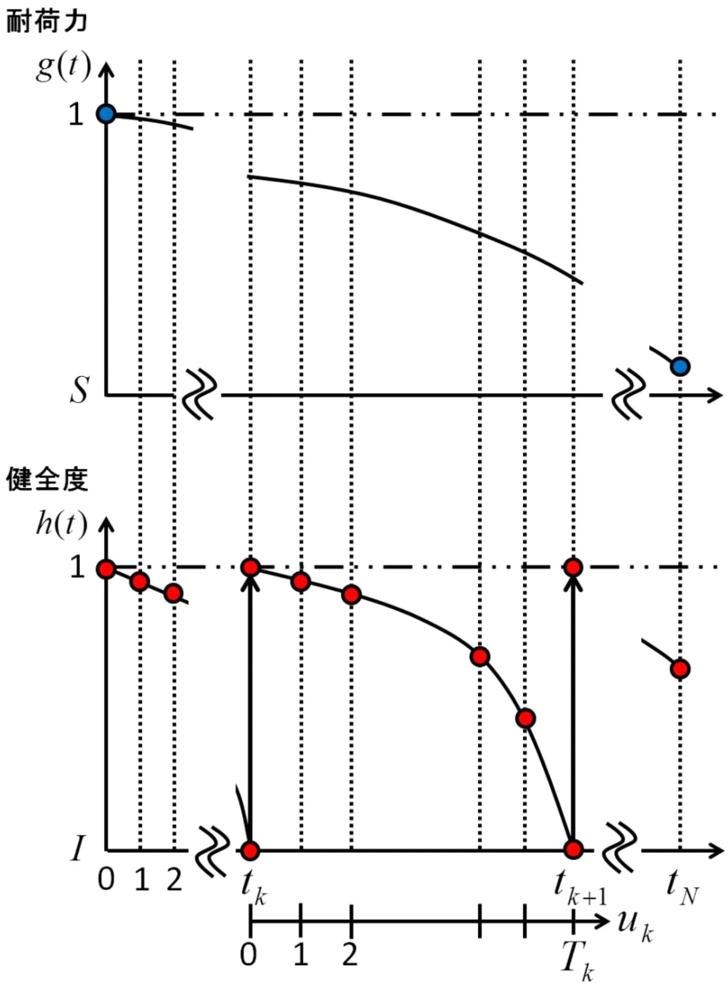
複合的隠れマルコフ劣化モデルの基本モデルとして階層的隠れマルコフ劣化モデルを取り上げる. 前述にもあるように，舗装構造物の管理を実施する中で，路面の健全度と舗装の耐荷力を同時に考慮した舗装マネジメントを行なうことが，サービス水準の維持に限らず, ライフサイクル費用の逓減にも不可欠となる.また，路面健全度と舗装の耐荷力に関する情報を獲得する際には道路性状調査とFWD調査などが不可欠である. 路面健全度については,調査者を通常走行させることにより, 路面健全度情報を獲得することができる.一方で，FWD調査を実施するためには車線走行規制のための規制費用が必要となり,本線上の交通の渋滞や遅延という社会的費用の発生が不可避である. 路面健全度の観測に比べると，耐荷力の情報獲得は困難といえる. 本章では路面性状調査とFWD調査という二つの調査を通じて,路面健全度と耐荷力という2種類の情報を獲得することができるが，調査時点によっては道路性状調査による路面健全度に関する情報のみが獲得される場合を想定する.

本章で扱う階層的隠れマルコフ劣化モデルでは，耐荷力の低下過程をマルコフ過程として表現するとともに，路面の劣化過程を耐荷力に依存するような非斉次マルコフ過程として表現する. つまり, 路面健全度の劣化過程が耐荷力の劣化状態に依存して変化する階層的なマルコフ劣化過程モデルを提案する. 路面性状調査による路面健全度のみが観測される時点において，路面の劣化過程に影響を及ぼす耐荷力に関する情報は獲得されない. **第4章**で論じる複合的隠れマルコフ劣化モデルは路面健全度と耐荷力の双方が劣化過程に影響を及ぼしあうモデルを提案しており, 本章の階層的隠れマルコフ劣化モデルは耐荷力から路面健全度の劣化過程に対する一方向のみの影響を考慮した基本モデルと位置づけられる.

3.2 前提条件

階層的隠れマルコフ劣化モデルを定式化するために，**図–3.1** に示すような時間軸を想定する．道路管理者がカレンダー時刻a_0に道路施設を建設(もしくは更新)し，それ以降の時刻にわたって道路舗装を管理する問題を考える．カレンダー時刻a_0を初期時点$t=0$とする離散時間軸$t=0,1,2,\cdots,\infty$を導入する．離散時間軸上の点を時点とよびカレンダー時刻と区別する．対象とする劣化過程は，路面健全度，耐荷力の劣化過程という2階層の複合的劣化システムで構成されていると考える．簡単のために，初期時点から舗装全体の補修は一度も実施されていないと考える．舗装全体の補修が実施されれば，そのカレンダー時刻を初期時点と考えればよい．**図–3.1** において，離散時間軸上の時点$t_1,\cdots,t_k,t_{k+1},\cdots$において路面の補修が実施される．さらに，路面の補修が実施された時点t_kを始点$u_k=0$とする局所離散時間軸$u_k=0,1,2,\cdots,T_k$を導入する．ただし，T_kは時点t_kで路面を補修し，次の補修時点に到達するまでの期間長であり$T_k=t_{k+1}-t_k$で表される．局所離散時間軸上の時点u_kを局所時点と呼ぶ．各離散時点における舗装構造の耐荷力を離散的状態変数$g(t)$ $(t=0,\cdots,\infty)$を用いて表現する．ただし，離散的状態変数はレーティング$g(t)=s$ $(s=1,\cdots,S)$を用いて記述される．レーティングs $(s=1,\cdots,S)$は，sの値が大きくなるほど舗装構造の耐荷力が低下していることを意味している．$g(t)=S$の場合は，耐荷力が使用限界に到達していることを意味する．初期時点$t=0$において$g(0)=1$である．つぎに，路面の健全度をI個のレーティング$h(u_k)=i$ $(i=1\cdots,I;u_k=0,\cdots,T_k)$で記述する．ただし，局所時点$u_k=0$において$h(0)=1$が成立する．$h(u_k)=I$は，路面の使用限界を表す.

本章では **図–3.1** に示したように，舗装システムを路面，舗装構造という2階層モデルを用いて表現する．路面の劣化過程，舗装構造の耐荷力の低下過程をともにマルコフ劣化過程で表現する．舗装構造の耐荷力の低下過程は，過去の劣化過程に依存せず, 斉次マルコフ過程で表現できると考える．しかし，路面の劣化過程は，舗装構造の耐荷力に依存する．このため，路面の劣化過程は，劣化速度が舗装構造の耐荷力に依存するような非斉次マルコフ劣化モデルを用いて表現される．以下では，**3.3** において，舗装構造の耐荷力の低下過程を斉次マルコフ連鎖モデルで表現し，**3.4** で，路面健度の劣化過程を非斉次マルコフ連鎖モデルで表現する．そして，**3.5** において，路面健全度の劣化過程が舗装の耐荷力の低下過程に影響を受ける階層構造を有する構造物の劣化過程を定式化する．



図–3.1 局所時間軸

3.3 耐荷力の低下過程

道路舗装を建設・更新した初期時点a_0を起点とする離散時間軸$t=0,1,\cdots$を考える．舗装構造の耐荷力をS個のレーティング指標s $(s=1,\cdots,S)$で表現する．sの値が大きくなるほど，耐荷力が低下した状況を表す．離散時間軸上の期間$[t,t+1]$における耐荷力の低下過程を表すマルコフ推移確率は，時点tで評価された耐荷力$g(t)=s$を与件とし，次の$t+1$期において耐荷力$g(t+1)=l$が生起する条件付確率

$$\mathrm{Prob}[g(t+1)=l|g(t)=s]=p^{sl} \tag{3.1}$$

として定義できる．期間長を1に基準化する．マルコフ推移確率は，津田等[7]が開発したマルコフ劣化モデルを用いて表現できる．そのために，時点tにおける耐荷力s $(s=1,\cdots,S-1)$のハザード率(以下，耐荷力ハザード率と呼ぶ) [3)−6)] λ^sを

$$\lambda^s=\boldsymbol{x}\boldsymbol{\beta}^s \tag{3.2}$$

と表す．ただし，$\boldsymbol{x}=(x_1,\cdots,x_Q)$は，説明変数ベクトルである．$\boldsymbol{\beta}^s=(\beta_1^s,\cdots,\beta_Q^s)'$は未知パラメータベクトルである．記号$'$は転置を，$Q$は説明変数の数を表す．耐荷力ハザード率$\lambda^s$は，期間$[t,t+1]$に対して定義されている．このとき，時点$t$において耐荷力$s$の状態から，時点$t+1$においても耐荷力$s$が継続する確率は，

$$\begin{aligned} p^{ss} &= \mathrm{Prob}[g(t+1)=s|g(t)=s] \\ &= \exp(-\lambda^s) \end{aligned} \tag{3.3}$$

となる．さらに，時点tと時点$t+1$の間で耐荷力がsからl $(>s)$に推移するマルコフ推移確率p^{sl} $(s=1,\cdots,S-1;l=s,\cdots,S)$は，

$$\begin{aligned} &p^{sl}=\mathrm{Prob}[g(t+1)=l|g(t)=s] \\ &=\sum_{m=s}^{l}\prod_{z=s}^{m-1}\frac{\lambda^z}{\lambda^z-\lambda^m}\prod_{z=m}^{l-1}\frac{\lambda^z}{\lambda^{z+1}-\lambda^m}\exp(-\lambda^m) \\ &(s=1,\cdots,S-1;l=s+1,\cdots,S) \end{aligned} \tag{3.4}$$

と表すことができる[7]．ただし，表記上の規則として，

$$\begin{cases} \prod_{z=s}^{m-1}\frac{\lambda^z}{\lambda^z-\lambda^m}=1 & (m=s\text{の時}) \\ \prod_{z=m}^{l-1}\frac{\lambda^z}{\lambda^{z+1}-\lambda^m}=1 & (m=l\text{の時}) \end{cases}$$

が成立すると考える．さらに，表記の便宜上，

$$\begin{aligned}&\prod_{z=s,\neq m}^{l-1}\frac{\lambda^z}{\lambda^z-\lambda^m}\exp(-\lambda^m)\\&=\prod_{z=s}^{m-1}\frac{\lambda^z}{\lambda^z-\lambda^m}\prod_{z=m}^{l-1}\frac{\lambda^z}{\lambda^{z+1}-\lambda^m}\exp(-\lambda^m)\end{aligned}$$

と簡略化する．また，p^{sS} に関しては，マルコフ推移確率の条件より次式で表せる．

$$p^{sS}=1-\sum_{l=s}^{S-1}p^{sl}\ (s=1,\cdots,S-1) \tag{3.5}$$

以上の推移確率を用いれば，期間 $[t,t+1]$ で定義される条件付確率(3.3)を要素とするマルコフ推移行列を

$$P=\begin{pmatrix}p^{11} & \cdots & p^{1S}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & p^{SS}\end{pmatrix} \tag{3.6}$$

と定義することができる．さらに，期間 $[t,t+v]$ における推移確率行列(以下，v 期推移確率行列と呼ぶ)は

$$P(v)=\{P\}^v \tag{3.7}$$

と表される．なお，v 期推移確率行列を

$$P(v)=\begin{pmatrix}p^{11}(v) & \cdots & p^{1S}(v)\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & p^{SS}(v)\end{pmatrix} \tag{3.8}$$

と表記する．

3.4 路面の劣化過程

いま，時点t_k $(u_k=0)$に路面の補修が実施され，路面の健全度が$h(0)=1$に改善する．局所時点u_kからu_k+1の間において生起する路面の劣化状態の推移状態を，マルコフ推移確率で表す. 単位期間$[u_k,u_k+1]$の期間長も1に基準化する．局所時点u_kにおける耐荷力sは観察可能ではないが，ひとまず既知であると考える．局所期間$[u_k,u_k+1]$（離散時間軸上の期間$[t_k+u_k,t_k+u_k+1]$）における路面の劣化過程を表すマルコフ推移確率は，局所時点u_k（時点t_k+u_k）で評価された耐荷力$g(t_k+u_k)=s$と路面の健全度$h(u_k)=i$を与件とし，次の局所時点u_k+1において健全度$h(u_k+1)=j$が生起する条件付確率

$$\begin{aligned}&\mathrm{Prob}[h(u_k+1)=j|h(u_k)=i,g(t_k+u_k)=s]\\&=\pi^{ij}(s)\end{aligned}\tag{3.9}$$

として定義できる．耐荷力sを与件とした健全度i $(i=1,\cdots,I-1)$の路面健全度ハザード率$\mu^i(s)$を

$$\mu^i(s)=\gamma_0^s\boldsymbol{y}\boldsymbol{\gamma}^i=\gamma_0^s\mu^i\tag{3.10}$$

と表す. ただし，γ_0^s $(s=1,\cdots,S-1)$は耐荷力sに依存する路面劣化速度の異質性を表すスケールパラメータ, $\boldsymbol{y}=(y^1,\cdots,y^V)$は説明変数ベクトル，$\boldsymbol{\gamma}^i=(\gamma_1^i,\cdots,\gamma_V^i)'$は未知パラメータベクトル，$\mu^i=\boldsymbol{y}\boldsymbol{\gamma}^i$である．$\gamma_0^1=1$に基準化する．このとき，耐荷力$s$の下で局所時点$u_k$において健全度が$i$であり, 局所時点$u_k+1$においても健全度$i$が継続する確率は,

$$\begin{aligned}\pi^{ii}(s)&=\mathrm{Prob}[h(u_k+1)=i|h(u_k)=i,g(t_k+u_k)=s]\\&=\exp\{-\mu^i(s)\}\\&=\exp(-\gamma_0^s\mu^i)\end{aligned}\tag{3.11}$$

となる．さらに，局所時点u_kと局所時点u_k+1の間で健全度がiからj $(>i)$に推移するマルコフ推移確率$\pi^{ij}(s)$ $(i=1,\cdots,I-1;j=i,\cdots,I)$は,

$$\begin{aligned}\pi^{ij}(s)&=\mathrm{Prob}[h(u_k+1)=j|h(u_k)=i,g(t_k+u_k)=s]\\&=\sum_{z=i}^{j}\prod_{r=i,\neq z}^{j-1}\frac{\mu^r(s)}{\mu^r(s)-\mu^z(s)}\exp\{-\mu^z(s)\}\\&\quad(i=1,\cdots,I-1;j=i+1,\cdots,I)\end{aligned}\tag{3.12}$$

と表すことができる．また，$\pi^{iI}(s)$ に関しては，マルコフ推移確率の条件より次式で表せる．

$$\pi^{iI}(s) = 1 - \sum_{j=i}^{I-1} \pi^{ij}(s) \quad (s = 1, \cdots, S-1) \tag{3.13}$$

以上の推移確率を用いれば，局所期間 $[u_k, u_k+1]$ で定義される条件付確率 (3.9) を要素とするマルコフ推移行列を次式のように定義することができる．

$$\Pi(s) = \begin{pmatrix} \pi^{11}(s) & \cdots & \pi^{1I}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi^{II}(s) \end{pmatrix} \tag{3.14}$$

3.5　舗装構造の劣化過程

いま，初期時点 $t=0$ において，舗装全体が更新され，耐荷力が $g(0)=1$ に，健全度が $h(0)=1$ に確定したと考える．その後，時間の経過とともに，路面と舗装構造ともに劣化が進行していく．初期時点以降，舗装は更新されないが，路面に関しては，離散時間軸上の時点 t_k $(k=1,2,\cdots)$ で補修が実施されると考える．舗装耐荷力の低下過程は観測不可能であるが，マルコフ推移確率 (3.6) を用いれば，時点 t における舗装耐荷力分布 $\boldsymbol{\nu}(t) = \{\nu_1(t), \cdots, \nu_S(t)\}$ は

$$\boldsymbol{\nu}(t) = \boldsymbol{\nu}(0)\boldsymbol{P}(t) \tag{3.15}$$

と表される．ただし，$\boldsymbol{\nu}(0) = (1, 0, \cdots, 0)$ は，初期時点における耐荷力分布である．

つぎに，時点 t_k に直近の路面補修が実施され，u_k 期が経過した時点 t_k+u_k に着目する．時点 t_k+u_k における舗装構造の耐荷力は観測できないが，耐荷力分布 $\boldsymbol{\nu}(t_k+u_k)$ に従って分布していると考える．時点 t_k+u_k から時点 t_k+u_k+1 における路面の推移確率を混合マルコフ推移確率

$$\tilde{\pi}^{ij}(t) = \sum_{s=1}^{S} \nu_s(t)\pi^{ij}(s) \tag{3.16}$$

で表現する．式 (3.16) は複数の舗装構造の耐荷力に対する路面の推移確率を加重平均した推移確率を表しており，混合分布モデル (mixture distribution model) [19] と呼ばれる．当然のことながら，$\sum_{j=1}^{I} \tilde{\pi}^{ij}(t_k+u_k) = \sum_{s=1}^{I} \nu_s(t_k+u_k) \sum_{j=1}^{I} \pi^{ij}(s) = 1$ を満足するた

め $\tilde{\pi}^{ij}(t_k+u_k)$ は推移確率の条件を満足する．ここで，$\tilde{\pi}^{ij}(t_k+u_k)$ を (i,j) 要素とする推移確率行列 $\tilde{\boldsymbol{\pi}}(t_k+u_k)$ を定義する．舗装構造の耐荷力分布 $\boldsymbol{\nu}(t_k+u_k)$ が時間とともに変化するため路面の推移確率行列 $\tilde{\boldsymbol{\pi}}(t_k+u_k)$ は時間に依存する．すなわち，舗装耐荷力の低下過程が斉次マルコフ連鎖で表現できる場合でも，路面の劣化過程は非斉次マルコフ連鎖に従うことになる．離散時間軸の局所時点 u_k における路面の健全度分布を $\boldsymbol{\rho}(u_k)=\{\rho_1(u_k),\cdots,\rho_I(u_k)\}$ と表す. また，局所離散時間軸の初期時点 $u_k=0$ における健全度分布は $\boldsymbol{\rho}(0)=\{1,0,\cdots,0\}$ と表せる．したがって．時点 $t=t_k+u_k$ における路面の健全度分布は

$$\boldsymbol{\rho}(u_k)=\boldsymbol{\rho}(0)\prod_{v=0}^{u_k-1}\tilde{\boldsymbol{\pi}}(t_k+v) \tag{3.17}$$

