

PFI事業のための動学的最適補助金スキーム

平成23年3月3日

京都大学大学院工学研究科

都市社会工学専攻

金 勇

要 旨

本研究では、PFI事業のための動学的最適補助金スキームを設計し、債券、クレジットライン及び株式で事業を実行する方法を提案する。政府はある外部経済便益は大きいですが、料金の徴収だけでは投資を回収できないPFI事業を補助金を通じて成立させようとする。また、事業の実行において、事業の成果を観測できるのはエージェントのみであるため、エージェントと政府の間で情報の非対称が存在する。本研究では、エージェントが事業のキャッシュフローを個人消費に転換することを防ぎ、エージェントにインセンティブを与えられるような最適補助金スキームを検討し、クレジットライン契約が最適メカニズムであることを示す。

目次

第1章	はじめに	1
第2章	本研究の基本的な考え方	3
2.1	既存の研究概要	3
2.2	補助金スキームとエージェンシー問題	4
2.3	金融契約としての補助金契約	5
第3章	基本モデル	7
3.1	モデルの前提条件	7
3.2	最適契約の構造	9
3.2.1	終端条件	11
3.2.2	期中継続関数の導出	11
3.2.3	期中継続関数とエージェンシー問題	13
3.2.4	最適契約	15
3.2.5	契約の初期化	16
第4章	動学的補助金スキームのデザイン	18
4.1	補助金スキームのデザイン	18
4.2	最適契約の実行	19
第5章	おわりに	22
付録A	命題の証明	付-1
参考文献		付-6

第1章 はじめに

日本において、民間資金を活用して、インフラ整備及び運営を行う事業スキームであるPFI (Private Finance Initiative) 方式が用いられて10年以上が経過した。また、途上国においても、プロジェクトファイナンス方式により電力や道路といったインフラ整備が、急速に高まる需要に対応するために急速に普及してきた。PFI方式により実施されるプロジェクトは、これまで政府が直接提供していたものであり、多かれ少なかれ公共性を有している。特に、インフラ施設を対象としたPFIプロジェクトは、利用者が得られる便益の他に、社会基盤としての重要な役割を担うことになる。したがって、インフラPFIではSPCが事業から得る収益の他に、無視できない外部経済便益が存在する¹⁴⁾。PFIプロジェクトにおける資金の提供者はSPCのスポンサー及び金融機関である。これらの資金提供者が事業に参加する第一義的な目的は、投下した資金を事業収益として回収することである。したがって、仮に社会的に正の便益を生み出す事業であっても、利用者から回収する料金のみを原資として、初期投資を回収することができるとは限らない。実際に、多くのインフラ事業において、政府が何らかの形で補助金や信用補完といった形の財政的支援が行われることが少なくない。

その一方で、政府による無計画な補助金の支出は、民間事業者のモラルハザードを招き、事業の効率性を担保できない。例えば、政府と民間事業者の間で保有する情報の量に格差が存在する場合、民間事業者は自らの情報上の有利な立場を利用して、必要以上に政府に対して補助金を要求するかもしれない。あるいは、常に債務保証によって、事業の採算性が確保されている場合には、努力することによって事業の効率性を高めるインセンティブが生じないこともある。このように、補助金は公共的な性格を有する事業を財政的な成立可能性の観点から、民間が実施することを可能にする一方で、民間事業者のモラルハザードによる厚生損失が発生する危険性がある。したがって、PFI事業としての財政的な成立可能性の条件と、民間事業者のインセンティブの確保という2つの条件を両立させるような補助金の支払いスキームを検討しなければならない。本研究では、最適メカニズムのデザインを通じて、毎期に渡って行われる債務保証よりも、クレジットライン契約のほうが最適であることを示す。

本研究では、政府とエージェント（民間事業者）の間の補助金支払いに関する長期契約モデルを定式化し、最適な補助金支払いスキームを導出することを目的とする。基本的な前提として、政府とエージェントの間に、事業で実際に得られたキャッシュフローの大きさに関する情報の非対称性が存在していると仮定する。仮に、政府がエージェントの報告を信用し、投資家への返済に不足するだけの補助金を支給するようなスキームの場合、エー

エージェントは、政府に対して虚偽の報告をし、不必要なレントを獲得する可能性がある。補助金支払いは、一時点の問題ではなく、有限期間の間で每期繰り返される動学的な構造を有している。本研究では、以上のような前提を考慮した上で、次善解としての補助金支払いスキームを導く。

以下、第2章では、本研究の基本的考え方を示すことを目的とし、既存の研究概要をレビューした上で、本研究の論点を明らかにする。第3章では、政府とエージェントの間の情報の非対称性を考慮した動学的補助金支払いスキーム契約を、基本モデルとして定式化する。第4章では最適契約を長期債券、クレジットライン及び株式で実行する方法を検討し、最適補助金スキームを提案する。第5章では本研究で得られた結論をまとめるとともに、その意義について述べる。

第2章 本研究の基本的な考え方

2.1 既存の研究概要

PFI 事業に関しては膨大な文献が蓄積されている一方、PFI 事業の補助金スキームに関する研究は十分に行われたとは言い難い。その中で、長谷川、上田等¹⁴⁾は PFI 事業における公的支援に着目し、公共が民間に交付可能な公的支援の金額の範囲について検討している。そして、帰着便益構成表を利用して、PFI 事業の類型ごとに財政支出削減・標準化および投資効率性・元利返済の条件を満たすような公的支援の範囲を導出している。織田澤¹²⁾等は PFI 事業においてプロジェクト企業のデフォルトリスクを避けるために公共主体がプロジェクト企業の債務の一部を無償に負担する公的債務保証に着目し、公共主体による金銭的支援の正当化条件を分析した上で、キャッシュフローの不確実性を考慮した公的債務保証の無リスク現在価値評価の方法を提案した。また、大西¹³⁾等は独立採算型 PFI 事業の外部経済便益が存在するという条件のもとで、契約保証金と事後的補助金の役割について分析している。しかし、以上の文献では、政府と民間事業者の間に存在するエージェンシー問題を考慮していない。

一方、PFI 方式が導入される以前の民間資金を活用した公共サービスの提供スキームとして第三セクター方式があるが、赤井¹¹⁾は、第三セクター方式のガバナンス上の問題点として官民の不明瞭な責任分担を指摘した。さらに、PFI 事業では、官民の明確なリスク分担の必要性を指摘している。以上、既存の研究では、官が負担すべきリスクの領域の明確化が重要であることが指摘されている。このように、PFI においても、エージェンシー問題を回避するための制度的仕組みを構築する必要性が指摘されている一方、補助金がどのようなルールに従って支払われるべきかという問いに、理論的にアプローチした研究は、筆者の知る限り存在しない。

エージェンシー問題については、これまでに膨大な蓄積が存在する。プリンシパルとエージェントの間の情報の非対称性に起因する逆選抜やモラルハザードが存在するもとの、最適契約設計のモデルはプリンシパル・エージェント (principal-agent) モデル (以下、PA モデル) と呼ばれる。情報の非対称性は、あらゆる取引における取引費用の要因となる。PA モデルは、極めて広範な分野の契約設計問題に応用され、望ましい取引契約のスキームに関する理論的な基礎を与える有力なツールとなった。特に、ミクロレベルの金融取引の本質的な問題は、貸し手と借り手の間の情報の非対称性の問題である。PA モデルは、担保や資本、負債といったさまざまな金融取引上の仕組みの意義を明らかにするのに貢献してきた。本研究においても、政府の補助金支払いスキームを、契約問題として定式化し、PA

モデルの枠組みに基づいて、最適な補助金支払い「契約」を導出することを目的とする。

2.2 補助金スキームとエージェンシー問題

公的債務保証の制度的欠陥により民間事業者の深刻なエージェンシー問題が引き起こされることは、理論実証の両側面から指摘されている。日本では、PFI方式が導入される以前から、民間資金を活用した公共サービスの提供する手法として第三セクターが用いられてきた。第三セクターは公共サービスの提供に関してある程度の成果を収めてきたと考えられたが、その後、リゾート関連に代表される第三セクターの破綻が相次いだ。第三セクターの失敗の最も重大な要因として指摘されているのが、官民の不明確なリスク分担である。赤井¹¹⁾は、過去の第三セクターでは、官民出資という形態や、政府との関係の強化を目的とした民間事業者の参入による馴れ合い体質に起因するモラルハザードや逆選抜を発生させる制度的な欠陥があったと指摘している。

過去の第三セクターの問題点は、料金収入と補助金や債務保証を合わせたトータルのキャッシュフローがエーเจントの努力水準と必ずしも連動していなかったり、政府が観察できない情報に関して、正直にエーเจントが報告するインセンティブが生じないような仕組みにあったことである。PFIスキームにおいても、政府からの財政的支援が得られないと民間事業として成立しないような場合に、制限のない場当たりの補助金の支給は、結果的に過去の第三セクターと同じ問題に直面する可能性がある。

PFI事業における制限の場当たりの債務保証は基本的な補助金スキームとして、事業の実行期間において赤字が発生するたびに不足な部分を政府が補助金を出してカバーし、事業を続けさせてきた（例えば織田澤など¹²⁾など）。ただし、こういう補助金スキームはエーเจントのモラルハザード問題を解決できないだけでなく、事業の破綻リスクも考慮することができない。本研究では最適契約の実行方法の検討を通じて、每期において債務保証を行う方式より、一定額の補助金を渡し、クレジットラインで流動性ショックに対応する方式が最適であることを示す。

事業の成果が観察不可能であれば、債務保証を通じて行う補助金政策はモラルハザードを招く恐れがあり、多大な問題が存在する。本研究で注目する事業は財政的に成り立たないため、業績がどこまでよくなってもNPVが正になることはない。しかし、エーเจントと政府の間に情報の非対称性から生じるモラルハザード問題を解決するために、政府は何らかの基準に基づいてエーเจントを報酬に払わなければならない。本研究ではその報酬を政府がエーเจントに支払うボーナスだと考慮し、ボーナスを過去の業績（第 t 期を含める）と連動させることによってエーเจントにインセンティブを与え、モラルハザードを回避する。本研究の趣旨は、奨励制度を考慮した補助金政策が最適メカニズムであることを示し、クレジットライン契約の実行方法を検討することにある。

2.3 金融契約としての補助金契約

民間事業者が利用者からの料金収入のみでは、財政的に事業が成立しない場合、政府からの財政的支援が不可欠である。政府からの補助金は、エージェントが獲得するキャッシュフローに直接影響を及ぼす。補助金は、事業リスク、クレジットリスクに対して直接的に働きかける。したがって、補助金契約は、事業の金融契約全体の一部を構成するものとして位置づけられなければならない。財政的な面から、エージェントの規律づけを考える場合には、金融契約のみだけではなく、政府の財政的支援のスキームも同時に考慮する必要がある。

金融契約が、エージェントの規律づけのために果たす役割については、これまで膨大な研究が蓄積されてきた。1970年代後半から、なぜ負債-資本という金融構造が最適なスキームとなり得るのか、を明らかにするための、多くの研究が蓄積されてきた。伝統的なエージェント理論モデルでは、負債契約の最適性を説明することができない。したがって、経営者の努力の観察可能性、成果の観察可能性、立証可能性、再交渉等、金融契約に特有の構造を考慮して定式化することによって、負債及び資本の役割が説明されてきた。Green⁷⁾は、情報の非対称性が存在する下で、エージェントがプロジェクトから生じたキャッシュフローを個人消費に転換する問題の最適契約として、内生的に株主と投資家間のリスク分担構造が生じることが示した。Diamond⁵⁾はキャッシュフローがエージェントにのみ観測可能で、エージェントに転換される可能性のあるモデルを分析した。以上のモデルで、プロジェクトライフは1期であり、最適契約は債権となる。最適契約のデザインにおいて、Green, Spear, Srivastava⁷⁾は帰納的手法を利用し、Thomas と Worrall¹⁰⁾は任意のプロジェクト期間において、過去の期間の情報を濃縮したパラメータはエージェントのディスカウントされた期待利得であることを分析した。すなわち、成果の観測不可能性を条件にした最適契約の設計においてそのディスカウントされた期待利得は状態変数になるのである。Gromb⁸⁾はそのアプローチを用いて多期間プロジェクトにおいて破綻リスクが如何にエージェントが正直にキャッシュフローを報告するように影響するのかを分析した。DeMarzo, Fishman⁶⁾は Gromb⁸⁾のモデルを拡張し、清算段階でプロジェクトのダウンサイズを可能にし、企業の投資と成長に注目した。Biais¹⁾等は Demarzo の基本モデルを用いて株式、債券及び内部留保で実行する最適契約をデザインし、アセットプライシングに関する数理的アプローチを提案した。