と表される．したがって，舗装の劣化過程は，任意の $t=t_k+u_k$ に対して

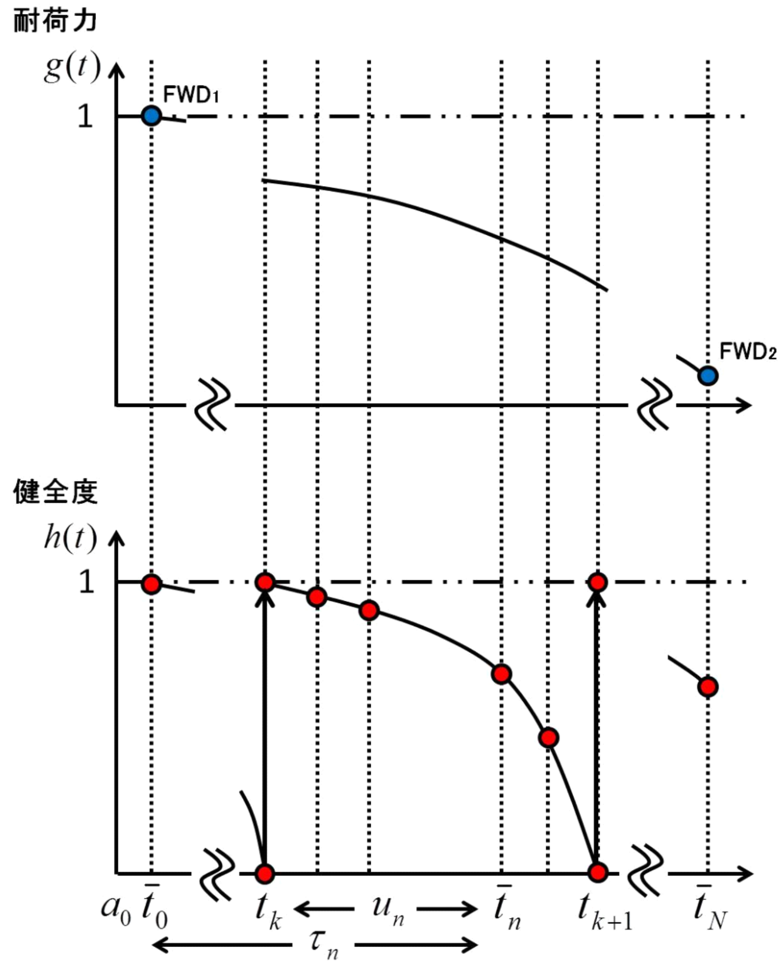
$$\boldsymbol{\nu}(t)=\boldsymbol{\nu}(0)\boldsymbol{P}(t) \tag{3.18}$$

$$\boldsymbol{\rho}(u_k)=\boldsymbol{\rho}(0)\prod_{v=0}^{u_k-1}\tilde{\boldsymbol{\pi}}(t_k+v) \tag{3.19}$$

と表される．このように，舗装の劣化過程は斉次マルコフ連鎖モデル (3.18) と非斉次マルコフ連鎖モデル (3.19) を用いて表現できる．さらに，舗装構造のマルコフ連鎖モデル (3.18) は直接的に観察不可能であり，舗装構造の耐荷力分布が路面の劣化過程 (3.19) に影響を及ぼすという階層構造を有している．このような特性を有するマルコフ連鎖モデルを階層的隠れマルコフ劣化モデルと呼ぶこととする．

3.6 推計方法

3.6.1 調査スキーム



図–3.2 調査スキーム

いま，ある道路区間におけるデータ調査スキームを考える．**図–3.2** に示すように離散時間軸上のある時点 $t = \bar{t}_0$ においてFWD調査が実施され耐荷力 $g(\bar{t}_0) = s$ と路面健全度 $h(\bar{t}_0) = i$ が観測されたと考える．時点 $\bar{t}_0$ が初期時点 $t = 0$ に一致する場合，$s = 1$, $i = 1$ と表記されることになる．時点 $\bar{t}_0$ から時間の経過に伴って耐荷力が低下していく．**図–3.2** に示すように離散時間上の時点 $\bar{t}_1, \cdots, \bar{t}_N$ に路面性状調査が実施され路面健全度 $h(\bar{t}_n)$ $(n = 0, \cdots, N)$ を観測する．さらに，最終時点 $\bar{t}_N$ に次回のFWD調査が実施される．路面を補修した時点 t_k $(k = 1, \cdots, t_K)$ も路面性状調査が実施された時点に含

まれ，路面の健全度$h(t_k)=1$が観測されると考える．各調査時点$\bar{t}_n$ $(n=1,\cdots,N)$において，前回のFWD調査を実施した時点$\bar{t}_0$からの経過時間τ_n，直近の補修時点$\bar{t}_k$からの経過時間$u_n=\bar{t}_n-\bar{t}_k$，観測された健全度$h(\bar{t}_n)=\bar{m}_n$に関する情報の組$\bar{\xi}_n=(\tau_n,u_n,\bar{m}_n)$に関する情報を獲得することができる．

3.6.2 混合分布モデル

初期時点を$\bar{t}_0$，最終時点を$\bar{t}_N$とする期間$[\bar{t}_0,\bar{t}_N]$に着目する．期間長を$\bar{\tau}=\bar{t}_N-\bar{t}_0$と表す．初期時点$t=\bar{t}_0$において，路面性状調査とFWD試験が実施され，路面の健全度$h(\bar{t}_0)=\bar{m}_0$と舗装の耐荷力$g(\bar{t}_0)=\bar{s}_0$が観測されたとする．また，最終時点$t=\bar{t}_N$において路面の健全度$h(\bar{t}_N)=\bar{m}_N$と舗装の耐荷力$g(\bar{t}_N)=\bar{s}_N$が観測されたとする．この時，1) 階層的隠れマルコフ劣化モデル(4.1)において，路面の健全度$h(\bar{t}_n)=\bar{m}_n(n=0,\cdots,N)$と2) 時点$\bar{t}_0$と$\bar{t}_N$における耐荷力$g(\bar{t}_0)=\bar{s}_0$と$g(\bar{t}_N)=\bar{s}_N$が既知である．さらに，3) モデル(4.2)において，任意の時点$\bar{t}_n$ $(n=1,\cdots,N-1)$における耐荷力が少なくとも最終時点における最終耐荷力$\bar{s}_N$を下回らない，という情報が獲得できる．すなわち，時点$\bar{t}_n$ $(n=1,\cdots,N-1)$の耐荷力をs_nとすれば，

$$\bar{s}_0 \leq s_1 \leq \cdots \leq s_{N-1} \leq \bar{s}_N \tag{3.20}$$

が成立する．このことより，時点$\bar{t}_n$において耐荷力がsとなる確率$\tilde{\nu}_s(\bar{t}_n:\bar{s}_0,\bar{s}_N)$は，1) 初期時点$\bar{t}_0$において耐荷力$\bar{s}_0$であり，時点$\bar{t}_N$において$\bar{s}_N$となる事象の中で，2) 初期時点$\bar{t}_0$において耐荷力$\bar{s}_0$であり，時点$\bar{t}_n$で耐荷力$s$となり，かつ時点$\bar{t}_N$において$\bar{s}_N$となる事象が生起する条件付き確率

$$\tilde{\nu}_s(\bar{t}_n:\bar{s}_0,\bar{s}_N)=\frac{p^{\bar{s}_0,s}(\bar{\tau}_n)p^{s,\bar{s}_N}(\bar{\tau}-\bar{\tau}_n)}{p^{\bar{s}_0,\bar{s}_N}(\bar{\tau})} \tag{3.21}$$

を用いて表すことができる．ただし，$\bar{\tau}_n=\bar{t}_n-\bar{t}_0$, $\bar{\tau}=\bar{t}_N-\bar{t}_0$，$p^{s,l}(u)$は$u$期間において耐荷力が$s$から$l$に推移する推移確率を表しており，式(3.8)により定義される．ここで，期間$[\bar{t}_0,\bar{t}_N]$の中に含まれる隣接する2つの任意の路面性状調査時点$\bar{t}_n,\bar{t}_{n+1}$に着目する．期間$[\bar{t}_n,\bar{t}_{n+1}]$の期間長を$z_n=\bar{t}_{n+1}-\bar{t}_n$と表す．データ調査スキームの構造より，隣接する2点の間には補修作業は実施されていない．期間$[\bar{t}_n,\bar{t}_{n+1}]$に含まれる隣接する2つの時点$\bar{t}_n+v,\bar{t}_n+v+1$の間に健全度が$h(\bar{t}_n+v)=h$から$h(\bar{t}_n+v+1)=w$に推移する確率は混合マルコフ推移確率(3.16)を用いて

$$\tilde{\tilde{\pi}}^{h,w}(\bar{t}_n+v)=\sum_{s=\bar{s}_0}^{\bar{s}_N}\tilde{\nu}_s(\bar{t}_n+v:\bar{s}_0,\bar{s}_N)\pi^{h,w}(s) \tag{3.22}$$

と表せる．ここで，調査時点$\bar{t}_n$に健全度$h(\bar{t}_n)=\bar{m}_n$が観測され，時点$\bar{t}_{n+1}$に健全度$h(\bar{t}_{n+1})=\bar{m}_{n+1}$が観測される条件付き確率(尤度)を，再帰的に

$$\mathcal{L}(\bar{m}_n,\bar{m}_{n+1})=\sum_{w=\bar{m}_n}^{\bar{m}_{n+1}}\tilde{\tilde{\pi}}^{\bar{m}_n w}(\bar{t}_n)\ell_w(\bar{t}_n+1) \tag{3.23}$$

$$\ell_h(\bar{t}_n+v)=\sum_{w=h}^{\bar{m}_{n+1}}\tilde{\tilde{\pi}}^{hw}(\bar{t}_n+v)\ell_w(\bar{t}_n+v+1)$$
$$(1\leq v\leq z_n-2) \tag{3.24}$$

$$\ell_h(\bar{t}_n+z_n-1)=\tilde{\tilde{\pi}}^{h\bar{m}_{n+1}}(\bar{t}_n+z_n-1) \tag{3.25}$$

と定義する．また，最終時点$\bar{t}_N$において耐荷力が$\bar{s}_N$となる尤度は，

$$\tilde{\ell}(\bar{t}_N)=p^{\bar{s}_0\bar{s}_N}(\bar{\tau}) \tag{3.26}$$

と表現できる．道路管理者が獲得可能な情報集合を$\bar{\Xi}=\{\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\bar{\boldsymbol{\xi}},\bar{s}\}$と表す．ただし，$\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}$は，ハザードモデル(3.2),(3.10)の説明変数ベクトル，$\bar{\boldsymbol{\xi}}=(\bar{\xi}_0,\cdots,\bar{\xi}_N)$は路面性状調査結果に関わる情報ベクトル，$\bar{\boldsymbol{s}}=(\bar{s}_0,\bar{S}_N)$はFWD調査結果ベクトルである．この時，情報集合$\bar{\Xi}$が観測される尤度は次式で定義される．

$$\mathcal{L}(\bar{\Xi}:\boldsymbol{\theta})=\prod_{n=0}^{N-1}\mathcal{L}(\bar{m}_n,\bar{m}_{n+1})\cdot p^{\bar{s}_0\bar{s}_N}(\bar{\tau}) \tag{3.27}$$

ただし，$\boldsymbol{\theta}=\{\boldsymbol{\beta}^s,\boldsymbol{\gamma}^i:s=1,\cdots,S-1,i=1,\cdots,I-1\}$は未知パラメータベクトルである．

階層的隠れマルコフ劣化モデルの尤度関数(3.23)-(3.25)は，$\tilde{\tilde{\pi}}^{hw}(\bar{t}_n+v)$に関して高次の非線形多項式であり，1階の最適化条件が(複素数解を含めて)非常に多くの解を有している[18),20)]．推移確率$\tilde{\tilde{\pi}}^{hw}(\bar{t}_n+v)$の推定値は0と1の間にある実数解を選択しなければならない．最尤法の代わりにベイズ推計法を用いれば，高次の非線形多項式を解く問題を回避できる．しかし，尤度関数(3.23)-(3.25)が，極めて多くの項を含んでおり，計算量が膨大になってしまう欠点がある[22)−25)]．このような最尤法の難点を克服するために，尤度関数の完備化操作が必要となる．

3.6.3 完備化操作

観測期間 $[\bar{t}_0, \bar{t}_N]$ 中の時点 $\bar{t}_n, \bar{t}_{n+1}$ に健全度 $\bar{m}_n, \bar{m}_{n+1}$ が観測された場合を考える．一方，耐荷力 s_n, s_{n+1} は観測されない．階層的隠れマルコフ劣化モデルを推計するために，期間 $[\bar{t}_n, \bar{t}_{n+1}]$ を構成する局所時点 $\bar{t}_n+1, \cdots, \bar{t}_n+z_n-1$ $(=\bar{t}_{n+1}-1)$ における健全度の推移パターンを潜在変数ベクトル $\tilde{\boldsymbol{m}} = (\tilde{m}_1, \cdots, \tilde{m}_{z_n-1})$ を用いて表す. ただし，z_n は期間 $[\bar{t}_n, \bar{t}_{n+1}]$ の期間長である．また，舗装構造の耐荷力の推移パターンを潜在変数ベクトル $\tilde{\boldsymbol{s}} = (\tilde{s}_0(=s_n), \cdots, \tilde{s}_{z_n}(=s_{n+1}))$ を用いて表そう. 劣化過程の性質より, 施設が補修されない限り,

$$\bar{m}_n \leq \tilde{m}_1 \leq \cdots \leq \tilde{m}_{z_n-1} \leq \bar{m}_{n+1} \tag{3.28}$$

$$s_n = \tilde{s}_0 \leq \tilde{s}_1 \leq \cdots \leq \tilde{s}_{z_n} = s_{n+1} \tag{3.29}$$

を満足する．真の健全度 $\boldsymbol{m}$, 耐荷力 $\boldsymbol{s}$ は本来観測できない潜在変数であるが，ひとまずこれらの潜在変数が仮に測定できたと考える．そこで，仮想的観測値 $\tilde{\boldsymbol{m}}$, $\tilde{\boldsymbol{s}}$ に基づいて，ダミー変数

$$\delta^m_{\tilde{m}_v} = \begin{cases} 1 & \tilde{m}_v = m \\ 0 & \tilde{m}_v \neq m \end{cases} \tag{3.30}$$
$$(v = 1, \cdots, z_n - 1; m = \bar{m}_n, \cdots, \bar{m}_{n+1})$$

$$\delta^s_{\tilde{s}_v} = \begin{cases} 1 & \tilde{s}_v = s \\ 0 & \tilde{s}_v \neq s \end{cases} \tag{3.31}$$
$$(v = 1, \cdots, z_n - 1; s = \bar{s}_0, \cdots, \bar{s}_N)$$

を導入する．$\bar{s}_0, \bar{s}_N$ は，時点 $\bar{t}_0, \bar{t}_N$ における耐荷力であり既知である．潜在変数ベクトル $\tilde{\boldsymbol{m}}$, $\tilde{\boldsymbol{s}}$ を与件とした尤度関数 (4.31) は

$$\begin{aligned}
&\tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\boldsymbol{m}}, \tilde{\boldsymbol{s}}, \bar{\boldsymbol{\Xi}}, \boldsymbol{\theta}) \\
&= \sum_{s=\bar{s}_0}^{\bar{s}_N} \sum_{m=\bar{m}_n}^{\bar{m}_{n+1}} \left\{\tilde{\nu}_s(\bar{t}_n)\right\}^{\delta^s_{\tilde{s}_0}} \left\{\pi^{\bar{m}_n m}(s)\right\}^{\delta^m_{\tilde{m}_1}} \sum_{v=1}^{z_n-2} \sum_{s=\bar{s}_0}^{\bar{s}_N} \\
&\quad \sum_{i=\bar{m}_n}^{\bar{m}_{n+1}} \sum_{m=i}^{\bar{m}_{n+1}} \left\{\tilde{\nu}_s(\bar{t}_n + v)\right\}^{\delta^s_{\tilde{s}_v}} \left\{\pi^{im}(s)\right\}^{\delta^i_{\tilde{m}_v} \delta^m_{\tilde{m}_{v+1}}} \\
&\quad \sum_{s=\bar{s}_0}^{\bar{s}_N} \sum_{i=\bar{m}_n}^{\bar{m}_{n+1}} \left\{\tilde{\nu}_s(\bar{t}_n + z_n - 1)\right\}^{\delta^s_{\tilde{s}_{z_n-1}}} \\
&\quad \left\{\pi^{i\bar{m}_{n+1}}(s)\right\}^{\delta^i_{\tilde{m}_{z_n-1}}} p^{\bar{s}_0 \bar{s}_N}(\bar{\tau})
\end{aligned}$$

$$= \prod_{v=1}^{z_n-1} \tilde{\nu}_{\tilde{s}_v}(\bar{t}_n+v)\pi^{\tilde{m}_v\tilde{m}_{v+1}}(\tilde{s}_v)p^{\bar{s}_0\bar{s}_N}(\bar{\tau}) \tag{3.32}$$

と表現できる[24). 以上の操作を完備化(completion)と言う. 完備化された尤度関数(3.32)(以下，完備化尤度関数と呼ぶ) (3.32)は，通常の尤度関数(3.23)-(3.25)より大幅に簡略化されている．ただし，完備化尤度関数(3.32)の中に含まれる潜在変数$\tilde{\boldsymbol{m}}$, $\tilde{\boldsymbol{s}}$は，測定できない変数である．そこで，完備化尤度関数を用いて，潜在変数の確率分布を推計することを考える．完備化尤度関数を展開すれば，潜在変数$\tilde{\boldsymbol{m}}, \tilde{\boldsymbol{s}}$に関する全条件付事後分布(full conditional posterior distribution)を導出できる．

耐荷力の低下過程の特性により，補修が実施されない限り，条件(4.40)が成立する．ここで，潜在変数を用いて$\tilde{\boldsymbol{s}}_{-v} = (\tilde{s}_0,\cdots,\tilde{s}_{v-1},\tilde{s}_{v+1},\cdots,\tilde{s}_{z_n}), \tilde{\boldsymbol{s}}^s_{-v} = (\tilde{s}_0,\cdots,\tilde{s}_{v-1},s,\tilde{s}_{v+1},\cdots,\tilde{s}_{z_n})$とすれば，$s_v = s$ $(s \in \{\tilde{s}_{v-1},\cdots,\tilde{s}_{v+1}\})$の全条件付事後確率は，

$$\begin{aligned}
&\mathrm{Prob}\{s_v = s|\tilde{\boldsymbol{s}}_{-v}\} \\
&\quad = \frac{\tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\boldsymbol{m}},\tilde{\boldsymbol{s}}^s_{-v},\bar{\Xi},\boldsymbol{\theta})}{\sum_{s=\tilde{s}_{v-1}}^{\tilde{s}_{v+1}}\tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\boldsymbol{m}},\tilde{\boldsymbol{s}}^s_{-v},\bar{\Xi},\boldsymbol{\theta})} \\
&\quad = \frac{\omega_s(\tilde{s}_{v-1},\tilde{s}_{v+1})}{\sum_{s=s_{v-1}}^{s_{v+1}}\omega_s(\tilde{s}_{v-1},\tilde{s}_{v+1})}
\end{aligned} \tag{3.33}$$

と表される．ただし，

$$\begin{aligned}
&\omega_s(\tilde{s}_{v-1},\tilde{s}_{v+1}) \\
&= \begin{cases} p^{\tilde{s}_0 s}p^{s\tilde{s}_2} & v=1 \\ p^{\tilde{s}_{v-1}s}p^{s\tilde{s}_{v+1}} & 2 \le v \le z_n-2 \\ p^{\tilde{s}_{z_n-2}s}p^{s\tilde{s}_{z_n}} & v = z_n-1 \end{cases}
\end{aligned} \tag{3.34}$$

と表される．同様に，舗装路面の劣化過程の特性により，条件(4.39)が成立する．ここで，$\tilde{\boldsymbol{m}}_{-v} = (\tilde{m}_1,\cdots,\tilde{m}_{v-1},\tilde{m}_{v+1},\cdots,\tilde{m}_{z_n-1}), \tilde{\boldsymbol{m}}^m_{-v} = (\tilde{m}_1,\cdots,\tilde{m}_{v-1},m,\tilde{m}_{v+1},\cdots,\tilde{m}_{z_n-1})$とすれば，$m_v = m$ $(m \in \{\tilde{m}_{v-1},\cdots,\tilde{m}_{v+1}\})$の全条件付事後確率は，ベイズの法則より

$$\begin{aligned}
&\mathrm{Prob}\{m_v = m|\tilde{\boldsymbol{m}}_{-v}\} \\
&= \frac{\tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\boldsymbol{m}}^m_{-v},\tilde{\boldsymbol{s}},\bar{\Xi},\boldsymbol{\theta})}{\sum_{m=\tilde{m}_{v-1}}^{\tilde{m}_{v+1}}\tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\boldsymbol{m}}^m_{-v},\tilde{\boldsymbol{s}},\bar{\Xi},\boldsymbol{\theta})} \\
&= \frac{\omega_m(\tilde{m}_{v-1},\tilde{m}_{v+1},\tilde{s}_{v-1},\tilde{s}_v)}{\sum_{m=\tilde{m}_{v-1}}^{\tilde{m}_{v+1}}\omega_m(\tilde{m}_{v-1},\tilde{m}_{v+1},\tilde{s}_{v-1},\tilde{s}_v)}
\end{aligned} \tag{3.35}$$