本研究では、金融契約と補助金の支払いを同時に考慮した最適補助金支払いスキームを導出する。基本的な構造は、情報の非対称性が存在する下での動学的な金融契約の導出と同じ構造であり、DeMarzo, Fishman³⁾のモデルに基づいた、動学的補助金モデルを定式化する。その最適補助金契約を解いた後、債券、クレジットライン、株式などの証券の組合せで契約を実行する方法を提案し、結果として毎期に一定額の補助金を支払い、クレジット

トラインで流動性リスクをヘッジするクレジットライン契約が最適補助金スキームであることを示す。

第3章 基本モデル

3.1 モデルの前提条件

政府が、PFI方式によって公共サービス提供のための施設を建設する場合を考える。エージェント（民間事業者）は、公共サービスの利用者から利用料金を徴収することができる。しかし、料金収入だけでは初期投資を回収できないような事業を仮定する。すなわち、エージェントは、政府からの財政的な支援措置がない限り、PFI契約を締結する誘因を持たない。したがって、政府がエージェントに対して、契約に基づいて補助金を支払う場合を考える。

事業を実施するにあたり、初期投資 I を必要とする。エージェントは、事業期間の第 t 期に d_t だけ投資家に返済する義務を負う。第 t 期における事業のキャッシュフローを確率変数 Y_t で表す。毎期のキャッシュフロー $\{Y_t\}$ は、それぞれ独立であり、任意の $s < t$ に対して、 $E_s[Y_t] = E[Y_t] = \mu_t$ が成立する。この仮定は、每期、実現するキャッシュフローの値が将来のキャッシュフローの予測に対して、新たな情報をもたらさないことを意味している。政府と投資家はリスク中立的であり、将来のキャッシュフローの現在価値評価に用いる割引率は、無リスク金利 r である。一方、エージェントの割引率は、主観的割引率 $\gamma \geq r$ を仮定する。この場合、エージェントが仮に豊富にキャッシュを保有していたとしても、常に外部の資金を借り入れる方を選択する。

政府とエージェントの間には、情報の非対称性が存在し、キャッシュフローの最小値 Y_t^0 は政府も観測できるが、実際のキャッシュフロー Y_t はエージェントのみ観測可能である。エージェントは、第 t 期において発生したキャッシュフローを観察した後、投資家への返済のために不足した額 s_t を報告する。ただし、実際に発生したキャッシュフローの大きさ Y_t は、政府にとって観測不可能な値であるから、報告された s_t の大きさが真の値かどうかを政府は知ることができない。このとき、エージェントは、真の不足額 $d_t - Y_t$ よりも大きい s_t を報告し、正のキャッシュ $Y_t + s_t - d_t (> 0)$ を得ることができる。

ここで、エージェントは隠匿して獲得したキャッシュ1単位のうち、すべてを自らの個人的消費に利用することができるわけではなく、 $\lambda \in [0, 1]$ だけ個人的な消費に回すことができると仮定する。すなわち、 $1 - \lambda$ は、キャッシュ隠匿のためのコストと考えることができる。ただし、 $\lambda = 0$ であれば、エージェントがキャッシュを隠匿し、個人消費に回すことによって得られる利益がゼロなので、エージェント問題が生じない。したがって、 $\lambda > 0$ を仮定する。

時刻 t に、キャッシュフロー Y_t が明らかになったのち、エージェントは契約を破棄する

オプションを有している．また，契約で契約解除の条件が定められており，その条件にしたがって，事業が終了する可能性もある．ここで，第 t 期に事業が終了した場合，仮に，それ以降も事業を継続していれば得られたであろう利用者の消費者余剰の第 t 期時点における現在価値を W_t と表そう．政府の利得は，利用者の消費者余剰から補助金の支払い額を差し引いた値として定義する．ただし，発生する利用者の消費者余剰水準をゼロに基準化しよう．すなわち，第 t 期に事業が終了することにより，政府は負の消費者余剰 $-W_t$ を獲得する．エージェントは契約解除によって，外部機会から生じる利得 $R_t \geq 0$ を獲得する．また，投資家が契約解除によって獲得する利得を L_t と表す．

運営期間中のキャッシュフローとは異なり，契約中止に伴う利得は，分割可能であり，さらに分割された利得の大きさも，観察可能であり，かつ，契約可能であると仮定する．清算した場合の利得は，任意の $s < t$ について，以下の条件を満たすと仮定する．

$$W_s \geq e^{-r(t-s)} W_t \quad (3.1)$$

$$R_s \geq e^{-\gamma(t-s)} R_t \quad (3.2)$$

$$L_s \geq e^{-\gamma(t-s)} L_t \quad (3.3)$$

仮定 (3.1)，(3.2) 及び (3.3) は，事業資産を維持し，将来時点まで，オプションの行使を先延ばしすることが可能であることを示している．

事業中止の決定より前の時点 s における事業のファーストベストの価値は，

$$V_s^{FB} \equiv \max_{\tau \geq s} \left[\left(\sum_{s < t \leq \tau} e^{-r(t-s)} Y_t \right) + e^{-r(\tau-s)} (-W_\tau + R_\tau + L_\tau) \right] \quad (3.4)$$

第 T 期を最適な解除のタイミングとすると，

$$V_t \geq -W_t + R_t + L_t \text{ for } t \leq T \quad (3.5)$$

であり， $t = T$ で，初めて等式が成立する． $T \geq 0$ を仮定すると，最適な契約の下では，時点 T までに契約が解除されなければならない．したがって，一般性を失うことなく，事業は，時点 T までに中止され，時点 T 以降は，キャッシュを生まないと仮定する．ここでは，最適プロジェクト期間 T は有限であると仮定する．

政府は，事業期間中に発生するキャッシュフローや，エージェントの消費や貯蓄も観察することができない．政府は，投資家への返済が行われたかどうかという事実と，エージェントが提出するレポートのみを観察することができる．したがって，政府がエージェントに補助金を支払うスキームを取り決めた補助金契約では，投資家への返済の事実と提出されたレポート及びそのレポートによって決まるエージェントへの報酬のみが記述可能である．

プロジェクトの実施の流れは，図-3.1 に示す通りである．毎期初，エージェントはキャッシュフローを受け取る．その後，エージェントは，時点 t において投資家に返済すべき額 d_t に

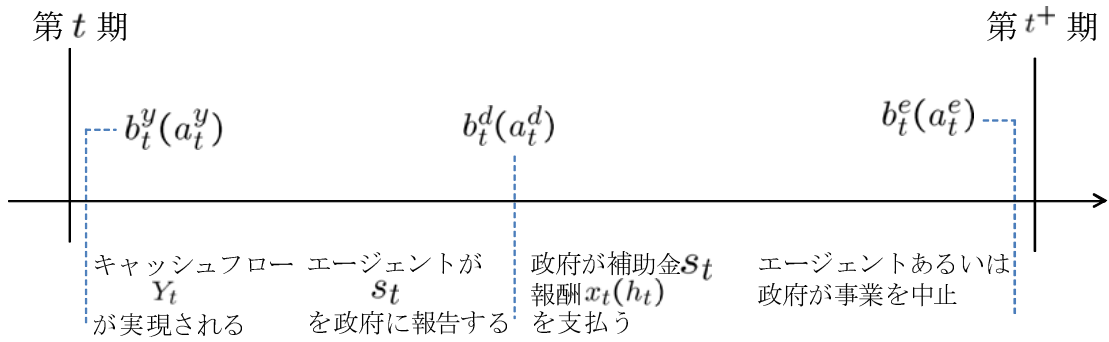


図-3.1 第 t 期におけるシナリオの設定

不足する額 s_t を政府に報告する。さらに、第 t 期までの履歴 h_t に基づく報酬 $x_t(h_t)$ を得る。ただし、履歴 h_t は、第 t 期までの不足額に関する報告と報酬額を含む。このとき、真のキャッシュフローの額が Y_t であれば、第 t 期におけるエージェントの利得は、 $\lambda(Y_t + s_t - d_t) + x_t(h_t)$ である。最後に、契約では、履歴 h_t に依存して、第 t 期において、確率的に契約を破棄、すなわち事業の清算をすることができると仮定し、その確率を $p_t(h_t)$ と表す。プロジェクトが規模に関して収穫一定の場合は、部分的な清算が可能であると解釈することもできる。契約の破棄は、契約で定められた条件を満たす場合だけではなく、エージェント側から一方的に契約を破棄することも可能であると仮定する。

3.2 最適契約の構造

契約は、履歴 h_t に依存した報酬 x_t 及び清算確率 p_t の組み合わせである。エージェントは、契約 $\sigma = (x, p)$ を所与として、戦略 φ を選択する。戦略 φ は、第 t 期においてキャッシュフローが実現した後に報告する必要補助金 $s_t \in [0, d_t - Y_t^0]$ の額と契約を継続するか破棄するかを選択で構成される。政府は、契約 σ の下でのエージェントの意思決定行動を所与として、自らの利得を最大化する。すなわち、契約 σ は、エージェントのインセンティブを決定づけるメカニズムと見なすことができる。顕示原理 (revelation principle)⁹⁾ により、最適契約の解として、エージェントが真のキャッシュフローを表明させるメカニズムのみに着目すればよい。

ここで、契約 σ の下で、戦略 φ を選択したときの利得は

$$A_t(\sigma, \varphi) = E \left[\sum_{t < s \leq \tau} e^{-\gamma(s-t)} (\lambda(Y_s + s_s - d_s) + x_s) + e^{-\gamma(\tau-t)} R_\tau | \sigma, \varphi, \tau > t \right]$$

と与えられる。ここで、 φ が、ある所与の σ の下で、 $A_t(\sigma, \varphi)$ を最大化するとき、契約とエージェントの戦略の組 (σ, φ) は、誘因両立的 (incentive compatible) であると呼ぶ。エー

ジェントの契約 σ の下での最適戦略 φ を所与として、 t 期の期末における政府の利得は、

$$B_t(\sigma, \varphi) = E \left[\sum_{t < s \leq \tau} e^{-r(s-t)} (-s_s - x_s) - e^{-r(\tau-t)} W_\tau | \sigma, \varphi, \tau > t \right]$$

と与えられる。契約と戦略の組 (σ, φ) は、これらが誘因両立的であり、なおかつ、エージェントの利得を維持しながら、政府の利得を改善できるような組が存在しない場合には、最適であるという。また、ある契約がある最適な契約と戦略の組の要素ならば、その契約を最適だという。毎期のキャッシュフローの確率分布は独立であり、エージェントは貯蓄を行わないという仮定から、 A_t と B_t の関数形は、政府、エージェントともに共有知識 (common knowledge) である。したがって、最適契約は、任意の履歴の下で、常に最適である。もし、この仮定が成立しない場合には、エージェントの利得とインセンティブが変化しないような契約をすべての期に対して、導出しなければならない。 t 期の期末のエージェントの利得を a と表す。 a を所与としたときの政府の利得は、

$$\begin{aligned} b_t^e(a) &\equiv \max_{\sigma, \varphi} B_t(\sigma, \varphi) \\ \text{subject to } A_t(\sigma, \varphi) &= a = \max_{\varphi'} A_t(\sigma, \varphi') \end{aligned} \quad (3.6)$$