と表される．ただし，

$$\omega_m(\tilde{m}_{v-1},\tilde{m}_{v+1},\tilde{s}_{v-1},\tilde{s}_v)$$

$$
= \begin{cases} \pi^{\bar{m}_n,m}(\tilde{s}_0)\pi^{m,\tilde{m}_2}(\tilde{s}_1) & v = 1 \\ \pi^{\tilde{m}_{v-1},m}(\tilde{s}_{v-1})\pi^{m,\tilde{m}_{v+1}}(\tilde{s}_v) & 2 \leq v \leq z_n - 2 \\ \pi^{\tilde{m}_{z_n-2},m}(\tilde{s}_{z_n-2})\pi^{m,\bar{m}_{n+1}}(\tilde{s}_{z_n-1}) & \\ & v = z_n - 1 \end{cases} \tag{3.36}
$$

である．

表–3.1 サンプルデータの特性

<table>
<tr><td>総延長</td><td colspan="6">358.00km</td></tr>
<tr><td>敷設年度</td><td colspan="6">1971〜2011</td></tr>
<tr><td>総道路区間数</td><td colspan="6">1,203</td></tr>
<tr><td>健全度総サンプル数</td><td colspan="6">1,143</td></tr>
<tr><td>耐荷力総サンプル数</td><td colspan="6">2,633</td></tr>
<tr><td>大型車交通量</td><td colspan="6">平均3951台(103〜13,765)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">耐荷力別
サンプリング状況</td><td>健全度(耐荷力)</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>サンプル数</td><td>1,225</td><td>840</td><td>326</td><td>75</td><td>17</td></tr>
<tr><td>サンプルの割合</td><td>48%</td><td>33%</td><td>14%</td><td>4%</td><td>1%</td></tr>
</table>

表–3.2 路面健全度

健全度	ランクひび割れ評価(%)
1	$Cr = 0$
2	$0 < Cr \leq 2.5$
3	$2.5 < Cr \leq 5$
4	$5 < Cr \leq 10$
5	$10 < Cr$

3.7 推計結果

3.7.1 データベース概要

本章で提案した方法論を現実の高速道路舗装の劣化予測問題に適用し，方法論の有効性を実証的に検討する．本研究で用いたデータは，実際に実施された舗装健全度調査の結果であり，全1,068道路区間数，合計1,216回の路面性状調査と合計2,831回のFWD調査が実施されている．適用事例としてとりあげた道路区間では，複数の時間断面において調査が実施されている．さらに，対象期間中に，路面補修は実施されているものの舗装の更新は実施されていない．建設時点に関するデータが利用可能であるため，建設時点から最初の調査時点までの期間，調査時点からつぎの調査時点に至るまでの期間のそれぞれを1単位のサンプルデータと定義した．

すなわち，ある道路区間に対してn回調査が実施された場合には，n単位のサンプルデータを得ることになる．このような考え方で階層的隠れマルコフ劣化モデルを推計するためのデータベースを整備した．モデル推計に用いたサンプル数は観測データの逆転したものを除外し路面健全度については1,203個，耐荷力については2,633個となる．以上の方法で作成したサンプルデータの特性を**表–3.1**に整理している．路面性状調査では50m区間を基本単位として路面健全度を評価し，その結果に基づいて補修箇所を選定する．路面性状調査では，1)ひび割れ，2)わだち掘れ，3)IRIという3種類の損傷タイプのそれぞれに対して路面健全度に関する情報が得られる．補修基準値は，3つの損傷別に予め設定されており，ある舗装区間の3つの損傷のいずれかの値が補修基準値に達すれば，要補修区間として判別される．本研究では，3種類の損傷の中で，劣化の進展が早いとされるひび割れに着目して，路面健全度を定義する．ひびわれは，調査対象範囲を小メッシュに分割し，ひび割れが存在するメッシュの割合（以下，ひび割れ率）で評価する．ひび割れ率に基づいて，路面健全度を**表–3.2**に示すように定義した．健全度5の状態が使用限界である．一方，路面性状調査を実施した対象区間において，FWDを用いたたわみ測定も実施されている．本適用事例では，たわみ測定の結果に基づいて，アスファルト層の健全度をD指標

$$D = \frac{D_0 - D_{90}}{\Delta} \tag{3.37}$$

を用いて評価する．ただし，D_0, D_{90}は，それぞれ重錘の載荷点直下，および載荷点から90cm離れた地点のたわみ量(mm)，Δはアスファルト層の設計厚(mm)を表す．さらに，D指標を**表–3.3**に示すように離散化し，耐荷力を定義した．耐荷力ランク5は使用限界を意味している．耐荷力が健全度5に到達した場合，アスファルト層全体の更新が実施されることになる．

3.7.2 モデルの分析結果

前述した階層的隠れマルコフ劣化モデルの尤度関数は特殊な形をしており，多重数値積分による基準化定数を求めることが困難である問題から，MCMC法を用いた方法論が提案されてきた[12)]．ベイズ推定法は，パラメータの事前分布と観測されたデータを用いて定義される尤度関数を用いて，パラメータの事後分布を推定法

表–3.3 舗装耐荷力

耐荷力ランク	FWD
1	$D \leq 400$
2	$400 < D \leq 800$
3	$800 < D \leq 1,200$
4	$1,200 < D \leq 1,600$
5	$1,600 < D$

を推定するものである．**第4章**で応用モデルについて詳細な計算アルゴリズムについて後述するため，本章では省略する．

本章での**表–3.3**で設定した耐荷力のなかで，耐荷力5を除く合計4つの耐荷力に対して耐荷力ハザードモデル(3.2)を推計した．また，**表–3.2**で設定した路面健全度の中で，健全度5を除く合計4つの健全度に対して路面健全度ハザード率(3.10)を推計した．式(3.10)に示したように，路面健全度ハザード率には，耐荷力ランクに応じて劣化ハザードが比例的に変化することを表すパラメータγ_0^s $(s = 1, \cdots, S-1)$が含まれる．$S-1$個のパラメータγ_0^sのうち，γ_0^1を1に基準化する..

路面健全度ハザード率と耐荷力ハザード率に影響を及ぼす要因として，地域区分，舗装種別，舗装厚，道路構造特性，交通量等が考えられる．これらの候補となる説明変数すべての組み合わせに対して階層的隠れマルコフ劣化ハザード関数を推計した．舗装厚，交通量のような定量的に計測できる独立変数に関しては，サンプル中の最大値が1となるように基準化した．したがって，これらの説明変数は$[0, 1]$の値を取り得る．

説明変数の組み合わせの中で，符号条件およびGeweke検定を満足しないような変数の組を除外し，最終的にはベイズファクター[11), 26)−28)]を最大にするような変数の組み合わせを採用することとした．以上のように推計した階層的隠れマルコフ劣化ハザードモデルのうち，**表–3.4**には耐荷力の低下過程を表すハザードモデルを，**表–3.5**には路面の劣化過程を表すハザードモデルの推計結果を示している．また，耐荷力に依存する路面劣化速度の異質性を表すスケールパラメータの推計結果を**表–3.6**に示す. なお，MCMC法のギブスサンプリングを実施する際に，マルコフ連

表–3.4 パラメータの推計結果 (耐荷力)

耐荷力	定数項 β_1^s	大型車交通量 β_2^s	平均ハザード率 $E[\lambda^s]$	期待寿命 $ET^s(1)$(年)
1	-2.473 (-2.628,-2.310) 0.516	– (–) –	0.084	11.85
2	-2.380 (-2.578,-2.192) 0.699	1.520 (1.088,1.945) 0.640	0.143	6.98
3	-1.930 (-2.285,-1.605) 1.472	0.251 (-0.259,0.769) 0.859	0.156	6.411
4	-1.058 (-1.593,-0.594) 0.205	– (–) –	0.347	2.882

注) 各健全度ごとに，第1行はパラメータサンプルの期待値，第2行はパラメータ推定値の95%信用域の下限値と上限値，第3行はGeweke検定統計量を表している．

鎖が定常状態に到達するためのサンプル数として$\underline{r} = 3,000$を設定した．**表–3.4**から**表–3.6**に示す通り，Geweke検定統計量はいずれも1.96を下回っており，有意水準5%でパラメータのランダムサンプリングが定常状態に収束したことを意味する収束仮説を棄却できないことがわかる．したがって，本研究では$\bar{r} = 13,000$と設定し，$\underline{r} = 3,000$個の標本を事後分布に収束する過程からの標本として除き，残りの10,000個のパラメータ標本を用いて分析を行うこととした．

耐荷力ハザード率λ^s，路面健全度ハザード率$\mu(s)$を用いると，当該区間において耐荷力sの期待寿命（劣化状態がさらに進展するまでの所要時間）ET^sと，耐荷力がsの場合における路面健全度iの期待寿命$ET(s)$はそれぞれ

$$ET^s = \int_0^\infty \exp(-\lambda^s y^s) dy^s = \frac{1}{\lambda^s} \tag{3.38}$$

$$ET^i(s) = \frac{1}{\mu^i(s)} \tag{3.39}$$

と定義できる[7)]．先に示した**表–3.4**には，耐荷力ランクごとに，期待ハザード率，路面健全度$i = 1$の場合における耐荷力sの期待寿命を併記している．同様に，**表–3.5**

表–3.5 パラメータの推計結果(路面健全度)

健全度	定数項 γ_1^i	大型車交通量 γ_2^i	平均ハザード率 $E[\mu^s(1)]$	期待寿命 $ET^i(1)$(年)
1	-1.964 (-2.146,-1.805) 0.700	0.140 (-0.201,0.475) 0.398	0.146	6.85
2	-2.424 (-2.792,-2.067) 1.480	0.660 (-0.074,1.345) 1.313	0.107	9.34
3	-0.631 (-1.136,-0.142) 0.750	– (–) –	0.532	1.88
4	-0.790 (-1.382,-0.230) 0.488	– (–) –	0.454	2.20

注) 各健全度ごとに，第1行はパラメータサンプルの期待値，第2行はパラメータ推定値の95%信用域の下限値と上限値，第3行はGeweke検定統計量を表している．$E[\mu^i(1)]$は$s=1$の場合における路面健全度iの期待ハザード率，$ET^i(1)$(年)は$s=1$の場合における路面健全度iの期待寿命を表す. スケールパラメータ$\boldsymbol{\gamma}^0$の推計値に関しては別途**表**–**に示す.

には路面健全度ごとに，期待ハザード率，期待寿命を示している．**表–3.6**には，耐荷力sのそれぞれに対して求めた路面健全度別の期待ハザード率，期待寿命を一括して示している．この表から耐荷力の低下に伴って，路面健全度の期待寿命も短くなっていることが分かる．

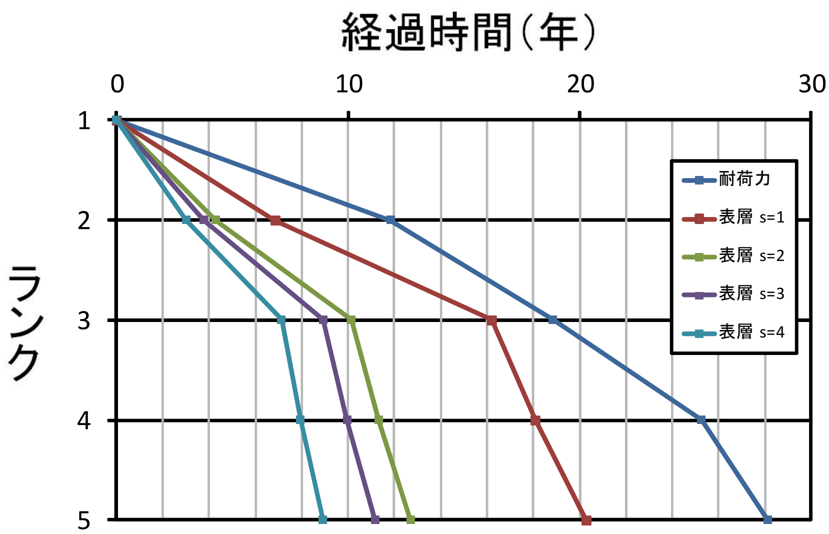
図–3.3には，推計した階層的隠れマルコフ劣化モデルを用いて推計した路面健全度パフォーマンスカーブと耐荷力パフォーマンスを示している．例えば，耐荷力が使用限界$s=5$に到達するまでの所要時間は約28.1年となることがわかる．路面健全度パフォーマンスカーブと耐荷力パフォーマンスカーブを比較すると，耐荷力よりも路面健全度の方が使用限界に到達するまでの期待寿命が短いことが見て取れる．舗装耐荷力$s=1$を与件とした時，路面健全度が使用限界$i=5$に到達するまでの所要時間は約20.3年となることがわかる．路面健全度のパフォーマンスカーブより，耐荷力が低下する（sの値が大きくなる）ほど路面健全度の劣化速度が速くなってい

表–3.6 スケールパラメータの推計結果($\boldsymbol{\gamma}^0$)

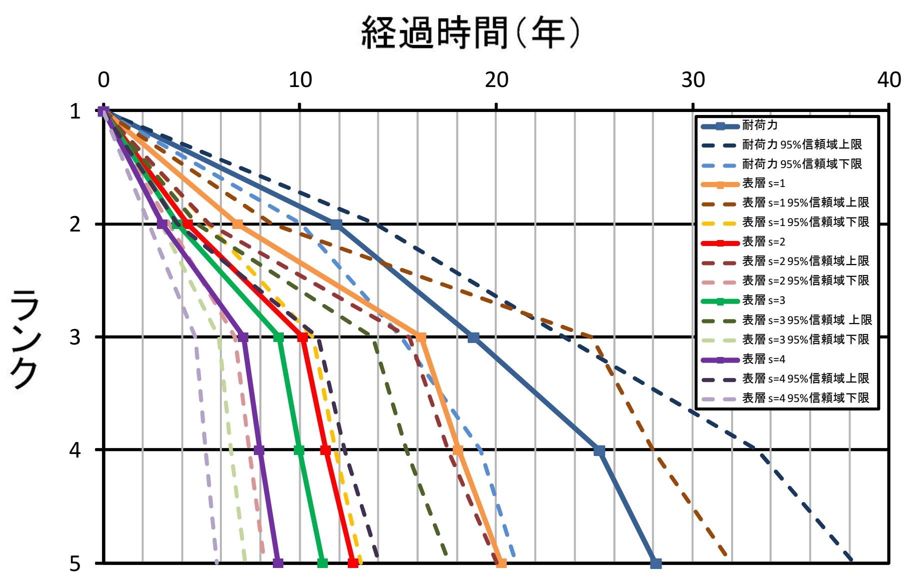
健全度	スケールパラメータ γ_0^s
$s=2$	1.594 (1.130,2.135) 0.920
$s=3$	1.813 (1.067,2.896) 0.995
$s=4$	2.273 (1.083,3.984) 0.291

る様子が分かる．具体的に，耐荷力が $s=2$ と $s=4$ の時の路面のパフォーマンスカーブを比較すると，前者の期待寿命は約12.7年，後者の期待寿命は約8.9年であり，後者が前者と比較して約1.43倍劣化が早くなっていることがわかる．舗装と路面健全度を個別に推計する場合と比べて，階層的隠れマルコフ舗装劣化モデルを用いることにより，舗装構造物の最適な打ち換えの時期をより正確に分析することが可能となる．

図–3.4 には階層的隠れマルコフ劣化モデルの各パラメータについての95%信頼区間を示している．ベイズ推計を行なうことにより信頼域の計算は可能である．同一の条件下にある舗装があったと仮定して，例とし耐荷力で21.0年〜38.2年（期待寿命28.1年からの変動幅：-25.3%〜35.9%)，耐荷力 $s=3$ の場合の路面健全度では7.2年〜17.6年（期待寿命11.2年からの変動幅：-35.5%〜57.6%）の変動を確認することが出来る．劣化過程の変動域を考慮した予算計画や道路管理を行なうことが非常に重要となる．



図–3.3　耐荷力と健全度のパフォーマンスカーブ



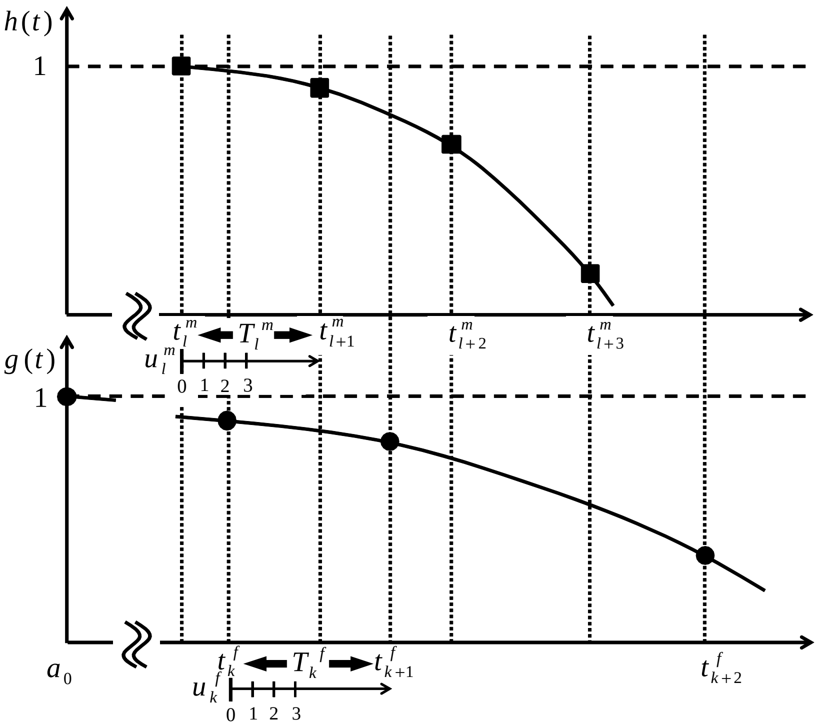
図–3.4　各パフォーマンスカーブについての信頼区間

3.8 階層的隠れマルコフ劣化モデルのまとめ

本章では階層的隠れマルコフ劣化モデルを用いた舗装の劣化過程について示した．階層的隠れマルコフ劣化モデルでは路面健全度の劣化過程が舗装の耐荷力の低下過程から影響を受け劣化が加速されることが明らかになった．得られた知見から，道路舗装の路面健全度の劣化速度を観測することで舗装の耐荷力の状態を予測することも可能であることがわかる．当然のことながら，今回の推計結果が得られるのは本分析対象区間に限ったものであり，他の道路区間の劣化過程にも相当する結果ではない．**第4章**では路面健全度と耐荷力の劣化過程が双方に影響しあうモデルを提案する．階層的隠れマルコフ劣化モデルの調査時点の設定では路面性状調査による路面健全度の観測値の欠損は生じていないが，FWD調査実施の困難さからくる耐荷力の観測値欠損のみを考慮していた．**第4章**の複合的隠れマルコフ劣化モデルでは路面健全度と耐荷力の観測値の両方についてシステム的な欠損が生じる場合を考慮したモデルの提案を行なう．

第4章　複合的舗装隠れマルコフ劣化モデル

4.1　モデル化の前提条件



図–4.1　時間軸の設定

道路管理者がカレンダー時刻a_0に道路施設を建設(もしくは更新)し，それ以降の時刻にわたって道路舗装を管理する問題を考える．カレンダー時刻a_0を初期時点$t=0$とする離散時間軸$t=0,1,2,\cdots,T$を導入する．Tは観測期間の終了時点である．離散時間軸上の点を時点とよびカレンダー時刻と区別する．対象とする劣化過程は，路面健全度，耐荷力の劣化過程という2つの複合的な劣化過程で構成されている．簡単のために，初期時点から舗装全体の補修は一度も実施されていないと考える．舗装全体の補修が実施されれば，そのカレンダー時刻を初期時点と考えればよい．さらに，**図–4.1**に示すように，離散時間軸上の時点$0,t_1^m,\cdots,t_l^m,\cdots$において

路面性状調査が行われる．m回目の路面性状調査が実施された時点t_l^mを始点$u_l^m=0$とする局所離散時間軸$u_l^m=0,1,2,\cdots,T_l^m$を導入する．ただし，T_l^mは時点t_l^mで路面性状調査を実施し，次の路面性状調査が実施されるまでの期間長であり$T_l^m=t_{l+1}^m-t_l^m$で表される．局所離散時間軸上の時点u_l^mをm局所時点と呼ぶ．同様に，離散時間軸上の時点$0,t_1^f,\cdots,t_k^f,\cdots$においてFWD調査が実施される．さらに，FWD調査が実施された時点t_k^fを始点$u_k^f=0$とする局所離散時間軸$u_k^f=0,1,2,\cdots,T_k^f$を導入する．ただし，T_k^fは時点t_k^fでFWD調査を実施し，次のFWD調査が実施されるまでの期間長であり$T_k^f=t_{k+1}^f-t_k^f$で表される．局所離散時間軸上の時点u_k^fをf局所時点と呼ぶ．路面性状調査の実施時点$t_l^m(l=0,1,\ldots,N_m)$と$t_k^f(k=0,1,\ldots,N_f)$は道路施設の建設時（もしくは更新時）以外において必ずしも一致しない．ここで，f局所時点とm局所時点の対応関係を表すための写像

$$w^f(u_l^m)=u_k^f \tag{4.1}$$

$$w^m(u_k^f)=u_l^m \tag{4.2}$$

を導入する．f局所時点u_k^fにおける舗装耐荷力を離散的状態変数$g(u_k^f)=s$ $(s=1\cdots,S;u_k^f=0,\cdots,T_k^f)$を用いて表現する．レーティング$s$ $(s=1,\cdots,S)$は，sの値が大きくなるほど舗装耐荷力が低下していることを意味している．$g(u_k^f)=S$の場合は，耐荷力が使用限界に到達していることを意味する．初期時点$t_0^f=0$において$g(0)=1$である．つぎに，m局所時点u_l^mにおける路面健全度をI個のレーティング$h(u_l^m)=i$ $(i=1\cdots,I;u_l^m=0,\cdots,T_l^m)$で記述する．ただし，初期時点$t_0^m=0$において$h(0)=1$が成立する．$h(u_l^m)=I$は，路面の使用限界を表す. 路面の補修は対象期間中に複数回実施される可能性がある．路面の補修時点を明示的には表記しないが，路面補修時点においては路面性状調査が実施され，路面健全度が1に回復すると考える．本研究では，舗装劣化過程を路面の劣化過程と舗装耐荷力の低下過程をそれぞれマルコフ連鎖モデルで表現する．これら2つのマルコフ連鎖モデルは互いに相互作用を有する．

4.2 耐荷力の低下過程

道路構造物の建設（更新）時点$t_0^f (u_0^f = 0)$に舗装の耐荷力が$g(0) = 1$に確定する．f局所時点u_k^fから$u_k^f + 1$の間において生起する耐荷力の劣化状態の推移状態を，マルコフ推移確率で表す. 単位期間$[u_k^f, u_k^f + 1)$の期間長も1に基準化する．f局所時点$u_k^f \neq 0$における健全度sは観察可能ではないが，ひとまず既知であると考える．局所期間$[u_k^f, u_k^f + 1)$（離散時間軸上の期間$[t_k^f + u_k^f, t_k^f + u_k^f + 1)$）における路面の劣化過程を表すマルコフ推移確率は，f局所時点u_k^f（時点$t_k + u_k$）で評価された耐荷力$g(u_k^f) = s$とf局所時点u_k^fに対応するm局所時点$w^m(u_k^f)$における路面健全度$h(w^m(u_k^f)) = i$を与件とし，次のf局所時点$u_k^f + 1$において健全度$g(u_k^f + 1) = v$が生起する条件付確率

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{Prob}[g(u_k^f + 1) = v | g(u_k^f) = s, h(w^m(u_k^f)) = i] \\
&= p^{sv}(i)
\end{aligned}
\tag{4.3}
$$

と定義できる．期間長を1に基準化する．マルコフ推移確率は，津田等[7)]が開発したマルコフ劣化ハザードモデルを用いて表現できる．路面の健全度iを与件とした時点tにおける耐荷力s $(s = 1, \cdots, S-1)$のハザード率(以下，耐荷力ハザード率と呼ぶ)[3)] $\lambda^s(i)$を

$$
\lambda^s(i) = \beta_0^i \boldsymbol{x} \boldsymbol{\beta}^s = \beta_0^i \lambda^s \tag{4.4}
$$

と表す. ただし，β_0^i $(i = 1, \ldots, I-1)$は路面の健全度iに依存する耐荷力劣化速度の異質性を表す異質性パラメータ，$\boldsymbol{x} = (x_1, \cdots, x_Q)$は説明変数ベクトル，$\boldsymbol{\beta}^s = (\beta_1^s, \cdots, \beta_Q^s)'$は未知パラメータベクトルである．記号$'$は転置を，$Q$は説明変数の数を表す. $\beta_0^1 = 1$に基準化する．このとき，健全度iの下でf局所時点u_k^fにおいて耐荷力がsであり，f局所時点$u_k^f + 1$においても耐荷力sが継続する確率は，

$$
\begin{aligned}
p^{ss}(i) &= \exp\{-\lambda^s(i)\} \\
&= \exp(-\beta_0^i \lambda^s)
\end{aligned}
\tag{4.5}
$$

となる．さらに，f局所時点u_k^fとf局所時点$u_k^f + 1$の間で耐荷力がsからv $(> s)$に推移するマルコフ推移確率$p^{sv}(i)$ $(s = 1, \cdots, S-1; v = s+1, \cdots, S)$は

$$
p^{sv}(i) = \sum_{m=s}^{v} \prod_{z=s}^{m-1} \frac{\lambda^z}{\lambda^z(i) - \lambda^m(i)}
$$

$$\cdot \prod_{z=m}^{v-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^{z+1}(i)-\lambda^m(i)} \exp\{-\lambda^m(i)\}$$
$$(s=1,\cdots,S-1; v=s+1,\cdots,S) \tag{4.6}$$

と表すことができる[7]. ただし，表記上の規則として，

$$\begin{cases} \prod_{z=s}^{m-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^z(i)-\lambda^m(i)} = 1 & (m=s\text{ の時}) \\ \prod_{z=m}^{v-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^{z+1}(i)-\lambda^m(i)} = 1 & (m=v\text{ の時}) \end{cases}$$

が成立すると考える．さらに，表記の便宜上，

$$\prod_{z=s,\neq m}^{v-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^z(i)-\lambda^m(i)} \exp\{-\lambda^m(i)\}$$
$$= \prod_{z=s}^{m-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^z(i)-\lambda^m(i)} \prod_{z=m}^{v-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^{z+1}(i)-\lambda^m(i)}$$
$$\exp\{-\lambda^m(i)\}$$

と簡略化する．また，$p^{sS}(i)$ に関しては，マルコフ推移確率の条件より次式で表せる．

$$p^{sS}(i) = 1 - \sum_{v=s}^{S-1} p^{sv}(i) \ (s=1,\cdots,S-1) \tag{4.7}$$

式 (4.13) を用いれば，さらに，期間 $[u_k^f, u_k^f+1)$ における推移確率行列は

$$P(i) = \begin{pmatrix} p^{11}(i) & \cdots & p^{1S}(i) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & p^{SS}(i) \end{pmatrix} \tag{4.8}$$

と定義することができる．

4.3 路面の劣化過程

時間軸の設定についての整合性をとり**第3章**の路面健全度と同様の定式化を行なう．m局所時点u_l^mからu_l^m+1の間において生起する路面健全度の推移状態をマルコフ推移確率で表す．単位期間$[u_l^m, u_l^m+1)$の期間長も1に基準化する．m局所時点u_l^mにおける耐荷力sは観察可能ではないが，ひとまず既知であると考える．局所期間$[u_l^m, u_l^m+1)$（離散時間軸上の期間$[t_l^m+u_l^m, t_l^m+u_l^m+1)$）における路面の劣化過程を表すマルコフ推移確率は，m局所時点u_l^mで評価された耐荷力$g(w^f(u_l^m))=s$と路面の健全度$h(u_l^m)=i$を与件とし，次のm局所時点u_l^m+1において健全度$h(u_l^m+1)=j$が生起する条件付確率

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{Prob}[h(u_l^m+1)=j|h(u_l^m)=i, g(w^f(u_l^m))=s] \\
&=\pi^{ij}(s) \qquad (4.9)
\end{aligned}
$$

として定義できる．耐荷力sを与件とした健全度i $(i=1,\cdots,I-1)$の路面健全度ハザード率$\mu^i(s)$を

$$\mu^i(s)=\gamma_0^s \boldsymbol{y}\boldsymbol{\gamma}^i=\gamma_0^s\mu^i \qquad (4.10)$$

と表す．ただし，γ_0^s $(s=1,\cdots,S-1)$は耐荷力sに依存する路面劣化速度の異質性を表すスケールパラメータ，$\boldsymbol{y}=(y^1,\cdots,y^V)$は説明変数ベクトル，$\boldsymbol{\gamma}^i=(\gamma_1^i,\cdots,\gamma_V^i)'$は未知パラメータベクトル，$\mu^i=\boldsymbol{y}\boldsymbol{\gamma}^i$である．$\gamma_0^1=1$に基準化する．このとき，耐荷力$s$の下で$m$局所時点$u_l^m$において健全度が$i$であり，$m$局所時点$u_l^m+1$においても健全度$i$が継続する確率は，

$$\pi^{ii}(s) \;=\; \exp(-\gamma_0^s\mu^i) \qquad (4.11)$$

となる．さらに，m局所時点u_l^mとm局所時点u_l^m+1の間で健全度がiからj $(>i)$に推移するマルコフ推移確率$\pi^{ij}(s)$ $(i=1,\cdots,I-1; j=i+1,\cdots,I)$は，

$$
\begin{aligned}
\pi^{ij}(s) \;&=\; \sum_{z=i}^{j}\prod_{r=i,\neq z}^{j-1}\frac{\mu^r(s)}{\mu^r(s)-\mu^z(s)}\exp\{-\mu^z(s)\} \\
&\quad (i=1,\cdots,I-1; j=i+1,\cdots,I) \qquad (4.12)
\end{aligned}
$$

と表すことができる．また，$\pi^{iI}(s)$に関しては，マルコフ推移確率の条件より次式で表せる．

$$\pi^{iI}(s)=1-\sum_{j=i}^{I-1}\pi^{ij}(s) \qquad (4.13)$$

$$(s = 1, \cdots, S-1)$$

以上の推移確率を用いれば，局所期間$[u_l^m, u_l^m + 1)$で定義される条件付確率(4.9)を要素とするマルコフ推移行列を次式のように定義することができる．

$$\Pi(s) = \begin{pmatrix} \pi^{11}(s) & \cdots & \pi^{1I}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi^{II}(s) \end{pmatrix} \tag{4.14}$$

4.4 複合的マルコフ劣化モデル

いま，初期時点$t = 0$において，舗装全体が更新され，耐荷力が$g(0) = 1$に，健全度が$h(0) = 1$に確定したと考える．その後，時間の経過とともに，路面の劣化と耐荷力の低下が進行していく．舗装の複合的劣化状態x $(x = 1, \cdots, X)$を時点tの路面健全度$\tilde{h}(t)$と耐荷力$\tilde{g}(t)$の組を用いて$x(t) = \{\tilde{h}(t), \tilde{g}(t)\}$と記述する．ただし，路面健全度$\tilde{h}(t)$と耐荷力$\tilde{g}(t)$は離散時間軸上の時点$t$で定義されており，$m$,$f$局所時点を用いて定義される路面健全度$h(u_l^m)$と耐荷力$g(u_k^f)$と区別するために記号「$\tilde{}$」を用いている．また，$X = I \times S$である．さらに，時点$t$における複合的劣化状態$x(t) = x$ $(x = 1, \cdots, X)$は$(1,1), \cdots, (1,S), (2,1), \cdots, (2,S), (3,1), \cdots, (I,S)$と対応している．複合的劣化状態$x(t) = \{\tilde{h}(t), \tilde{g}(t)\}$が状態変数値$x = (i,s)$をとる場合，複合的劣化状態$x(t)$の$\tilde{h}(t), \tilde{g}(t)$成分を指示する記号を$\tilde{h}_x(t) = i, \tilde{g}_x(t) = s$と表記する．複合的劣化状態の頻度分布を$\boldsymbol{\nu}(t) = \{\nu_1(t), \cdots, \nu_X(t)\}$で表す．ただし，初期時点における頻度分布は$\boldsymbol{\nu}(0) = (1, 0, \cdots, 0)$である．複合的劣化状態間の推移確率行列$\boldsymbol{\Omega}$を

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega} &= \begin{pmatrix} \omega_{11} & \cdots & \omega_{1X} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{X1} & \cdots & \omega_{XX} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \omega_{11}^{11} & \omega_{11}^{12} & \cdots & \omega_{11}^{jv} & \cdots & \omega_{11}^{IS} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{is}^{11} & \omega_{is}^{12} & \cdots & \omega_{is}^{jv} & \cdots & \omega_{is}^{IS} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{IS}^{11} & \omega_{IS}^{12} & \cdots & \omega_{IS}^{jv} & \cdots & \omega_{IS}^{IS} \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{4.15}$$

と定義する．ただし，要素$\omega_{is}^{jv}(i,j = 1, \cdots, I; s, v = 1, \cdots, S)$は

$$\omega_{is}^{jv} = p^{sv}(i)\pi^{ij}(s) \tag{4.16}$$

と定義される．また，$\omega_{is}^{jv}=0(i>j$ の時，あるいは $s>v$ のどちらか一方，あるいは双方が成立する時）が成立する．この時，複合的劣化過程は，舗装の補修，更新が実施されない限り，マルコフ連鎖

$$\boldsymbol{\nu}(t)=\boldsymbol{\nu}(0)\{\boldsymbol{\Omega}\}^{t} \tag{4.17}$$

を用いて表される．

4.5 定式化

4.5.1 調査スキーム

ある道路区間を対象として，路面性状調査，もしくはFWD調査により舗装の劣化状態に関するデータが観測されるメカニズムを考える．一般性を損なうことなく，対象とする期間中は路面補修が実施されないと考える．路面補修が行われた場合には，その時点において路面の健全度1が観測されたと考えればいい．離散時間軸上の時点 $\bar{t}_1^m,\cdots,\bar{t}_{N_m}^m$ に路面性状調査が実施され路面健全度 $\tilde{h}(\bar{t}_l^m)$ $(l=0,\cdots,N_m)$ を観測する．同様に $\bar{t}_1^f,\cdots,\bar{t}_{N_f}^f$ にFWD調査が実施され舗装耐荷力 $\tilde{g}(\bar{t}_k^f)$ $(k=0,\cdots,N_f)$ を観測する．路面性状調査とFWD調査は同時に行なわれない．路面性状調査とFWD調査により獲得可能なデータを $\tilde{\Xi}=[\{\bar{t}_k^f,\tilde{g}(\bar{t}_k^f)(k=0,\cdots,N_f)\},\{\bar{t}_l^m,\tilde{h}(\bar{t}_l^m)(l=0,\cdots,N_m)\}]$ と表記する．前述したように，路面性状調査，FWD調査を実施した時点を起点とする m,f 局所時点を定義する．さらに，m,f 局所時点間の対応関係は式(4.1),(4.2)によって定義される．さらに，記述の便宜を図るために，路面性状調査，FWD調査が実施された時点を時間軸に沿ってカレンダー時刻順に並べ直し，改めて時点 τ_n, $(n=0,1,\cdots,N)$ を定義する．$N=N_m+N_f$ である．離散時間軸上の時点 τ_n $(n=0,\cdots,N)$ においては，路面性状調査，FWD調査の少なくともどちらか一方の調査が実施されることになる．時点 τ_n $(n=0,\cdots,N)$ を，路面性状調査が実施された時点集合 ρ^m と，FWD調査が実施された時点集合を ρ^f と表す. 時点 τ_n $(n=0,\cdots,N)$ においては，路面性状調査か，FWD調査のいずれか一方のみの調査結果が獲得できるが，時点 τ_n において実施された調査のタイプを $q(\tau_n)$

$$q(\tau_n)=\begin{cases} m & \text{路面性状調査が実施された時} \\ f & FWD\text{調査が実施された時} \end{cases} \tag{4.18}$$

で表す．時点τ_nにおいて獲得した状態変数値$r(\tau_n)$を

$$r(\tau_n) = \begin{cases} \tilde{h}(\tau_n) & \tau_n \in \rho^m \\ \tilde{g}(\tau_n) & \tau_n \in \rho^f \end{cases} \tag{4.19}$$

と表す．この時，時点τ_n $(n = 0, \cdots, N)$を用いて定義された観測データの集合は$\Xi = \{\tau_n, q(\tau_n), r(\tau_n), (n = 0, \cdots, N)\}$と表すことができる．

4.5.2 データ観測過程

舗装の複合的劣化過程が式(4.17)に従って進展する時，点検データΞが観測される確率(尤度)を導出する．初期時点t_0を考える．初期時点における路面健全度は$\tilde{h}(t_0) = 1$，耐荷力は$\tilde{g}(t_0) = 1$と表される．複合的劣化状態の頻度分布ベクトルは$\boldsymbol{\nu}(0) = (1, 0, \cdots, 0)$である．つぎに，時点$\tau_1$を考える．時点$\tau_1$が集合$\rho^m$に属する場合を考える．すなわち，$\tau_1 \in \rho^m$に路面性状調査が実施され，路面健全度$\tilde{h}(\tau_1) = i$が観測されたと考える．期間$[\tau_0, \tau_1)$において，式(4.17)に従って，舗装の複合的劣化過程が進行する．期間長$\Delta_0 = \tau_1 - \tau_0$を定義する．この時，時点$\tau_1$における複合的劣化状態の頻度分布は，式(4.17)より

$$\boldsymbol{\nu}(\tau_1) = \boldsymbol{\nu}(0)\{\boldsymbol{\Omega}\}^{\Delta_0} \tag{4.20}$$

と表される．時点τ_1においては，観測結果により路面健全度が$\tilde{h}(\tau_1) = \bar{i}$に確定している．この情報に基づいて，複合的劣化状態$x(\tau_1) = (\bar{i}, s)$の生起頻度$\tilde{\nu}_x(\tau_1)$を

$$\tilde{\nu}_x(\tau_1) = \begin{cases} 0 & i \neq \bar{i}\text{の時} \\ \dfrac{\nu_x(\tau_1)}{\displaystyle\sum_{y \in G(\bar{i})} \nu_y(\tau_1)} & i = \bar{i}\text{の時} \end{cases} \tag{4.21}$$

と定義する．ただし，集合$G(\bar{i})$は$G(\bar{i}) = \{y | y = (\bar{i}, s), (s = 1, \cdots, S)\}$と定義される．つぎに，時点$\tau_1$が集合$\rho^f$に属する場合を考える．時点$\tau_1$で路面健全度が$\tilde{g}(\tau_1) = \bar{s}$に確定している．この情報に基づいて，複合的劣化状態$x(\tau_1) = (i, \bar{s})$の生起頻度$\tilde{\nu}_x(\tau_1)$を

$$\tilde{\nu}_x(\tau_1) = \begin{cases} 0 & s \neq \bar{s}\text{の時} \\ \dfrac{\nu_x(\tau_1)}{\displaystyle\sum_{y \in G(\bar{s})} \nu_y(\tau_1)} & s = \bar{s}\text{の時} \end{cases} \tag{4.22}$$

と定義する．ただし，集合 $G(\bar{s})$ は $G(\bar{s}) = \{y|y = (i, \bar{s}), (i = 1, \cdots, I)\}$ と定義される．この時，時点 τ_2 における複合的劣化状態の頻度分布は，

$$\boldsymbol{\nu}(\tau_2) = \tilde{\boldsymbol{\nu}}(\tau_1)\{\boldsymbol{\Omega}\}^{\Delta_1} \tag{4.23}$$