である。

式 (3.6) の b_t^e を第 t 期における期末継続関数と呼ぶ。 b_t^e はエージェントの利得 a を所与とした場合に、政府が獲得可能な最大利得を表している。仮に、 a が実現可能な利得ではない場合には、 $b_t^e(a) = -\infty$ と定義する。期末継続関数 $b_t^e(a)$ は、第 t 期以降の利得に関連する性質を完全に特徴付けている。 a は第 t 期までの履歴に依存するが、この履歴情報はすべて現在価値 a の値に集約されている。したがって、最適契約は、政府の利得を最大化するような、エージェントに対する政府からの支払いの履歴と a の対応関係を導く問題として解釈することができる。

第 t 期には、図-3.1 に示すような順序でゲームが行われる。第 t 期の期初にキャッシュフロー Y_t が実現する。次に、エージェントが政府に実現したキャッシュフローを政府に報告する。エージェントからの報告に基づいて、政府は補助金を支払う。第 t 期の契約履行が完了した後、エージェントと政府は、 $t+1$ 期に進むか中止するかを決定する。 b_t^e は第 t 期において、継続の決断がなされたときの期末継続関数である。同様に、プロジェクトの第 t 期における期中継続関数 b_t^d と期初継続関数 b_t^y を定義する。 b_t^d は政府が補助金を支払う直前の継続関数であり、 b_t^y はキャッシュフロー Y_t が実現する直前の継続関数である。以上のモデルを最終期の第 T 期から前向きに解くことによって、最適補助金支払いスキーム (σ, φ) を求め、そのスキームの性質を3つの命題にまとめる。命題の証明は付録に添付する。

3.2.1 終端条件

前節で仮定したように、第 T 期が終わった後、すなわち第 T^+ 期からは、キャッシュフローは発生しない。第 T 期の期末継続価値を b_T^e と表す。第 T 期末に、エージェントに対して、利得 $a > 0$ だけ移転する場合には、 $\gamma \geq r$ から、その直後の第 T^+ 期に $e^{\gamma(T^+-T)}a$ 支払うことが最も効率的である。したがって、

$$b_T^e(a) = \begin{cases} -e^{(\gamma-r)(T^+-T)}a & a \geq 0 \text{ のとき} \\ -\infty & a < 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (3.7)$$

である。第 T 期末の期末継続価値は、割引率 r を所与としたときの利得 a を支払うときのコストである。また、エージェントの返済義務は、プロジェクト期間終了と同時に終了すると考えると、 $a < 0$ は実現しない。ちなみに、第 T 期以降の政府からエージェントへの支払いも可能ではあるが、割引率の違いを考慮すれば、このような支払いは非効率的である。したがって、すべての支払いは、第 T 期までに完了するものとする。

式 (3.7) が与えられれば、後から回帰的に解くことで、事業期間の第 $t (< T)$ 期の期末継続関数 b_t^e を導出することができる。また、第 t 期においては図-3.1 のようにゲームが進展する。 b_t^e が与えられれば、後述の命題 1 のように、期中継続関数 b_t^d が導出できる。 b_t^d が与えられれば、後述の命題 2 のように、期初継続関数 b_t^y が導出できる。さらに、 b_t^y が与えられれば、その直前の第 t^- 期の期末継続関数 $b_{t^-}^e$ が導出できる。ここで、 b_T^e は $a \geq 0$ に対して線形であるが、 b_t^e は一般的に凹である。直感的には、エージェントの利得のシェアが小さくなれば、それだけエージェント費用が高くなるであろう。したがって、エージェントの利得を小さくすることにより、政府が利得を増やすとき、その限界的な増加は、 a_t^e が小さくなればなるほど減少する。

3.2.2 期中継続関数の導出

第 t 期の期中における政府からエージェントへの報酬額 x_t と政府の期中継続関数 b_t^d を求めよう。事業を清算する以前の期においては、継続した場合の利得が清算した場合の利得よりも大きくなければならないので、 b_t^d は $a_t^d \geq R_t$ なる a_t^d に対してのみ定義される。ただし、 a_t^d は、エージェントの期中利得（すなわち、継続か清算の決定をする以前の利得）を表す。また、確率的な破棄が可能であるという仮定から、エージェントと政府の利得平面上で、清算した場合に獲得できる利得の点（清算点） $(-W_t, R_t)$ と $b_t^e(a)$ 上の点で構成される凸包（convex hull）の中に位置する利得は実現可能である。清算点 $(-W_t, R_t)$ と $b_t^e(a)$ 上の点を結ぶ線分のうち、フロンティアとなるのは、図-3.2 に示されるように、点 $(-W_t, R_t)$ から曲線 b_t^e 上の点を繋げた直線の中で勾配が一番大きい直線である。その直線と曲線 b_t^e の接点を a_t^L と、その傾き l_t だ（政府の限界利得）とする。エージェントの期中利得 $a_t^d \in [R_t, a_t^L]$