と表される．以上の議論を一般化すれば，時点 τ_n の観測データが獲得された時，複合的劣化状態 $x(\tau_n) = (i, s)$ の頻度分布は

$(\tau_n \in \rho^m)$ の時

$$\tilde{\nu}_x(\tau_n) = \begin{cases} 0 & i \neq \bar{i} \text{の時} \\ \dfrac{\nu_x(\tau_n)}{\displaystyle\sum_{y \in G_{\bar{i}}(\tau_n)} \nu_y(\tau_n)} & i = \bar{i} \text{の時} \end{cases} \tag{4.24}$$

$(\tau_n \in \rho^f)$ の時

$$\tilde{\nu}_x(\tau_n) = \begin{cases} 0 & s \neq \bar{s} \text{の時} \\ \dfrac{\nu_x(\tau_n)}{\displaystyle\sum_{y \in G_{\bar{s}}(\tau_n)} \nu_y(\tau_n)} & s = \bar{s} \text{の時} \end{cases} \tag{4.25}$$

と表される．この時，時点 τ_{n+1} における複合的劣化状態の頻度分布は，

$$\boldsymbol{\nu}(\tau_{n+1}) = \tilde{\boldsymbol{\nu}}(\tau_n)\{\boldsymbol{\Omega}\}^{\Delta_n} \tag{4.26}$$

と表される．

4.5.3 尤度関数

期間全体を通じて観測データ Ξ が獲得できたと考える．さらに，初期時点から時点 τ_n $(0 < n \leq N)$ に至るまでに獲得された観測データを $\xi_n = \{\tau_a, q(\tau_a), r(\tau_a), (a = 0, \cdots, n)\}$ と表す．ここで，時点 τ_n において観測されたデータを指示するダミー変数を

$$\delta(\tau_n) = \begin{cases} 1 & r(\tau_k) = \bar{i} \ (\tau_k \in \rho^m \text{の時}) \\ 1 & r(\tau_k) = \bar{s} \ (\tau_k \in \rho^k \text{の時}) \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \tag{4.27}$$

と定義する．時点 τ_1 までに観測データ ξ_1 が観測される確率 $\ell(\xi_1)$ は

$$\ell_1(\xi_1) = \sum_{x=1}^{X} \{\nu_x(\tau_1)\}^{\delta(\tau_1)} \tag{4.28}$$

と表される．時点τ_2以降に関しては再帰的に

$$\ell_2(\xi_2) \;=\; \ell_1(\xi_1)\sum_{x=1}^{X}\{\nu_x(\tau_2)\}^{\delta(\tau_2)} \tag{4.29}$$

$$\vdots$$

$$\ell_N(\xi_N) \;=\; \ell_{N-1}(\xi_{N-1})\sum_{x=1}^{X}\{\nu_x(\tau_N)\}^{\delta(\tau_N)} \tag{4.30}$$

と定式化される．この時，情報集合Ξが観測される尤度は次式で定義される．

$$\mathcal{L}(\Xi:\boldsymbol{\theta}) = \prod_{n=1}^{N}\sum_{x=1}^{X}\{\nu_x(\tau_n:\boldsymbol{\theta})\}^{\delta(\tau_n)} \tag{4.31}$$

$$\boldsymbol{\nu}(\tau_{n+1}) = \tilde{\boldsymbol{\nu}}(\tau_n)\{\boldsymbol{\Omega}\}^{\Delta_n} \tag{4.32}$$

$$(n = 1,\cdots,N)$$

ただし，$\boldsymbol{\theta} = \{\beta_0^s, \boldsymbol{\beta}^s, \gamma_0^i, \boldsymbol{\gamma}^i : s = 1,\cdots,S-1, i = 1,\cdots,I-1\}$は未知パラメータベクトルである．ここでは，推移確率ω_{is}^{jv}を表現する指数ハザードモデル(4.4),(4.10)がパラメータ$\boldsymbol{\theta}$に依存することを明示的に表現するために$\tilde{\nu}_x(\tau_n:\boldsymbol{\theta})$と表している．複合的隠れマルコフ劣化モデルの尤度関数(4.31)は，パラメータ$\boldsymbol{\theta}$に関して高次の非線形多項式であり，1階の最適化条件が(複素数解を含めて)非常に多くの解を有している[17),18)]．推移確率ω_{is}^{jv}の推定値は0と1の間にある実数解を選択しなければならない．最尤法の代わりにベイズ推計法を用いれば，高次の非線形多項式を解く問題を回避できる．しかし，尤度関数(4.31),(4.32)が，極めて多くの項を含んでおり，計算量が膨大になってしまう欠点がある[17)−20)]．このような計算上の難点を克服するために，尤度関数の完備化操作が必要となる．

4.5.4 完備化操作

尤度関数の完備化操作を行うために潜在変数を定義する．記述の都合上，再びm,f局所時間軸を用いることとする．期間全体を通じて観測データ$\Xi = \{\bar{\tau}_n, \bar{q}(\bar{\tau}_n), \bar{r}(\bar{\tau}_n), (n = 0,\cdots,N)\}$が獲得できたと考える．記号「$\bar{\ }$」は実測値を意味する．期間$[\bar{\tau}_n, \bar{\tau}_{n+1})$を2種類の局所時間軸を用いて記述することができる．時点$\bar{\tau}_n$において，路面性状調査が実施されたと考える．時点$\bar{\tau}_n - 1$におけるm,f局所時間軸上の時点が，それぞれ$u_l^m - 1, u_k^f - 1$で表されていると考える．この時，期間$[\bar{\tau}_n, \bar{\tau}_{n+1})$において，$m$,$f$局所時点は，それぞれ

$$0, 1, \cdots, \cdots, \Delta_n \tag{4.33}$$

$$u_k^f, u_k^f+1, \cdots, u_k^f+\Delta_n \tag{4.34}$$

と表される．一方，時点 τ_n に FWD 調査が実施された場合，期間 $[\bar{\tau}_n, \bar{\tau}_{n+1})$ の m,f 局所時点は，それぞれ

$$u_l^m, u_l^m+1, \cdots, u_l^m+\Delta_n \tag{4.35}$$

$$0, 1, \cdots, \Delta_n \tag{4.36}$$

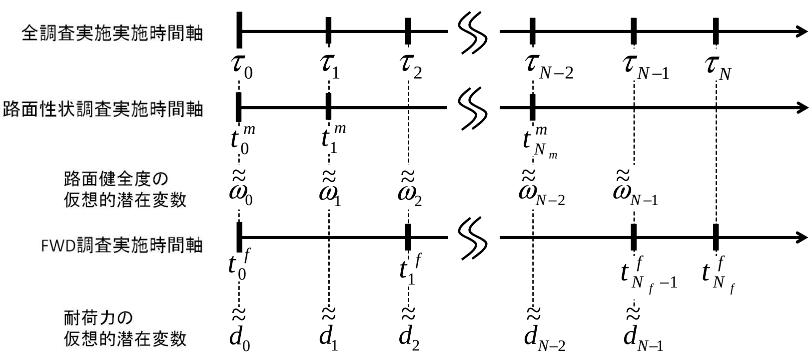
と推移する．ここで，期間 $[\bar{\tau}_n, \bar{\tau}_{n+1})$ における路面健全度の推移パターンを潜在変数ベクトル

$$\boldsymbol{w}_n = \begin{cases} (w_0, \cdots, w_{\Delta_n}) & \bar{q}(\bar{\tau}_n) = m \\ (w_{u_l^m}, \cdots, w_{u_l^m+\Delta_n}) & \bar{q}(\bar{\tau}_n) = f \end{cases} \tag{4.37}$$

を用いて表す. また，耐荷力の推移パターンを潜在変数ベクトル

$$\boldsymbol{d}_n = \begin{cases} (d_{u_k^f}, \cdots, d_{u_k^f+\Delta_n}) & \bar{q}(\bar{\tau}_n) = m \\ (d_0, \cdots, d_{\Delta_n}) & \bar{q}(\bar{\tau}_n) = f \end{cases} \tag{4.38}$$

と表す. ただし，$\bar{q}(\bar{\tau}_n) = m$ の時，$w_0 = \tilde{h}(\bar{\tau}_n)$，$\bar{q}(\bar{\tau}_n) = f$ の時，$d_0 = \tilde{g}(\bar{\tau}_n)$ が成立する．



図–4.2 仮想的潜在変数列

劣化過程の性質より, 施設が補修されない限り, 時間の経過とともに路面健全度, 耐荷力の劣化が進行する．この時, 潜在変数値の間に

$$\bar{w}_0 \leq \cdots \leq w_{u_l^m} \leq \cdots \leq w_{T_l^m-1} \leq \bar{w}_{T_l^m} \tag{4.39}$$

$$\bar{d}_0 \leq \cdots \leq d_{u_k^f} \leq \cdots \leq d_{T_k^f-1} \leq \bar{d}_{T_k^f} \tag{4.40}$$

を満足する．ただし，$\bar{w}_0 = \tilde{h}(t_l^m), \bar{w}_{T_l^m} = \tilde{h}(T_l^m)$，$\bar{d}_0 = \tilde{g}(t_k^f), \bar{d}_{T_k^f} = \tilde{g}(T_k^f)$ である．真の健全度ベクトル $\boldsymbol{w}_n$, 耐荷力ベクトル $\boldsymbol{d}_n$ の要素は，それぞれ $\bar{w}_0, \bar{w}_{T_l^m}$，$\bar{d}_0, \bar{d}_{T_k^f}$ を除いて観測できない潜在変数であるが，ひとまずこれらの潜在変数が仮に測定できたと考える．ここで，議論の見通しをよくするため，対象期間全体にわたる仮想的潜在変数ベクトル列を**図–4.2**のように表記し，時点 $\tau_0 = 0$ から時点 τ_{N-1} まで添字を付け替える．このような表記により，潜在変数ベクトル列

$$\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}_0, \cdots, \tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}_n, \cdots, \tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}_{N-1} \tag{4.41}$$

$$\tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}_0, \cdots, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}_n, \cdots, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}_{N-1} \tag{4.42}$$

を得る．この時，仮想的潜在変数ベクトル $\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}} = \{\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}_n, (n = 0, \cdots, N-1)\}$，$\tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}} = \{\tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}_n, (n = 0, \cdots, N-1)\}$ を与件とする．この時，時点 τ_1 において仮想的潜在変数ベクトル $\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}_1, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}_1$ を用いて完備化された尤度 $\tilde{\ell}(\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}_1, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}_1, \bar{\xi}_1)$ は

$$\begin{aligned}\tilde{\ell}_1(\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}_1, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}_1, \bar{\xi}_1) &= \tilde{\tilde{\nu}}_{\tilde{\tilde{w}}_{\tau_1}, \tilde{\tilde{d}}_{\tau_1}}(\tau_1) \\ &= \prod_{y_0=0}^{T_0-1} \omega_{\tilde{\tilde{w}}_{y_0} \tilde{\tilde{d}}_{y_0}}^{\tilde{\tilde{w}}_{y_0+1} \tilde{\tilde{d}}_{y_0+1}}\end{aligned} \tag{4.43}$$

と表される．時点 τ_2 以降に関しては再帰的に

$$\tilde{\ell}_2(\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}_1, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}_1, \bar{\xi}_2) = \tilde{\ell}_1(\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}_1, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}_1, \bar{\xi}_1) \tilde{\tilde{\nu}}_{\tilde{\tilde{w}}_{\tau_2}, \tilde{\tilde{d}}_{\tau_2}}(\tau_2) \tag{4.44}$$

$$\vdots$$

$$\begin{aligned}\tilde{\ell}_N(\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}_N, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}_N, \bar{\xi}_N) &= \tilde{\ell}_{N-1}(\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}_{N-1}, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}_{N-1}, \bar{\xi}_{N-1}) \\ &\quad \tilde{\tilde{\nu}}_{\tilde{\tilde{w}}_{\tau_N}, \tilde{\tilde{d}}_{\tau_N}}(\tau_N)\end{aligned} \tag{4.45}$$

と定式化される．ただし，

$$\tilde{\tilde{\nu}}_{\tilde{\tilde{w}}_{\tau_{n+1}}, \tilde{\tilde{d}}_{\tau_{n+1}}}(\tau_{n+1}) = \prod_{y_n=0}^{T_n-1} \omega_{\tilde{\tilde{w}}_{y_n} \tilde{\tilde{d}}_{y_n}}^{\tilde{\tilde{w}}_{y_n+1} \tilde{\tilde{d}}_{y_n+1}} \tag{4.46}$$

である．この時，情報集合 $\bar{\Xi}$ が観測される尤度は

$$\tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}, \bar{\Xi} : \boldsymbol{\theta}) = \prod_{n=0}^{N-1} \prod_{y_n=0}^{T_n-1} \omega_{\tilde{\tilde{w}}_{y_n} \tilde{\tilde{d}}_{y_n}}^{\tilde{\tilde{w}}_{y_n+1} \tilde{\tilde{d}}_{y_n+1}} \tag{4.47}$$

と定義される．以上の操作を完備化 (completion) と言う．完備化された尤度関数 (4.47) (以下，完備化尤度関数と呼ぶ) (4.47) は，通常の尤度関数 (4.31),(4.32) より大幅に簡略化されている．ただし，完備化尤度関数 (4.47) の中に含まれる潜在変数 $\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}$，$\tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}$ は，測定できない変数である．完備化尤度関数を展開すれば，潜在変数 $\tilde{\boldsymbol{w}}, \tilde{\boldsymbol{d}}$ に関する全条件付事後分布 (full conditional posterior distribution) を導出できる．

4.5.5 潜在変数の確率分布

路面健全度の劣化特性により，補修が実施されない限り，条件(4.39)が成立する．ここで，潜在変数を用いて$\tilde{\bar{\boldsymbol{w}}}_{-v}=(\tilde{\bar{w}}_0,\cdots,\tilde{\bar{w}}_{v-1},\tilde{\bar{w}}_{v+1},\cdots,\tilde{\bar{w}}_{T_l^m}),\tilde{\bar{\boldsymbol{w}}}_{-v}^{w}=(\tilde{\bar{w}}_0,\cdots,\tilde{\bar{w}}_{v-1},w,\tilde{\bar{w}}_{v+1},\cdots,\tilde{\bar{w}}_{T_l^m})$とすれば，$\tilde{\bar{w}}_v=w\ (w\in\{\tilde{\bar{w}}_{v-1},\cdots,\tilde{\bar{w}}_{v+1}\})$の全条件付事後確率は，

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{Prob}\{\tilde{\bar{w}}_v=w|\tilde{\bar{\boldsymbol{w}}}_{-v},\tilde{\bar{\boldsymbol{d}}}\}\\
&=\frac{\tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\bar{\boldsymbol{w}}}_{-v}^{w},\tilde{\bar{\boldsymbol{d}}},\bar{\Xi},\boldsymbol{\theta})}{\sum_{w=\tilde{\bar{w}}_{v-1}}^{\tilde{\bar{w}}_{v+1}}\tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\bar{\boldsymbol{w}}}_{-v}^{w},\tilde{\bar{\boldsymbol{d}}},\bar{\Xi},\boldsymbol{\theta})}\\
&=\frac{\chi_w(\tilde{\bar{w}}_{v-1},\tilde{\bar{w}}_{v+1},\tilde{\bar{\boldsymbol{d}}})}{\sum_{w=\tilde{\bar{w}}_{v-1}}^{\tilde{\bar{w}}_{v+1}}\chi_w(\tilde{\bar{w}}_{v-1},\tilde{\bar{w}}_{v+1},\tilde{\bar{\boldsymbol{d}}})}
\end{aligned}
\tag{4.48}
$$

と表される．ただし，

$$
\chi_w(\tilde{\bar{w}}_{v-1},\tilde{\bar{w}}_{v+1},\tilde{\bar{\boldsymbol{d}}})=\omega_{\tilde{\bar{w}}_{v-1}\tilde{\bar{d}}_{v-1}}^{w\tilde{\bar{d}}_v}\omega_{w\tilde{\bar{d}}_v}^{\tilde{\bar{w}}_{v+1}\tilde{\bar{d}}_{v+1}}
\tag{4.49}
$$

と表される．同様に，耐荷力に関しても同様に潜在変数の全条件付事後確率を求めることができる．耐荷力の低下特性により，補修が実施されない限り，条件(4.40)が成立する．ここで，潜在変数を用いて$\tilde{\bar{\boldsymbol{d}}}_{-v}=(\tilde{\bar{d}}_0,\cdots,\tilde{\bar{d}}_{v-1},\tilde{\bar{d}}_{v+1},\cdots,\tilde{\bar{d}}_{T_k^f}),\tilde{\bar{\boldsymbol{d}}}_{-v}^{d}=(\tilde{\bar{d}}_0,\cdots,\tilde{\bar{d}}_{v-1},d,\tilde{\bar{d}}_{v+1},\cdots,\tilde{\bar{d}}_{T_k^f})$とすれば，$\tilde{\bar{d}}_v=d\ (d\in\{\tilde{\bar{d}}_{v-1},\cdots,\tilde{\bar{d}}_{v+1}\})$の全条件付事後確率は，

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{Prob}\{\tilde{\bar{d}}_v=d|\tilde{\bar{\boldsymbol{w}}},\tilde{\bar{\boldsymbol{d}}}_{-v}\}\\
&=\frac{\chi_d(\tilde{\bar{d}}_{v-1},\tilde{\bar{d}}_{v+1},\tilde{\bar{\boldsymbol{w}}})}{\sum_{d=\tilde{\bar{d}}_{v-1}}^{\tilde{\bar{d}}_{v+1}}\chi_d(\tilde{\bar{d}}_{v-1},\tilde{\bar{d}}_{v+1},\tilde{\bar{\boldsymbol{w}}})}
\end{aligned}
\tag{4.50}
$$

と表される．ただし，

$$
\chi_d(\tilde{\bar{d}}_{v-1},\tilde{\bar{d}}_{v+1},\tilde{\bar{\boldsymbol{w}}})=\omega_{\tilde{\bar{w}}_{v-1}\tilde{\bar{d}}_{v-1}}^{\tilde{\bar{w}}_v d}\omega_{\tilde{\bar{w}}_v d}^{\tilde{\bar{w}}_{v+1}\tilde{\bar{d}}_{v+1}}
\tag{4.51}
$$

と表される．

4.6 アルゴリズム

4.6.1 MCMC 法

隠れマルコフ劣化モデルを含む混合分布モデルの推計では，前述したように尤度関数が特殊な形をしているため，通常の最尤法やベイズ推計法を用いることが困難である[20)]．このようなことから，混合分布モデルの推計方法として，通常の尤度関数ではなく，完備化尤度関数を定義するとともに，MCMC 法を用いて混合分布モデルを推計する方法が提案されている[17)−20)]．隠れマルコフ劣化モデルを推計するためには，既往の隠れマルコフ劣化モデルを推計するためのMCMC法の中に，マルコフ推移確率のベイズ推計アルゴリズムを内包したようなMCMCアルゴリズムを開発することが必要になる．すでに，小林等[1)]は，階層的隠れマルコフ劣化モデルをMCMC法を用いてベイズ推計する方法を提案している．これに対して，複合的隠れマルコフ劣化モデルでは，路面の健全度と耐荷力の劣化過程が相互作用を持つために，多次元の潜在的状態変数列を発生させることが必要になる．