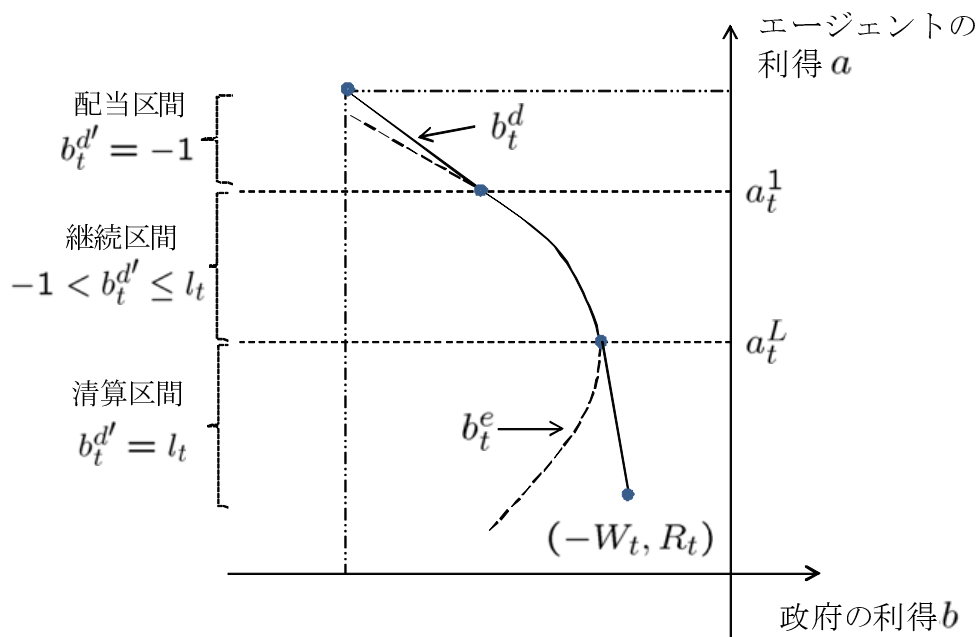


図-3.2 b_t^e から b_t^d を導出

は、事業を確率

$$p_t(a_t^d) = \frac{a_t^L - a_t^d}{a_t^L - R_t} \quad (3.8)$$

によって確率的に清算することによって得られる（確率的に）。清算しない場合には、エージェントは期中利得、 a_t^L を獲得する。ここで、清算をする確率（清算確率） p_t が履歴 h_t の関数ではなく、 a_t^d の関数と表現されていることに注意しよう。上述の通り、エージェントの継続利得は、履歴に関するすべての情報を含んでいる。したがって、 p_t は a_t^d の関数として表現することができる。

次に、エージェントへの報酬 x_t がどのような場合に生じるか考えてみよう。この段階におけるエージェントに対する利得の保証の仕方は、政府がエージェントに対してキャッシュを支払うか、あるいは、そのままキャッシュを支払わずに継続価値を保証することである。最適契約では政府にとって一番安い方法を選ぶ。もし政府がキャッシュでエージェントを補償するのであれば、エージェントを1ドル補償するために政府は1ドル使えばいい。したがって、継続関数の勾配が -1 より小さい場合、政府はキャッシュでエージェントを補償する。 b_t^e は凹であるため、ある点 a_t^1 が存在し、政府はその点の上からはエージェントをキャッシュで補償する。よって、エージェントのキャッシュ補償は

$$x_t(a_t^d) = \max(a_t^d - a_t^1, 0) \quad (3.9)$$

である．結果的に，継続関数 b_t^d は次の性質を持つようになる：

$$b_t^d \text{ は } b_t^{d'}(a) \geq -1 \text{ かつ凹である．} \quad (3.10)$$

エージェントへの現金報酬この性質によって決められる．

プロジェクトの最終期間第 T 期において，清算は最適である．ここで我々は $a_T^L = \infty$ であると定義する．それに， $\gamma > r$ であるため，エージェントへのペイメントは即時に支給される．すなわち， $a_T^1 = R_T$ になるのである．結果的に， $P_T = 1$, $x_T = a_T^d - R_T$, $b_T^d(a_T^d) = -W_T - (a_T^d - R_T)$ になる．以上の議論をまとめると b_t^d を導くことができる：

命題 1 b_t^e が凹であるとき，

$$l_t = \sup \left\{ \frac{b_t^e(a) + W_t}{a - R_t} : a > R_t \right\}$$

だとする．もし $l_t > -1$ であれば，

$$a_t^L = \inf \{ a > R_t : b_t^{e'} \leq l_t \}, a_t^1 = \inf \{ a : b_t^{e'} \leq -1 \}$$

だと定義し，

$$b_t^d(a_t^d) = \begin{cases} b_t^e(a_t^1) - (a_t^d - a_t^1) & a_t^d \geq a_t^1 \text{ のとき} \\ b_t^e(a_t^d) & a_t^L \leq a_t^d \leq a_t^1 \text{ のとき} \\ b_t^e(a_t^L) - l_t(a_t^L - a_t^d) & R_t \leq a_t^d < a_t^L \text{ のとき} \\ -\infty & a_t^d < R_t \text{ のとき} \end{cases} \quad (3.11)$$

もし $l_t \leq -1$ であれば，事業の清算が最適になる．この場合， $a_t^L = \infty$, $a_t^1 = R_t$ だと定義すると

$$b_t^d(a_t^d) = \begin{cases} -W_t - (a_t^d - R_t) & a_t^d \geq R_t \text{ のとき} \\ -\infty & a_t^d < R_t \text{ のとき} \end{cases} \quad (3.12)$$

最後に， b_t^d は条件 (3.10) を満たす．

3.2.3 期中継続関数とエージェンシー問題

ここでは b_t^d を所与とし， b_t^y を導出する．その導出過程で第 t 期期中におけるエージェンシーのキャッシュ隠匿問題を解決するアプローチを見せる．

第 t 期においてキャッシュフロー Y_t が実現された後に，エージェントは政府に補助金 s_t を要求する．その s_t をもとに，契約によってエージェントの継続利得 a_t^d が決められる．最適契約は顕示原理に従い，エージェントの継続利得 a_t^d をキャッシュフローの増加関数にす

ることによってエージェントがすべてのキャッシュフローを報告するようにインセンティブを与える． $s_t = d_t - Y_t$ であるため，エージェントが大きいキャッシュフローを報告することは政府にとっても望ましいことである．ただし，最適契約の定義によってエージェントの継続利得は政府の期待利得を最大化させなければならない．以上の議論をまとめると次の最適化問題になる：

$$b_t^y(a_t^y) = \max_{a_t^d(\cdot)} E[Y_t + b_t^d(a_t^d(Y_t))] \quad (3.13)$$

$$s.t.(IC) \quad a_t^d(Y_t) \geq a_t^d(y) + \lambda(Y_t - y) \quad \text{すべての } y \in [Y_t^0, Y_t] \quad (3.14)$$

$$E[a_t^d(Y_t)] = a_t^y \quad (3.15)$$

目標関数は政府の期待利得である．政府はエージェントが a_t^d を取得する条件に基づいて最大の継続利得を追求する．制約条件 (3.14) はエージェントが正直にすべてのキャッシュフローを報告させる誘因両立制約である．制約条件 (3.15) は政府のコミットメントを現わしている．つまり，第 t 期のキャッシュフローが実現される前に，政府はエージェントの期初利得（キャッシュフローが実現される前の利得） a_t^y がキャッシュフローが実現した後の期中の期待利得 $E[a_t^d(Y_t)]$ にマッチするという保証をするわけである．最適化問題 (3.13) を解けるため，まず問題を簡単化させる．制約条件 (3.14) は実際 $a_t^d(y) - \lambda y$ は y の増加関数である条件と同値であり，ひいては $a_t^{d'}(y) \geq y$ と同値である．