本研究では代表的なMCMC法であるMH法（メトロポリス・ヘイスティング法）を用いて,未知パラメータβ,γの標本サンプルを事後確率密度関数から抽出する．MH法では事後分布からのサンプリングが困難な場合に,これを近似するような（提案分布と呼ぶ）からサンプリングを行う. さらに,目標分布と近似分布の差異を修正するステップを含めることにより. 目標分布からランダムサンプリングを行う方法である．いま，耐荷力の劣化モデル(4.4)に含まれるパラメータ$\hat{\boldsymbol{\beta}}^s = (\beta_0^s, \boldsymbol{\beta}^s) = (\beta_0^s, \beta_1^s, \cdots, \beta_Q^s)$ $(s = 1, \ldots, S-1)$は，未知パラメータである．これらの定数の事前確率密度関数として，正規分布を仮定する．すなわち，パラメータ$\hat{\boldsymbol{\beta}}^s$の事前確率密度関数が$\hat{\boldsymbol{\beta}}^s \sim \mathcal{N}_{Q+1}(\boldsymbol{\zeta}^{s,\hat{\beta}}, \boldsymbol{\Sigma}^{s,\hat{\beta}})$である．ただし，$Q+1$次元正規分布$\mathcal{N}_{Q+1}(\boldsymbol{\zeta}^{s,\hat{\beta}}, \boldsymbol{\Sigma}^{s,\hat{\beta}})$の確率密度関数は，

$$
\begin{aligned}
\phi(\hat{\boldsymbol{\beta}}^s | \boldsymbol{\zeta}^{s,\hat{\beta}}, \boldsymbol{\Sigma}^{s,\hat{\beta}}) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{Q+1}{2}} \sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}^{s,\hat{\beta}}|}} \\
&\exp\Big\{ -\frac{1}{2} (\hat{\boldsymbol{\beta}}^s - \boldsymbol{\zeta}^{s,\hat{\beta}}) \{\boldsymbol{\Sigma}^{s,\hat{\beta}}\}^{-1} (\hat{\boldsymbol{\beta}}^s - \boldsymbol{\zeta}^{s,\hat{\beta}})' \Big\} \qquad (4.52)
\end{aligned}
$$

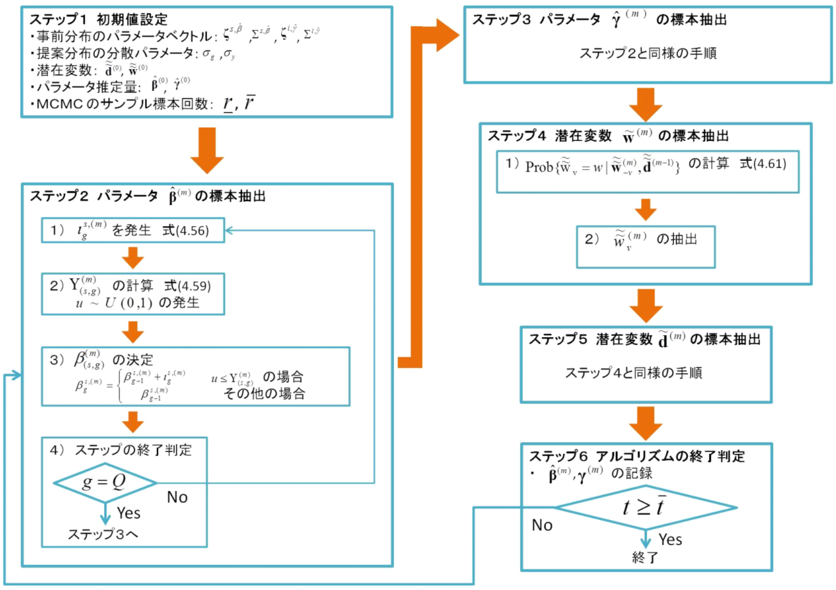
となる．ただし，$\boldsymbol{\zeta}^{s,\hat{\beta}}$は$\mathcal{N}_{Q+1}(\boldsymbol{\zeta}^{s,\hat{\beta}}, \boldsymbol{\Sigma}^{s,\hat{\beta}})$の事前期待値ベクトル，$\boldsymbol{\Sigma}^{s,\hat{\beta}}$は事前分散共分散行列である．同様に，$\hat{\boldsymbol{\gamma}}^i = (\gamma_0^i, \gamma_1^i, \cdots, \gamma_V^i), (i = 0, \cdots, I-1)$の事前確率密度関数も多次元正規分布$\hat{\boldsymbol{\gamma}}^i \sim \mathcal{N}_{V+1}(\boldsymbol{\zeta}^{i,\hat{\gamma}}, \boldsymbol{\Sigma}^{i,\hat{\gamma}})$に従うと仮定する．ただし，$\boldsymbol{\zeta}^{i,\hat{\gamma}}$は事前期待値ベクト

ル, $\boldsymbol{\Sigma}^{i,\hat{\gamma}}$は事前分散共分散行列である. 複合的隠れマルコフ劣化モデルをベイズ推計するための具体的な推計手順を**図–4.3**に示している. パラメータベクトル$\hat{\boldsymbol{\beta}}$を酔歩過程MH法を用いてサンプリングする. 酔歩過程MH法は推計されるパラメータをある確率密度に従って酔歩させながらサンプリングする方法で, その確率密度が提案分布となる. 本研究では各パラメータが独自に平均0, 分散σ_i^2の正規分布に従って酔歩過程に従うと仮定する. すなわち, $e = (0, \cdots, Q)$, $y = (0, \cdots, V)$に対して

$$\beta_g^{(m)} - \beta_g^{(m-1)} \sim N(0, \sigma_g) \tag{4.53}$$

$$\gamma_y^{(m)} - \gamma_y^{(m-1)} \sim N(0, \sigma_y) \tag{4.54}$$

と定義する. ただし, mは標本サンプリング回数である. 酔歩過程MH法を用いたパラメータベクトル$\hat{\boldsymbol{\beta}}$,$\hat{\boldsymbol{\gamma}}$のサンプリング手順を以下に取りまとめる.



図–4.3 推計手順

ステップ1　初期値設定

提案分布(4.53),(4.54)の分散パラメータσ_g, σ_yの値を任意に設定する．仮想的潜在変数の初期値$\tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}^{(0)} = (\tilde{\tilde{d}}_0^{(0)}, \cdots, \tilde{\tilde{d}}_{u_k^f}^{(0)}, \cdots, \tilde{\tilde{d}}_T^{(0)}), \tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}^{(0)} = (\tilde{\tilde{w}}_0^{(0)}, \cdots, \tilde{\tilde{w}}_{u_l^m}^{(0)}, \cdots, \tilde{\tilde{w}}_T^{(0)})$を設定する．ただし,制約条件(4.39)(4.40)を満足していなくてはならない．また,パラメータ推定値$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)}, \hat{\boldsymbol{\gamma}}^{(0)}$を任意に設定する．これらの初期値の影響は,MCMC法によるシミュレーション回数が蓄積されるにつれ,次第に薄れていく．サンプリング回数mを$m=1$とする．

ステップ2　パラメータ$\hat{\beta}^{(m)}$の標本抽出

舗装の耐荷力の低下に関して定義される劣化ハザードモデルのパラメータ$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{s,(m)} = (\hat{\beta}_0^{s,(m)}, \cdots, \beta_Q^{s,(m)}), (s = 1, \cdots, S-1)$を酔歩過程MH法を用いて標本抽出する．

ステップ2-1　仮想的潜在変数ベクトル$\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}^{(m-1)}, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}^{(m-1)}$, パラメータベクトル$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(m-1)}, \hat{\gamma}^{(m-1)}$を与件とする．

ステップ2-2　サンプリング回数m, サブステップgのパラメータベクトル

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{g-1}^{s,(m)} &= (\hat{\beta}_0^{s,(m)}, \ldots, \beta_{g-1}^{s,(m)}, \beta_g^{s,(m-1)}, \\ &\quad \ldots, \beta_Q^{s,(m-1)})' \end{aligned} \tag{4.55}$$

を定義する．また,サブステップgの酔歩ベクトル$\boldsymbol{\iota}_g^{(m)} = (0, \ldots, 0, \iota_g^{s,(m)}, 0, \ldots, 0)'$(第$g$要素のみが値$\iota_g^{s,(m)}$をとる列ベクトル)を定義する．酔歩過程のステップ幅が平均0, 分散$(\sigma)^2$の正規分布に従うと仮定しているので,

$$\iota_g^{s,(m)} \sim N(0, (\sigma_g)^2) \tag{4.56}$$

が成立する．ここで，パラメータベクトル$\hat{\boldsymbol{\beta}}_g^{s,(m)}$を

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_g^{s,(m)} = \hat{\boldsymbol{\beta}}_{g-1}^{s,(m)} + \boldsymbol{\iota}_g^{s,(m)} \tag{4.57}$$

と定義し，パラメータベクトル$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(s,g)}^{(m)}$を

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{(s,g)}^{(m)} &= (\hat{\boldsymbol{\beta}}^{1,(m)} \cdots, \hat{\boldsymbol{\beta}}_g^{s,(m)}, \hat{\boldsymbol{\beta}}^{s+1,(m-1)}, \\ &\quad \cdots, \hat{\boldsymbol{\beta}}^{S-1,(m-1)}) \end{aligned} \tag{4.58}$$

と記述する．その上で，尤度比率$\Upsilon_{(s,g)}^{(m)}$を

$$\Upsilon_{(s,g)}^{(m)} = \min\left[\frac{\tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\beta}_{(s,g)}^{(m)}, \Xi)}{\tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\beta}_{(s,g-1)}^{(m)}, \Xi)}, 1\right] \tag{4.59}$$

と定義する．ただし，$\tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\beta}^{(m)}_{(s,g)}, \Xi) = \tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}^{(m-1)}, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}^{(m-1)}, \boldsymbol{\beta}^{(m)}_{(s,g)}, \tilde{\tilde{\gamma}}^{(m-1)}, \Xi)$ は，式(4.47)で表される完備化尤度関数である．

ステップ2-3　区間$[0,1]$で定義される一様分布$\mathcal{U}(0,1)$から，一様分布$u \sim \mathcal{U}(0,1)$を発生させ，$\boldsymbol{\beta}^{m,g}$を以下のルールに従い決定する．

$$\boldsymbol{\beta}^{s,(m)}_{g} = \begin{cases} \boldsymbol{\beta}^{s,(m)}_{g-1} + \boldsymbol{\iota}^{s,(m)}_{g} & u \leq \Upsilon^{m}_{(s,g)} \text{の場合} \\ \boldsymbol{\beta}^{s,(m)}_{g-1} & \text{その他の場合} \end{cases} \tag{4.60}$$

以上の手続きを$g=0$から$g=Q$まで実施する．

ステップ3　パラメータ$\gamma^{(m)}$の標本抽出

路面の健全度に関する劣化ハザードモデルのパラメータベクトル$\boldsymbol{\gamma}^{(m-1)} = (\gamma^{(m-1)}_1, \ldots, \gamma^{(m-1)}_G)$を酔歩過程MH法より標本抽出する．
ステップ2で行なった$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(m)}$の標本抽出と同様の手順に従う.

ステップ4 潜在変数$\tilde{\boldsymbol{w}}^{(m)}$の標本抽出

仮想的潜在変数ベクトル$\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}^{(m-1)}, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}^{(m-1)}$，パラメータベクトル$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(m)}, \hat{\boldsymbol{\gamma}}^{(m)}$を与件として，新しい仮想的潜在変数$\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}^{(m)}$を標本抽出する．更新されたパラメータ推定量$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(m)}, \hat{\boldsymbol{\gamma}}^{(m)}$を与件として，式(4.16)を用いて複合的劣化過程のマルコフ推移$\omega^{jv}_{is}(m)$を定義する．全条件付事後確率(4.48)に基づいて，新しい仮想的潜在変数$\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}^{(m)}$をランダムサンプリングする．いま，ある期間$[t^m_l, t^m_{l+1})$ $(l = 0, \cdots, N^m - 1)$に着目する．潜在変数ベクトル$\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}^{(m)}_{-v} = (\tilde{\tilde{w}}^{(m)}_1, \cdots, \tilde{\tilde{w}}^{(m)}_{v-1}, \tilde{\tilde{w}}^{(m-1)}_{v+1}, \cdots, \tilde{\tilde{w}}^{(m-1)}_{T^m_l})$を定義する．この時，$\tilde{\tilde{w}}^{(m)}_v = w \in \{\tilde{\tilde{w}}^{(m)}_{v-1}, \cdots, \tilde{\tilde{w}}^{(m-1)}_{v+1}\}$の全条件付事後確率は，

$$\begin{aligned} &\mathrm{Prob}\{\tilde{\tilde{w}}_v = w | \tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}^{(m)}_{-v}, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}^{(m-1)}\} \\ &= \frac{\chi_w(\tilde{\tilde{w}}^{(m)}_{v-1}, \tilde{\tilde{w}}^{(m-1)}_{v+1}, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}^{(m-1)})}{\sum_{w=\tilde{\tilde{w}}^{(m)}_{v-1}}^{\tilde{\tilde{w}}^{(m-1)}_{v+1}} \chi_w(\tilde{\tilde{w}}^{(m)}_{v-1}, \tilde{\tilde{w}}^{(m-1)}_{v+1}, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}^{(m-1)})} \end{aligned} \tag{4.61}$$

と表される．ただし，

$$\begin{aligned} &\chi_w(\tilde{\tilde{w}}^{(m)}_{v-1}, \tilde{\tilde{w}}^{(m-1)}_{v+1}, \tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}^{(m-1)}) \\ &= \omega^{w\tilde{\tilde{d}}^{(m-1)}_v}_{\tilde{\tilde{w}}^{(m)}_{v-1}\tilde{\tilde{d}}^{(m-1)}_{v-1}}(m)\,\omega^{\tilde{\tilde{w}}^{(m-1)}_{v+1}\tilde{\tilde{d}}^{(m-1)}_{v+1}}_{w\tilde{\tilde{d}}^{(m-1)}_v}(m) \end{aligned} \tag{4.62}$$

である．すべての$l\,(l=0,\cdots,N^m-1)$に対して，$v=0$より逐次潜在変数$\tilde{\tilde{w}}_v^{(m)}(v=0,\cdots,T_l^m)$を求める．

ステップ5　潜在変数$\tilde{\boldsymbol{d}}^{(m)}$の標本抽出

仮想的潜在変数ベクトル$\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}^{(m)}$, $\tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}^{(m-1)}$, パラメータベクトル$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(m)}$,$\hat{\boldsymbol{\gamma}}^{(m)}$を与件として，仮想的潜在変数$\tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}^{(m)}$を標本抽出する．
ステップ4で行なった潜在変数$\tilde{\boldsymbol{w}}^{(m)}$の標本抽出と同様の手順に従う.

ステップ6　アルゴリズムの終了判定

以上で求めたパラメータ推計量の更新値$\boldsymbol{\beta}^{(m)}$,$\boldsymbol{\gamma}^{(m)}$, 潜在変数の更新値$\tilde{\tilde{\boldsymbol{w}}}^{(m)}$, $\tilde{\tilde{\boldsymbol{d}}}^{(m)}$を記録する．$m\leq\overline{m}$の場合，$m=m+1$として，**ステップ2**へ戻る．そうでない場合，アルゴリズムを終了する．

なお，以上のアルゴリズムの初期段階においては，パラメータの初期値設定の影響が残存している．このため，シミュレーション回数mが十分大きな値になるまでは，パラメータ標本の発生過程が定常過程に到達していないと考え，発生したパラメータ標本を除去することが望ましい．ここで，パラメータ標本として採用するシミュレーション回数mの最小値を$\underline{m}$と表す. この時，ギブスサンプリングで求めたサンプル$\boldsymbol{\beta}^{(m)}$,$\boldsymbol{\gamma}^{(m)}$ $(m=\underline{m}+1,\underline{m}+2,\cdots,\overline{m})$を用いて，パラメータベクトル$\boldsymbol{\beta}$,$\boldsymbol{\gamma}$の事後分布に関する各種の統計量を計算することも可能となる．

4.6.2　事後分布に関する統計量

MCMC法によって得られた標本に基づいて，パラメータベクトル$\boldsymbol{\beta}$,$\boldsymbol{\gamma}$に関する統計的性質を分析することができる．MCMC法を用いた場合，パラメータの事後確率密度関数を解析的な関数として表現することはできない．得られた標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を推計することとなる．いま，MCMC法を用いて得られた標本を$\boldsymbol{\theta}^{(m)}=(\boldsymbol{\beta}^{(m)},\boldsymbol{\gamma}^{(m)})$ $(m=1,\cdots,\overline{m})$と表す. このうち，最初の$\underline{m}$個の標本は収束過程からの標本と考え，標本集合から除去する．その上で，パラメータの標本添字集合を$\mathcal{M}=\{\underline{m}+1,\cdots,\overline{m}\}$と定義する．パラメータ$\boldsymbol{\beta}$と$\boldsymbol{\gamma}$に関する統計

量を同様の方法で定義できるため，以下ではパラメータ$\boldsymbol{\beta}$に焦点を絞って議論する．まず，パラメータ$\boldsymbol{\beta}$の同時確率分布関数$G(\boldsymbol{\beta})$は

$$G(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\#(\boldsymbol{\beta}^{(m)} \leq \boldsymbol{\beta}, m \in \mathcal{M})}{\overline{m} - \underline{m}} \tag{4.63}$$

と表すことができる．ただし，$\#(\boldsymbol{\beta}^{(m)} \leq \boldsymbol{\beta}, m \in \mathcal{M})$は論理式$\boldsymbol{\beta}^{(m)} \leq \boldsymbol{\beta}, m \in \mathcal{M}$が成立するサンプルの総数である．また，パラメータ$\boldsymbol{\beta}^s$の事後分布の期待値ベクトル$\tilde{\boldsymbol{\zeta}}^s(\boldsymbol{\beta}^s)$，分散・共分散行列$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}^s(\boldsymbol{\beta}^s)$は，それぞれ

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}^s(\boldsymbol{\beta}^s) &= (\tilde{\zeta}(\beta_0^s), \cdots, \tilde{\zeta}(\beta_Q^f))' \\ &= \Big(\sum_{m=\underline{m}+1}^{\overline{m}} \frac{\beta_0^{s(m)}}{\overline{m} - \underline{m}}, \cdots, \sum_{m=\underline{m}+1}^{\overline{m}} \frac{\beta_Q^{s(m)}}{\overline{m} - \underline{m}} \Big)' \end{aligned} \tag{4.64}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}^s(\boldsymbol{\beta}^s) = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}^2(\beta_0^s) & \cdots & \tilde{\sigma}(\beta_0^s \beta_Q^s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}(\beta_Q^s \beta_0^s) & \cdots & \tilde{\sigma}^2(\beta_Q^s) \end{pmatrix} \tag{4.65}$$

と表される．ただし，$r, q = 0, \cdots, Q$に対して

$$\tilde{\sigma}^2(\beta_r^s) = \sum_{m=\underline{m}+1}^{\overline{m}} \frac{\{\beta_r^{s(m)} - \tilde{\zeta}(\beta_r^s)\}^2}{\overline{m} - \underline{m}} \tag{4.66}$$

$$\begin{aligned}&\tilde{\sigma}(\beta_r^s \beta_q^s) \\ &= \sum_{m=\underline{m}+1}^{\overline{m}} \frac{\{\beta_r^{s(m)} - \tilde{\zeta}(\beta_r^s)\}\{\beta_q^{s(m)} - \tilde{\zeta}(\beta_q^s)\}}{\overline{m} - \underline{m}}\end{aligned} \tag{4.67}$$

である．また，MCMC法によるパラメータ標本を用いて，パラメータ$\boldsymbol{\beta}$の信用区間を定義できる．たとえば，パラメータ$\boldsymbol{\beta}$の$100(1-2\varepsilon)\%$信用区間は，標本順序統計量$(\underline{\beta}_q^{s,\varepsilon}, \overline{\beta}_q^{s,\varepsilon})$ $(s = 1, \cdots, S-1; q = 0, \cdots, Q)$

$$\begin{aligned}\underline{\beta}_q^{s,\varepsilon} &= \arg\max_{\beta_q^{s*}} \\ &\left\{ \frac{\#(\beta_q^{s(m)} \leq \beta_q^{s*} \in \mathcal{M})}{\overline{m} - \underline{m}} \leq \varepsilon \right\}\end{aligned} \tag{4.68}$$

$$\begin{aligned}\overline{\beta}_q^{s,\varepsilon} &= \arg\min_{\beta_q^{s**}} \\ &\left\{ \frac{\#(\beta_q^{s(m)} \geq \beta_q^{s**} \in \mathcal{M})}{\overline{m} - \underline{m}} \leq \varepsilon \right\}\end{aligned} \tag{4.69}$$