制約条件 (3.14) から我々はエージェントがすべてのキャッシュフローを正直に報告する結論を導くことができる．仮にエージェントが $\hat{y}_t(Y_t) \leq Y_t$ を報告し，利得 $a_t^d(\hat{y}_t)$ をもらうと仮定すると，エージェントの継続利得は $a_t^{d*}(Y_t) = a_t^d(\hat{y}_t(Y_t)) + \lambda(Y_t - \hat{y}_t(Y_t))$ になる．制約条件 (3.14) からすぐわかるように， $a_t^d(\hat{y}_t(Y_t)) + \lambda(Y_t - \hat{y}_t(Y_t)) \leq a_t^d(Y_t)$ for $y \in [Y_t^0, Y_t]$ であるため，正直にキャッシュフローを報告することは最適であり，エージェントの利得は $a_t^d(Y_t)$ である．

仮に $a_t^{d*}(Y_t) = a_t^d(Y_t)$ を満たすような $\hat{y}_t(Y_t) \leq Y_t$ が存在するとする．エージェントが \hat{y}_t を報告しようが Y_t を報告しようがエージェントの利得は変わらないが，政府の利得は：

$$\begin{aligned} [Y_t + b_t^d(a_t^{d*}(Y_t))] &- [\hat{y}_t + b_t^d(a_t^d(\hat{y}_t))] \\ &= Y_t - \hat{y}_t + b_t^d(a_t^d(\hat{y}_t) + \lambda(Y_t - \hat{y}_t)) - b_t^d(a_t^d(\hat{y}_t)) \end{aligned}$$

ところで， $b_t^{d'}(a) \geq -1$ であるため， $\frac{b_t^d(a_t^d(\hat{y}_t) + \lambda(Y_t - \hat{y}_t)) - b_t^d(a_t^d(\hat{y}_t))}{a_t^d(\hat{y}_t) + \lambda(Y_t - \hat{y}_t) - a_t^d(\hat{y}_t)} \geq -1$ ，従って

$$\begin{aligned} [Y_t + b_t^d(a_t^{d*}(Y_t))] &- [\hat{y}_t + b_t^d(a_t^d(\hat{y}_t))] \\ &\geq Y_t - \hat{y}_t - \lambda(Y_t - \hat{y}_t) \\ &= (Y_t - \hat{y}_t)(1 - \lambda) \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

結果的に、最適契約でエージェントは正直にキャッシュフローを報告するようになるのである。命題の詳しい説明と証明は付録に添付する。

命題 2 b_t^d が条件 (3.10) を満たし、 $\mu_t \equiv E[Y_t]$ であり、エージェントの報告したキャッシュフローが y だとすると、エージェントの継続利得は

$$a_t^d(y) = a_t^y + \lambda(y - \mu_t) \quad (3.16)$$

であり、

$$b_t^y(a_t^y) = \mu_t + E \left[b_t^d(a_t^y + \lambda(Y_t - \mu_t)) \right] \quad (3.17)$$

ただし、 b_t^y は凹である。

命題 2 は二つの重要な結果を示している。まず、命題 2 はエージェントがより高いキャッシュフローを報告することによって得られるマージナル利得は一定であることを意味している。結果的に、エージェントの主観的ディスカウントレートが私的貯蓄のリターンより高い ($\gamma > r$) ため、エージェントはわざわざキャッシュフローを隠して貯蓄し、将来にもっと高いキャッシュフローを報告する必要がない。言い換えれば、エージェントには私的貯蓄を行うインセンティブがないのである。したがって、本章の最初に提出した「エージェントは私的貯蓄をしない」は必要のない仮定であり、その仮定のもとで行われた議論は一般性を持つのである。

補題 1 私的貯蓄が不可能な最適契約において、エージェントは貯蓄をするインセンティブをもっていない。したがって、この契約は私的貯蓄が可能であっても最適契約である。

次に、式 (3.9) と式 (3.16) から最適契約におけるエージェントへの現金報酬を定式化することができる。

補題 2 エージェントへの現金支給は株式の請求からもらうものであり、

$$x_t = \lambda \max(Y_t - D_t, 0) \quad (3.18)$$

ただし、 $D_t = \mu_t + \lambda^{-1}(a_t^1 - a_t^y)$ である。

政府は最適契約により每期においてエージェントに株式請求に相応しい現金補償を支給する。

3.2.4 最適契約

ここでは b_t^y を所与とし、 b_{t-}^e を導出する。その結果を命題 1, 2 と組み合わせると、最適契約を回帰的解法で解いたことになる。

第 $t-$ 期期末においてエージェントに利得 a を提供するには、第 t 期の期初で a と利子 (利子率 γ) を払わなければならない。政府の継続利得は利子率 r でディスカウントされるため、以下の命題が成立する：

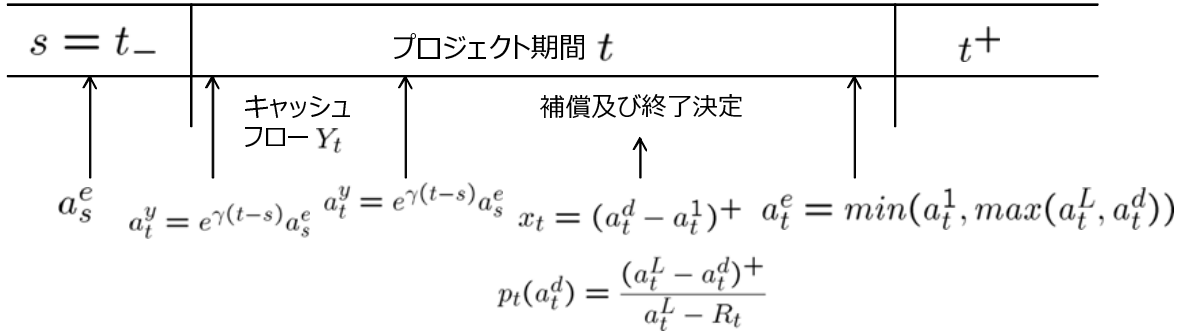


図-3.3 エージェントの継続利得，支給及び終了の変化過程

命題 3 b_t^y を所与とすると，第 t^- 期期末におけるエージェントの継続関数は

$$b_{t^-}^e(a_{t^-}^e) = e^{-r(t-t^-)} b_t^y(e^{\gamma(t-t^-)} a_{t^-}^e) \quad (3.19)$$