を用いて$\underline{\beta}_q^{s,\varepsilon} < \beta_q^s < \overline{\beta}_q^{s,\varepsilon}$と定義できる．

MCMC法では，初期パラメータ値$\boldsymbol{\theta}^{(0)}$が不変分布である事後分布からの標本である保証はない．ギブスサンプリングで発生させた$\overline{m}$個のサンプルのうち，最初の$\underline{m}$個の標本$\boldsymbol{\theta}^{(m)} = (\boldsymbol{\beta}^{(m)}, \boldsymbol{\gamma}^{(m)})$ $(m = 1, \cdots, \underline{m})$を事後分布に収束する過程からのサンプリングと考える．その上で，第$\underline{m}+1$回以降の標本をとりあげる．$\underline{m}+1$以降の標本が，不変分布である事後分布からの標本であるかどうかをGewekeの方法[21)]を用いて仮説検定を試みる．いま，パラメータのギブス標本$\boldsymbol{\theta}^{(m)}$ $(m = 1, \cdots, \overline{m})$の中から，最初の$m_1$個と最後の$m_2$個のデータをとりあげよう．Gewekeは，$m_1 = 0.1(\overline{m} - \underline{m}), m_2 = 0.5(\overline{m} - \underline{m})$を推奨している[21)]．この時，パラメータ$\beta$の不変分布への収束を判断するためのGeweke検定統計量は，

$$
\begin{aligned}
&Z_{\beta_q^s} = \frac{{}_1\bar{\beta}_q^s - {}_2\bar{\beta}_q^s}{\sqrt{\nu_1^2(\beta_q^s) + \nu_2^2(\beta_q^s)}} \sim \mathcal{N}(0,1) \qquad (4.70)\\
&{}_1\bar{\beta}_q^s = \frac{\sum_{m=\underline{m}+1}^{\underline{m}+m_1} \beta_q^{s(m)}}{m_1} \quad {}_2\bar{\beta}_q^s = \frac{\sum_{m=\overline{m}-m_2+1}^{\overline{m}} \beta_q^{s(m)}}{m_2}\\
&\nu_1^2(\beta_q^s) = \frac{2\pi \hat{f}_{\beta_q^s}^1(0)}{m_1} \quad \nu_2^2(\beta_q^s) = \frac{2\pi \hat{f}_{\beta_q^s}^2(0)}{m_2}
\end{aligned}
$$

と定義できる．ただし，$f_{\beta_q^s}^l(x)$ $(l = 1, 2)$はスペクトル密度関数であり，$2\pi f_{\beta_q^s}^l(0)$の推定値は

$$
\begin{aligned}
&2\pi \hat{f}_{\beta_q^s}^l(0) = {}_l\hat{\omega}_0 + 2\sum_{s=1}^{q} w(s,q)\,{}_l\hat{\omega}_q^s \qquad (4.71)\\
&{}_1\hat{\omega}_0 = m_1^{-1} \sum_{m=\underline{m}+1}^{\underline{m}+m_1} (\beta_q^{s(m)} - {}_1\bar{\beta}_q^s)^2\\
&{}_2\hat{\omega}_0 = m_2^{-1} \sum_{m=\overline{m}-m_2+1}^{\overline{m}} (\beta_q^{s(m)} - {}_2\bar{\beta}_q^s)^2\\
&{}_1\hat{\omega}_q^s = m_1^{-1} \sum_{m=\underline{m}+s+1}^{\underline{m}+m_1} (\beta_q^{s(m)} - {}_1\bar{\beta}_q^s)(\beta_q^{s(m-s)} - {}_1\bar{\beta}_q^s)\\
&{}_2\hat{\omega}_q^s = m_2^{-1} \sum_{m=\overline{m}-m_2+s+1}^{\overline{m}} (\beta_q^{s(m)} - {}_2\bar{\beta}_q^s)(\beta_q^{s(m-s)} - {}_2\bar{\beta}_q^s)\\
&w(s,q) = 1 - \frac{f}{\nu + 1}
\end{aligned}
$$

として求まる[26)−28)]．νはスペクトル密度の近似度を表すパラメータであるが，Gewekeに従って20を採用する[21)]．ここで，β_q^sの不変分布への収束性に関する帰無仮説H_0と

対立仮説 H_1 を

$$\begin{cases} H_0 : |Z_{\beta_q^s}| \leq Z_{\upsilon/2} \\ H_1 : |Z_{\beta_q^s}| > Z_{\upsilon/2} \end{cases} \tag{4.72}$$

と設定しよう. ただし，$Z_{\upsilon/2}$ は帰無仮説を棄却するための臨界的な値である．有意水準 υ% で帰無仮説を仮説検定する場合，$Z_{\upsilon/2}$ は $\upsilon/2\% = 1 - \Phi(Z_{\upsilon/2})$ を満足する値として定義できる．ただし，$\Phi(Z)$ は標準正規分布の分布関数である．

4.7 推計結果

4.7.1 データベースの概要

本章で提案した方法論を現実の高速道路舗装の劣化予測問題に適用し，方法論の有効性を実証的に検討する．本研究で用いたデータは，**第3章**で使用したものと同じデータを使用する．複合的隠れマルコフ劣化モデルを推計するためのデータベースを再度整備した．モデル推計に用いたサンプル数は観測データの逆転したものを除外し路面健全度については1,143個，耐荷力については2,483個となる．パラメータ推計に用いるインプットデータには健全度と耐荷力の両方の情報が必要となるため，**第3章**での利用可能データ数よりも少なくてっている．以上の方法で作成したサンプルデータの特性を**表–4.1**に整理している．複合的隠れマルコフ劣化モデルでも路面健全度の健全度指標としてひび割れに着目した．ひび割れ率に基づいて，路面健全度を**表–3.2**と同様に定義した．本モデルにおいても健全度5の状態が使用限界である．同様に**表–3.3**と同様にD指標を用いて，耐荷力を定義した．耐荷力ランク5は使用限界を意味している．耐荷力が健全度5に到達した場合，アスファルト層全体の更新が実施されることになる．

4.7.2 モデルの推計結果

表–3.3で設定した耐荷力のなかで，耐荷力5を除く合計4つの耐荷力に対して耐荷力ハザードモデル(4.4)を推計した．また，式(4.4)に示したように，耐荷力ハザード率には，路面健全度ランクに応じて劣化ハザードが比例的に変化することを表すパラメータβ_0^i $(i = 1, \cdots, I-1)$が含まれる．パラメータの識別可能条件より，$I-1$個のパラメータβ_0^iのうち，β_0^1を1に基準化する．また，**表–3.2**で設定した路面健全度の中で，健全度5を除く合計4つの健全度に対して路面健全度ハザード率(4.10)を推計した．式(4.10)に示したように，路面健全度ハザード率には，耐荷力ランクに応じて劣化ハザードが比例的に変化することを表すパラメータγ_0^s $(s = 1, \cdots, S-1)$が含まれる．$S-1$個のパラメータγ_0^sのうち，γ_0^1を1に基準化する．すべてのi $(i = 2, \cdots, I-1)$に対して，近似的に$\beta_0^i = 1$が成立する場合や，すべてのs $(s = 2, \cdots, S-1)$に対して，近似的に$\gamma_0^s = 1$が成立する場合，路面健全度ハザード率と耐荷力ハザード率が独立であり，路面健全度の劣化と耐荷力の低下が相互に影響しあうという複合的劣化仮

表–4.1 サンプルデータの特性

<table>
<tr><td>総延長</td><td colspan="6">358.00km</td></tr>
<tr><td>敷設年度</td><td colspan="6">1971〜2011</td></tr>
<tr><td>総道路区間数</td><td colspan="6">1,068</td></tr>
<tr><td>健全度総サンプル数</td><td colspan="6">1,143</td></tr>
<tr><td>耐荷力総サンプル数</td><td colspan="6">2,483</td></tr>
<tr><td>大型車交通量</td><td colspan="6">平均4026台(103〜13,765)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">耐荷力別
サンプリング状況</td><td>耐荷力</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>サンプル数</td><td>1,225</td><td>840</td><td>326</td><td>75</td><td>17</td></tr>
<tr><td>サンプルの割合</td><td>49%</td><td>34%</td><td>13%</td><td>3%</td><td>1%</td></tr>
<tr><td rowspan="3">健全度別
サンプリング状況</td><td>路面健全度</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>サンプル数</td><td>662</td><td>357</td><td>39</td><td>17</td><td>68</td></tr>
<tr><td>サンプルの割合</td><td>58%</td><td>31%</td><td>3%</td><td>2%</td><td>6%</td></tr>
</table>

説を棄却できる．このような複合的劣化仮説の統計的仮説の問題は，のちに**4.7.3**で議論する．

路面健全度ハザード率と耐荷力ハザード率に影響を及ぼす要因として，地域区分，舗装種別，舗装厚，道路構造特性，交通量等が考えられる．これらの候補となる説明変数すべての組み合わせに対して複合的舗装隠れマルコフ劣化ハザード関数を推計した．舗装厚，交通量のような定量的に計測できる独立変数に関しては，サンプル中の最大値が1となるように基準化した．したがって，これらの説明変数は$[0,1]$の値を取り得る

説明変数の組み合わせの中で，符号条件およびGeweke検定を満足しないような変数の組を除外し，最終的にはベイズファクター[11), 26)−28)]を最大にするような変数の組み合わせを採用することとした．以上のように推計した複合的舗装隠れマルコフ劣化ハザードモデルのうち，**表–4.2**には耐荷力の低下過程を表すハザードモデルを，**表–4.3**には路面の劣化過程を表すハザードモデルの推計結果を示している．また，健全度に依存する路面劣化速度の異質性を表すスケールパラメータの推計結果を**表–4.4**に，耐荷力に依存する路面劣化速度の異質性を表すスケールパラメータの推計結果を**表–4.5**に示す. なお，MCMC法のギブスサンプリングを実施する際に，マルコフ連鎖が定常状態に到達するためのサンプル数として$\underline{r} = 6,000$を設定した．**表–4.2**から**表–4.5**に示す通り，Geweke検定統計量はいずれも1.96を下回っており，

有意水準5%でパラメータのランダムサンプリングが定常状態に収束したことを意味する収束仮説を棄却できないことがわかる．したがって，本研究では$\bar{r}=36,000$と設定し，$\underline{r}=6,000$個の標本を事後分布に収束する過程からの標本として除き，残りの30,000個のパラメータ標本を用いて分析を行うこととした．

耐荷力ハザード率$\lambda^s(i)$，路面健全度ハザード率$\mu^i(s)$を用いると，当該区間において路面健全度がiの場合における耐荷力sの期待寿命（劣化状態がさらに進展するまでの所要時間）$ET^s(i)$と，耐荷力がsの場合における路面健全度iの期待寿命$ET^i(s)$はそれぞれ

$$ET^s(i) = \int_0^\infty \exp(-\lambda^s(i)y^s)dy^s = \frac{1}{\lambda^s(i)} \tag{4.73}$$

$$ET^i(s) = \frac{1}{\mu^i(s)} \tag{4.74}$$

と定義できる[7)]．先に示した**表–4.2**には，耐荷力ランクごとに，期待ハザード率，路面健全度$i=1$の場合における耐荷力sの期待寿命を併記している．同様に，**表–4.3**には路面健全度ごとに，期待ハザード率，$s=1$における路面健全度iの期待寿命を示している． さらに，**表–4.6**には，路面健全度iのそれぞれに対して求めた耐荷力別の期待ハザード率，期待寿命を一括して示している．この表から路面健全度の劣化に伴って，耐荷力の期待寿命も短くなっていることが分かる．同様に，**表–4.7**には，耐荷力sのそれぞれに対して求めた路面健全度別の期待ハザード率，期待寿命を一括して示している．この表から耐荷力の低下に伴って，路面健全度の期待寿命も短くなっていることが分かる．

さらに，路面健全度がi($i=2,\cdots,I)$に留まることを前提として，道路建設時点から耐荷力がs($s=2,\cdots,S)$に進展するまでに要する平均所要時間$E[T](s|i)$は，

$$E[T](s|i) = \sum_{k=1}^{s-1}\frac{1}{\lambda^k(i)} \tag{4.75}$$

と定義できる．式(4.75)は，道路建設時点から，耐荷力がs $(s=2,\cdots,S)$に進展するまでに要する平均的所要時間を表しており，耐荷力パフォーマンスカーブと呼ぶこととする．同様に，耐荷力がs $(s=2,\cdots,S)$に留まることを前提として，道路の路面補修後より健全度がi $(i=2,\cdots,I)$に低下するまでに要する平均所要時間$E[T](i|s)$は，

$$E[T](i|s) = \sum_{l=1}^{i-1}\frac{1}{\mu^l(s)} \tag{4.76}$$

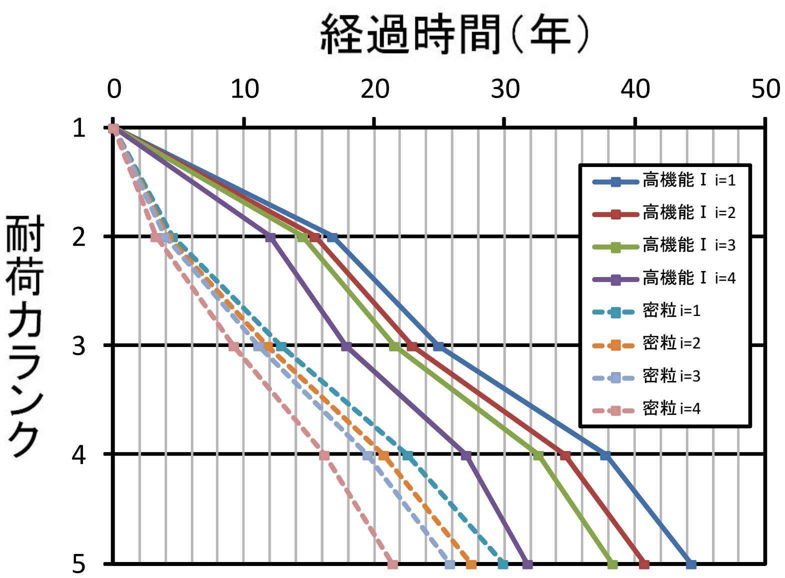
と定義できる．式 (4.76) は，道路の路面補修時点から，健全度が i ($i = 2, \cdots, I$) に進展するまでに要する平均的所要時間を表しており，路面健全度パフォーマンスカーブと呼ぶこととする．

図–4.4 には，推計した複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルを用いて推計した路面健全度パフォーマンスカーブを，**図–4.5** には耐荷力パフォーマンスカーブを示している．例えば，表層種別に高機能Iが選択された場合，路面健全度が $i = 1$ を与件とした時の耐荷力が使用限界 $s = 5$ に到達するまでの所要時間は約 39.5 年となることがわかる．一方で，路面健全度が劣化するにしたがって耐荷力の低下速度は速くなっていくことが読み取れる．具体的には，路面健全度が $i = 2$ と $i = 4$ の時の耐荷力のパフォーマンスカーブを比較すると，前者の期待寿命が約 36.3 年，後者の期待寿命が約 27.9 年であり，後者が前者の約 1.4 倍低下が早くなっている．同様のことが表層種別に密粒を選択した場合にも言える．一方で，路面健全度パフォーマンスカーブと耐荷力パフォーマンスカーブを比較すると，耐荷力よりも路面健全度の方が使用限界に到達するまでの期待寿命が短いことが見て取れる．くわえて，耐荷力が低下する（s の値が大きくなる）ほど路面健全度の劣化速度が速くなっている様子が分かる．具体的に，耐荷力が $s = 2$ と $s = 4$ の時の路面のパフォーマンスカーブを比較すると，前者の期待寿命は約 8.9 年，後者の期待寿命は約 5.6 年であり，後者が前者と比較して約 1.6 倍劣化が早くなっていることがわかる．耐荷力が路面健全度の劣化速度に影響を及ぼす加速度に比べて，健全度が耐荷力の低下過程に影響を及ぼす加速度は小さい．複合的隠れマルコフ劣化モデルとして，耐荷力が路面健全度に与える影響に比べて，路面健全度が耐荷力に与える影響は相対的に小さいことがいえる．例えば路面健全度が $i = 4$ のように悪い状態になると耐荷力の劣化は約 1.4 倍と無視できない劣化の加速が現れることから，路面健全度の劣化を加速させる耐荷力の状態を良好に保つためには，日常的に路面舗装を維持補修することが非常に重要であるという示唆も得られる．以上のように，既往の階層的隠れマルコフ劣化モデル[1)]と比較して，複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルを用いることで表層の劣化による耐荷力の低下速度に及ぼす影響に関する情報も得ることができる．したがって，複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルを用いることにより，舗装構造物の最適な打ち換えの時期をより正確に分析することが可能となる．

表–4.2 パラメータの推計結果(耐荷力)

耐荷力	定数項 β_1^s	大型車交通量 β_2^s	舗装種別 β_3^s	平均ハザード率 $E[\lambda^s]$	期待寿命 $ET^s(1)$(年)
1	-1.509 (-1.799,-1.210) 0.774	– (-) –	-1.312 (-1.644,-0.972) 1.372	0.060	16.79
2	-2.637 (-3.058,-2.223) 0.956	1.760 (1.319,2.205) 1.923	0.025 (-0.403,0.499) 0.330	0.123	8.14
3	-2.611 (-3.423,-1.775) 0.956	1.158 (0.500,1.825) 0.151	-0.278 (-1.208,0.656) 0.433	0.078	12.81
4	-1.989 (-3.161,-0.854) 1.140	– (–) –	-0.104 (-1.111,1.289) 1.946	0.152	6.58

注) 各健全度ごとに，第1行はパラメータサンプルの期待値，第2行はパラメータ推計値の95%信用域の下限値と上限値，第3行はGeweke検定統計量を表している．



図–4.4 耐荷力パフォーマンスカーブ

表–4.3 パラメータの推計結果(路面健全度)

健全度	定数項 γ_1^i	大型車交通量 γ_2^i	舗装種別 γ_3^i	平均ハザード率 $E[\mu^s(1)]$	期待寿命 $ET^i(1)$(年)
1	-1.983 (-2.480,-1.498) 0.787	0.218 (-0.161,0.586) 1.309	-0.032 (-0.524,0.456) 0.456	0.142	7.04
2	-1.327 (-1.956,-0.755) 1.209	1.262 (0.395,2.143) 0.916	-1.700 (-2.447,-0.925) 0.175	0.070	14.26
3	-0.847 (-1.497,-0.199) 0.115	– (–) –	– (–)	0.429	2.33
4	-0.278 (-1.031,0.477) 1.956	– (–) –	– (–) –	0.757	1.32

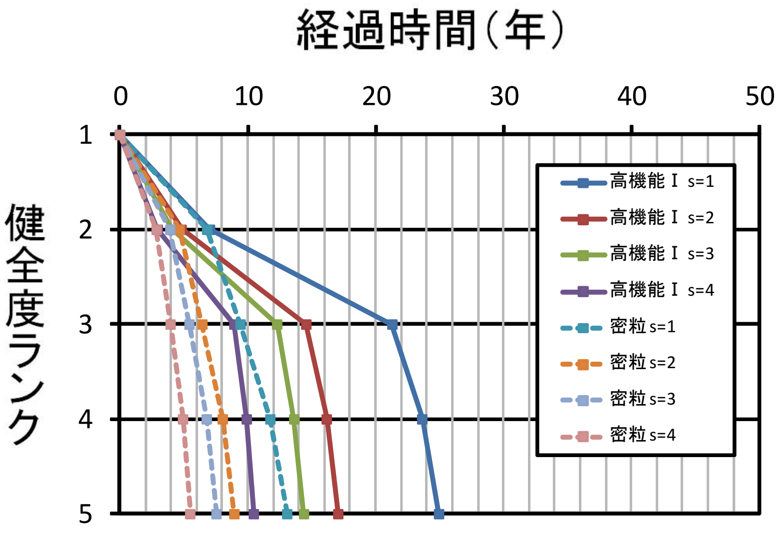
注) 各健全度ごとに，第1行はパラメータサンプルの期待値，第2行はパラメータ推計値の95%信用域の下限値と上限値，第3行はGeweke検定統計量を表している．$E[\mu^i(1)]$は$s=1$の場合における路面健全度iの期待ハザード率，$ET^i(1)$(年)は$s=1$の場合における路面健全度iの期待寿命を表す.

表–4.4 スケールパラメータの推計結果(複合モデル$\boldsymbol{\beta}^0$)

健全度	スケールパラメータ β_0^s
$i=2$	1.089 (1.003,1.267) 1.140
$i=3$	1.158 (1.005,1.547) 0.430
$i=4$	1.395 (1.029,1.928) 0.09

表–4.5　スケールパラメータの推計結果(複合モデル$\boldsymbol{\gamma}^0$)

耐荷力	スケールパラメータ γ_0^s
$s=2$	1.462 (1.064,2.005) 0.063
$s=3$	1.734 (1.046,2.870) 1.064
$s=4$	2.384 (1.106,4.145) 0.606



図–4.5　健全度パフォーマンスカーブ

表–4.6 パラメータの推計結果 (耐荷力)

耐荷力	路面健全度 (i=1)		i=2		i=3		i=4	
	$ET^s(i)$	$E[T](s\|i)$(年)	$ET^s(i)$	$E[T](s\|i)$	$ET^s(i)$	$E[T](s\|i)$	$ET^s(i)$	$E[T](s\|i)$
1	0.060	16.791	0.065	15.422	0.069	14.503	0.083	12.034
2	0.123	8.139	0.134	7.476	0.142	7.030	0.171	5.833
3	0.078	12.814	0.085	11.770	0.090	11.068	0.109	9.184
4	0.152	6.584	0.165	6.047	0.176	5.687	0.212	4.719

注) 各健全度ごとに，$E[\lambda^s(i)]$ は路面健全度 i における耐荷力 s の期待ハザード率を，$ET^s(i)$ は路面健全度 i を与件とする耐荷力 s の期待寿命 (年) を表す.

表–4.7 パラメータの推計結果 (路面健全度)

路面健全度	耐荷力健全度 (s=1)		s=2		s=3		s=4	
	$ET^i(s)$	$E[T](i\|s)$(年)	$ET^i(s)$	$E[T](i\|s)$	$ET^i(s)$	$E[T](i\|s)$	$ET^i(s)$	$E[T](i\|s)$
1	0.142	7.037	0.208	4.814	0.246	4.058	0.339	2.952
2	0.070	14.26	0.102	9.757	0.122	8.225	0.167	5.983
3	0.428	2.333	0.626	1.596	0.743	1.346	1.022	0.979
4	0.757	1.320	1.107	0.903	1.313	0.761	1.805	0.554

注) 各健全度ごとに，$E[\mu^i(s)]$ は耐荷力 s における路面健全度 i の期待ハザード率を，$ET^i(s)$ は耐荷力 s を与件とする路面健全度 i の期待寿命 (年) を表す.

4.7.3 複合的劣化仮説の検定

本研究で提案した複合的隠れマルコフモデルは,「耐荷力の低下が路面健全度の劣化速度を加速し，同時に路面健全度の劣化が耐荷力の低下を加速する」という複合的劣化仮説が成立することを前提としている．本研究では複合的劣化仮説を,「耐荷力の低下が路面健全度の劣化速度を加速する（単純仮説1)」,「路面健全度の劣化が耐荷力の低下速度を加速する(単純仮説2)」という 2 つの単純仮説に分解する．まず, 単純仮説1を検定するために，帰無仮説 H_0^s $(s=2,\cdots,S-1)$ と対立仮説 H_1^s $(s=2,\cdots,S-1)$ を

$$\begin{cases} H_0^s & : \quad \gamma_0^s > 1 \\ H_1^s & : \quad \gamma_0^s \leq 1 \end{cases} \tag{4.77}$$

と定式化する．単純仮説モデル(4.77)を棄却できない場合，耐荷力がランク s $(s=1,\cdots,S-1)$ の場合における路面健全度の劣化速度は，耐荷力が $s=1$ の場合の路面健全度の劣化速度より早くなるという帰無仮説を否定できない．MCMCに基づいて帰無仮説を検定するために，式(4.68),(4.69)を用いて標本順序統計量 $\underline{\gamma}_0^{s,\varepsilon}$ $(s=2,\cdots,S-1)$

$$\underline{\gamma}_0^{s,\varepsilon} = \arg\min_{\gamma_0^{s**}} \left\{ \frac{\#(\gamma_0^{s(r)} \geq \gamma_0^{s**} \in \mathcal{M})}{\overline{r}-\underline{r}} \leq \varepsilon \right\} \tag{4.78}$$

を用いて有意水準 ε に対する信頼域 $[\underline{\gamma}_0^{s,\varepsilon},\infty)$ を定義する．γ_0^s の信頼域 $[\underline{\gamma}_0^{s,\varepsilon},\infty)$ の中に値1が含まれている場合，帰無仮説 H_0^s を棄却できる．一方，含まれていない場合は，帰無仮説 H_0^s を棄却できない．実際に今回の推計結果に対して，有意水準を $\varepsilon=0.05$ と設定したときの信頼域は**表–4.4**に示した通りである．いずれの健全度に対しても信頼域に値1を含んでいない．したがって，帰無仮説 H_0^s は棄却されず, 対立仮説を棄却できると判断される．同様に，単純仮説2を検定するために，帰無仮説 $\bar{H}_0^i$ $(i=2,\cdots,I-1)$ と対立仮説 $\bar{H}_1^i$ $(i=2,\cdots,I1)$ を

$$\begin{cases} \bar{H}_0^i & : \quad \beta_0^i > 1 \\ \bar{H}_1^i & : \quad \beta_0^i \leq 1 \end{cases} \tag{4.79}$$

と定式化する．単純仮説モデル(4.79)を棄却できない場合，路面健全度がランク i $(i=2,\cdots,I-1)$ の場合における耐荷力の低下速度は，路面健全度が $i=1$ の場合の

耐荷力の低下速度より早くなるという帰無仮説を否定できない．MCMCに基づいて帰無仮説を検定するために，標本順序統計量$\underline{\beta}_0^{i,\varepsilon}$ $(i=2,\cdots,I-1)$

$$\underline{\beta}_0^{i,\varepsilon} = \arg\min_{\beta_0^{i**}} \left\{ \frac{\#(\beta_0^{i(r)} \geq \beta_0^{i**} \in \mathcal{M})}{\overline{r}-\underline{r}} \leq \varepsilon \right\} \tag{4.80}$$

を用いて有意水準εに対する信頼域$[\underline{\beta}_0^{i,\varepsilon},\infty)$を定義する．$\beta_0^s$の信頼域$[\underline{\beta}_0^{i,\varepsilon},\infty)$の中に値1が含まれている場合，帰無仮説$\bar{H}_0^i$を棄却できる．一方，含まれていない場合は，帰無仮説$\bar{H}_0^i$を棄却できない．実際に今回の推計結果に対して，有意水準を$\varepsilon=0.05$と設定したときの信頼域は**表–4.5**に示した通りである．いずれの健全度に対しても信頼域に値1を含んでいない．したがって，帰無仮説$\bar{H}_0^i$は棄却されず，対立仮説を棄却できると判断される．

4.8 複合的隠れマルコフ劣化モデルのまとめ

本章では複合的隠れマルコフ劣化モデルを用いて複数の劣化過程を複合的に同時推計する方法論を提案し，実際の観測値を用いた実証分析を行なった．複合的隠れマルコフ劣化モデルでは，**第3章**の階層的隠れマルコフ劣化で扱わなかった路面健全度の劣化状態が耐荷力の低下速度を加速させる点を加味し，さらに調査環境によって生じる観測値のシステム的な欠損問題も同時にモデル化した．実際の調査結果も用いた推計結果では，路面の劣化状態が舗装耐荷力の低下過程に与える影響度は耐荷力が健全度に与える影響度に比べると小さいものであると分かるとともに，複数の劣化過程を同時に定式化することで長期的な劣化予測をより正確に行なうことが可能になったといえる．また，路面の状態が悪くなるにつれ耐荷力に与える影響も無視すべきではない程度となるため，耐荷力が路面健全度に与える劣化の加速ばかりに注視するのでなく，路面の状態を良好に維持することも道路のサービス水準を保つ上で重要であると分かった．

当然のことながら本実証分析で得られた推定結果は，今回用いた対象についてのみいえる結果である．具体的には表層に密粒材料を用いた場合，表層が浸水などにより破損した後に基層部分が破損していく．一方で表層に高機能舗装を用いた場合，表層の性能が非常に高く基層部分が劣化した後に表層部分が破損していく．つまり，表層の材質により劣化メカニズムがことなり，密粒を使用した場合基層の期待寿命は高機能舗装を使用した場合に比べ長くなるものと考えられている．しかし今回の劣化モデルの推定では逆の結果が得られている．原因として，舗装材料として高機能舗装を標準舗装材料として表層のみの補修に利用されていたのが，結果として基層部分の剥離などの損傷が発生しそれ以降，基層（もしくは路盤）まで補修が実施されたというデータと同質の情報として扱ったことなどが考えられる．こういった現実の劣化過程との整合性を取るため，舗装工学的な背景を考慮した説明変数の作成をより精緻に行なうことが求められる．

第5章　結論

本研究では，劣化過程に多く不確実性が介在する多層構造を有する道路舗装構造物の劣化に着目した．道路舗装マネジメントを行なううえで路面の健全度と舗装の耐荷力という2つの異なる劣化過程を同時に予測し，長期的な管理目標や予算計画などを策定することが道路管理者にとって非常に重要である．過去に開発されてきた道路の劣化ハザードモデルの多くは，1つの対象についての劣化予測を主目的としている．しかし，多層構造を有する道路のマネジメントを行う上で，道路舗装の補修に限らず道路の打ち換えといった意思決定も道路管理者は同時に考慮する必要がある．そのため，舗装構造の内部に異なる複数の劣化過程がある場合，同時に各劣化過程の予測を行うことが求められる．本研究では，異なる劣化過程の同時推定を主軸に分析を行なった．以下に各章で得られた知見をまとめる．

第2章では従来開発されてきたハザードモデルの変遷を確認し，本研究の複合的隠れマルコフ劣化モデルの目的を述べた．加えて，複数の劣化過程を同時に推計する時に生じる観測値の欠損を解決するための複合的な劣化過程の考え方の概要を示し，複数の調査を実施することによる観測値の欠損の整理を行なった．

第3章では複合的隠れマルコフ劣化モデルの基本となる階層的隠れマルコフ劣化モデルの実証分析を行なった．階層的隠れマルコフ劣化モデルは舗装耐荷力が他層の劣化過程から独立な劣化過程を有するとともに，路面の健全度の劣化過程は耐荷力の状態に依存するモデルである．舗装の耐荷力が低下すると路面の劣化速度が速くなるという知見が経験的に道路管理者は有している．そのため，耐荷力に依存した路面健全度の劣化速度の把握を行なうことで，管理区間の維持管理政策を決定することが可能となる．分析を通じて耐荷力の低下に従って路面健全度の劣化速度が加速されていることが知見として得られた．しかし，階層的隠れマルコフ劣化モデルでは路面性状調査により健全度情報が完備であることがモデルでは必要となっており，耐荷力の観測値の部分的な獲得しか扱えていない．

第4章では複合的隠れマルコフ劣化モデルを提案した．現実の道路管理において路面健全度を調べる路面性状調査と耐荷力を調べるFWD調査が同地点同時点に実施されることは考えられない．また，重点管理区間とされている区間についての調

査や，構造物の老朽化による高頻度の調査など各調査実施時点は道路状態に依存して変動するため完全な定期的な実施調査として扱うことができない．調査情報が潤沢に蓄積されれば道路路面の管理上は隠れマルコフ劣化モデルを用いることで十分に把握できるが，路面の健全度により舗装耐荷力の低下速度が加速される場合，路面健全度と耐荷力の2種類の劣化過程を複合的推計することが必要とされる．分析を通じて耐荷力の低下に従って路面健全度の劣化速度が加速されるとともに，路面健全度の劣化に従って舗装の耐荷力の低下速度が加速されることが分かった．また，前者に比べ後者の影響度は非常に小さいものであることも分かった．同時に，路面健全度が悪いと耐荷力への影響も無視できないものとなり，サービス水準に直接関わる路面健全度の劣化をより相乗的に加速させてしまう恐れがあると分かる．そのためには最適な管理を行い路面健全度を良好な状態に維持するよう努めることが必要であるという示唆が得られた．双方向に影響しあう劣化過程を推計することにより，より正確な長期的なシミュレーションを通じた予算計画や維持管理政策の策定が可能になったといえる．

参考文献

1) 小林潔司，貝戸清之，江口利幸，大井明，起塚亮輔：舗装構造の階層的隠れマルコフ劣化モデル，土木学会論文集，No.4/IV-67，pp.422-440，2011.

2) 杉崎光一，貝戸清之，小林潔司：目視検査周期の不均一性を考慮した統計的劣化予測手法の構築，構造工学論文集，土木学会，Vol.52A，pp.781-790，2006.

3) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.

4) Mishalani, R. and Madanat, S. : Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models, *ASCE Journal of Infrastructure Systems*, Vol.8, No.4, pp.139-148, 2002.

5) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge Universimy Press, 2000.

6) Amemiya, T. and Boskin, M.: Regression analysis when the dependent variable is truncated lognormal, with an application to the determinants of the duration of welfare dependency, *International Economic Review*, Vol.15, p.485, 1974.

7) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82，2005.

8) 青木一也，山本浩司，津田尚胤，小林潔司：多段階ワイブル劣化ハザードモデル，土木学会論文集，No.798/VI-68，pp.125-136，2005.

9) 貝戸清之，熊田一彦，林秀和，小林潔司：階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化，土木学会論文集F，Vol.63，No.3，pp.386-402，2007.

10) 林秀和，貝戸清之，熊田一彦，小林潔司：競合的劣化ハザードモデル：舗装ひび割れ過程への適用，土木学会論文集D，Vol.65，No.2，pp.143-162，2009.

11) 津田尚胤，貝戸清之，山本浩司，小林潔司：ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法，土木学会論文集，No.798/VI-68，pp.125-136，2006.

12) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集A，Vol.63，No.2，pp.336-355，2007.

13) 小林潔司，熊田一彦，佐藤正和，岩崎洋一郎，青木一也：サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル，土木学会論文集F，Vol.63，No.1，pp.1-15，2007.

14) 貝戸清之，山本浩司，小濱健吾，岡田貢一，小林潔司：ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル：大規模情報システムへの適用，土木学会論文集F，Vol.64，No.2，pp.115-129，2008.

15) 小濱健吾，岡田貢一，貝戸清之，小林潔司：劣化ハザード率評価とベンチマーキング，土木学会論文集A，Vol.64，No.4，pp.857-874，2008.

16) 小林潔司，貝戸清之，林秀和：測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル，土木学会論文集D，Vol.64，No.3，pp.493-512，2008.

17) 和合肇：ベイズ計量経済分析, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用, 東洋経済新聞社,2005.

18) 伊庭幸人：計算統計学のフロンティアー計算統計II, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺，岩波書店，2005.

19) Diebolt, J. and Robert, C.P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, Vol.56, pp.363-375, 1994.

20) Titterington, D.M., Smithe, A.F.M. and Makov, U.E.: *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*, John Wiley & Sons., 1985.

21) Geweke, J.: Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments, in Bernardo, J.M., Berger, J.M., Dawid, A.P. and Smith, A.F.M.(eds.) :*Bayesian Statistics 4*, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.

22) Robert, C.P.: Mixtures of Distributions: Inference and Estimation, in: Gillks, W.R., Richardson, S. and Spiegelhalter, D.J. (eds.): *Markov Chain Monte Carlo in Practice*, Chapman & Hall, 1996.

23) Robert, C.P., Rydén, T. and Titterington, D.M.: Bayesian inference in hidden Markov models through the reversible jump Markov chain Monte Carlo method, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, Vol.62, pp.57-75, 2000.

24) Dempster, A.P., Laird, N. M. and Rubin, D. B.: Maximum likelihood from incomplete data via the EM Algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, Vol.39, pp.1-38, 1977.

25) Celeux, G., Hurn, M. and Robert, C.P.: Computational and inferential difficulties with mixture posterior distributions, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.95, pp.957-970, 2000.

26) Chib, S.: Marginal likelihood from Gibbs output, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.90, pp.1313-1321, 1995.

27) Newey, W.K. and West, K.D.: A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix, *Econometrica*, Vol.55, pp.703-708, 1987.

28) Han, C. and Carlin, B.P.: MCMC methods for computing Bayes factors, A comparative review, *Biometrika*, Vol.84, pp.711-732, 2000.

謝　辞

本論文を結ぶにあたり，本研究の遂行に際して，ご指導，ご協力を頂きました多くの方々に感謝の意を表します．京都大学工学研究科の小林潔司教授には，非常にご多忙の中，時間を割いて頂き，多くの御指導を頂きました．小林潔司教授の研究に対する真摯さと，教育者としての人間性を知り，3年間という短い時間ではありましたが貴重な時間を得ることができました．心より深く感謝申し上げます．京都大学工学研究科の松島格也准教授には，研究のみならず，研究室生活の姿勢についての指導まで多岐に渡り大変お世話になりました．心より御礼申し上げます．京都大学工学研究科の大西正光助教には，日頃より研究に対して貴重な御指導をして頂き，日常生活においても大変お世話になりました．深く感謝の意を表します．京都大学大学院工学研究科の吉田護特定助教には，研究についての指導から，私生活においても非常にお世話になり楽しい時間を共有することができました．京都大学大学院工学研究科の鄭蝦榮研究員には，研究について日頃より多くのご意見を頂きました．心より感謝申し上げます．大阪大学大学院工学研究科の貝戸清之准教授には，大変ご多忙のなか時間を惜しみなく割いていただき，研究についての多くの御指導を頂きました．万謝の意を申し上げます．(株）高速道路総合技術研究所の大井明氏，山口清人氏の両氏には本論文作成に際して貴重なデータを提供して頂きました．感謝にたえない次第です．(株）パスコの青木一也氏，森悠氏にはベトナムでの小生の生活をご多忙の中労を厭わずサポートして頂きました．心より感謝の意を申し上げます．Nguyen Dinh Thao氏には2ヶ月に渡るベトナムでの生活を常に助けて頂きました．厚く御礼申し上げます．(株）中日本高速道路の高橋昭一氏には，建設中も含めたベトナムの道路視察など多大なサポートをして頂きました．心より感謝申し上げます．(株）日本水工設計の藤木修氏，新川勝樹氏，野尻希守氏には，アメリカにおける下水道事業の調査に参加するなかで，実際の業務に携わるプロの姿勢を学ぶことができました．深く感謝申し上げます．研究室の秘書の藤本彩氏には，日頃より多くの事務上の支援を頂くとともに，様々なご支援を頂きました．厚く御礼申し上げます．博士後期過程の阿部真育氏には，本研究で頓挫した際に多くの御意見を頂くとともに，公私に渡り大変お世話になりました．阿部氏の弛まぬ向学心と社会人としての姿勢をお教え頂きました．今後のご活躍を願って

止みません．同学年の榊原稔基氏，佐倉影昭氏，籾山嵩氏，白承志氏，王充氏とはともに勉学に励み，励ましあいながら研究室生活を送ることができました．厚く御礼申し上げます. 計画マネジメント論研究室の諸兄姉には本論文を取りまとめるにあたり多大な御協力を頂きました．感謝の意を表します. さらに，紙面には書ききれない多くの方々に，筆者の研究生活は支えられ，またその支えによって，本論文は完成に至りました．ここに記すことができない失礼をお詫び申し上げるとともに，感謝の意を記します. 最後に，自分勝手で心配ばかりかける小生に対して，日頃からの惜しみない支援と不自由のない大学生活を常に供与して下さった家族に，心より感謝の意を表します.