ただし， $b_{t^-}^e$ は凹である．

式 (3.7) より定義された第 T 期の期末継続関数 b_T^e から始まり，命題 1, 2, 3 で述べた継続関数のプロパティを組み合わせると，第 T 期の前の継続関数はすべて解いたことになる．

最適継続関数を回帰的に解いた後，それが如何に最適契約を定めるかを考察する．実際，契約のダイナミックスは一つの状態変数，つまり現時点でコミットしたエージェントの継続利得によって支配される．その状態変数は図-3.3 でまとめたようである．

s をあるプロジェクト期間第 t^- 期の期末だとすれば， $s = t^-$ ，エージェントのコミットされた利得は a_s^e である．するとエージェントの第 t 期の期初でコミットされた利得は $a_t^y = e^{\gamma(t-s)} a_s^e$ になる．そして，キャッシュフロー Y_t が実現されたあと，エージェントの利得は a_t^d になり，コミットされた利得 a_t^d は政府からの現金補償 x_t 及び清算確率 p_t を決める．事業が継続される場合，エージェントの継続利得は a_t^e と；事業が完全に清算される場合，エージェントの継続利得は R_t となる．もし $a_t^d \geq a_t^L$ であれば清算確率は 0 であり，エージェントの継続利得は $a_t^d = x_t + a_t^e$ である．仮に $a_t^d < a_t^L$ ならば清算確率 p_t は正であり，エージェントの現金補償は $x_t = 0$ ，期待利得は $a_t^d = (1 - p_t)a_t^e + p_t R_t$ になる．図-3.3 はエージェントのあるコミットされた初期利得から始まる最適契約の経緯をまとめている．

3.2.5 契約の初期化

プロジェクトが始まる直前の期間を第 0 期だとすると，エージェントと政府の第 0 期における継続利得はその時点での競争環境によって決定される．本研究では，政府がプロジェクトを所有しており，エージェントでプロジェクトに参加するかしないかのみを決定する

と仮定する．従って，契約はエージェントの利得を非負の範囲に保ちながら政府の利得を最大化させるようにデザインされる．プロジェクトに必要な初期投資が I ，エージェントがその中の Y_0 を貢献するとしたら：

$$a_0^d = \arg \max_{a \geq R_0 + Y_0} b_0^d(a) \quad (3.20)$$

になる．したがって，政府の利得は $Y_0 + b_0^d(a_0^d) - I$ である．また， $a_0^d \geq a_0^L$ であるかぎり，プロジェクトは確率 1 で開始されるし， $a_0^d \geq a_0^1$ エージェントはすぐ現金補償をもらえる．最適契約のデザインは本章で提出した 3 つの命題の説明と契約の初期化の説明で終わる．

第4章 動学的補助金スキームのデザイン

4.1 補助金スキームのデザイン

本研究の主な結果は長期債券、クレジットライン及び株式で実行することができる最適補助金契約をデザインすることである。最適補助金スキームを構築するため、上述の証券を以下のように定義する：

長期債券：満期日は第 T^* 期であり、所有者は満期日まで毎期に固定金額 k_t を、満期日には最終ペーメント f_{T^*} をもらうことができる。もしある期においてエージェントが債券の返済を行うことができない状態に陥ると、事業は清算になる。

クレジットライン：利子率は \hat{r} 、クレジットリミットは期間 $t \geq 0$ において c_t^L である。エージェントは任意の期間にクレジットラインから現金を引き出すことができる。ただし、クレジットリミットを上限とする。累積された引き出し金額とついていた利子の和がクレジットラインリミットを超えない限り、エージェントはクレジットラインに返済を行う義務はない。もしクレジットラインへの返済ができない場合、エージェントは破綻に陥る。

株式：債権の返済から残ったキャッシュフローは株式の配当として株主に支払われる可能性がある。配当は株主が所有する株の割合で決められる。

破綻（デフォルト）：もし第 t 期で事業が破綻になった場合、投資家はすべての検証可能なキャッシュを掴む。返済されなかった債券への支払額 $z > 0$ は契約で決められた株式の名目価値 N_t によって清算権力に転換される。すなわち、債権者は z をもらうかわりに、確率 $p_t(z) = z/N_t$ で事業を清算し、債務を確率 $1 - p_t(z)$ で許す。つまり、プロジェクトの $p_t(z) \times 100\%$ が清算になり；債務 $z \times (1 - p_t(z))$ が免除され、 $1 - p_t(z) \times 100\%$ 残るのである。事業が完全に清算される場合、債券者は清算利得 L_t をもらう。一方、政府はプロジェクトの破綻より生じる社会損失 $-W_t$ を抱えるようになる。

上述の株式、債券、クレジットラインの定義は実務で使われている証券と似ている。ただし、デフォルトに関する定義に確率的な破綻を入れている点は実務とだいぶ違うかもしれない。そこで、確率的な破綻を確率的な清算（破綻確率が p_t であれば、プロジェクトの全体の $p_t \times 100\%$ を清算する）と見直した。

プロジェクトの投資と建設は初期時点（第0期）に終了する。必要な初期投資はエージェントと投資家によって調達され、エージェントは其中で Y_0 を出資する。足りない部分 $I - Y_0$ は債権化され、投資家に販売される。よって、投資家は出資金額に相応な債権を持つようになり、エージェントは返済義務を負うようになる。

プロジェクトが始まった後、各プレイヤーの関係は図-4.1 に現わしたようである。第 t 期

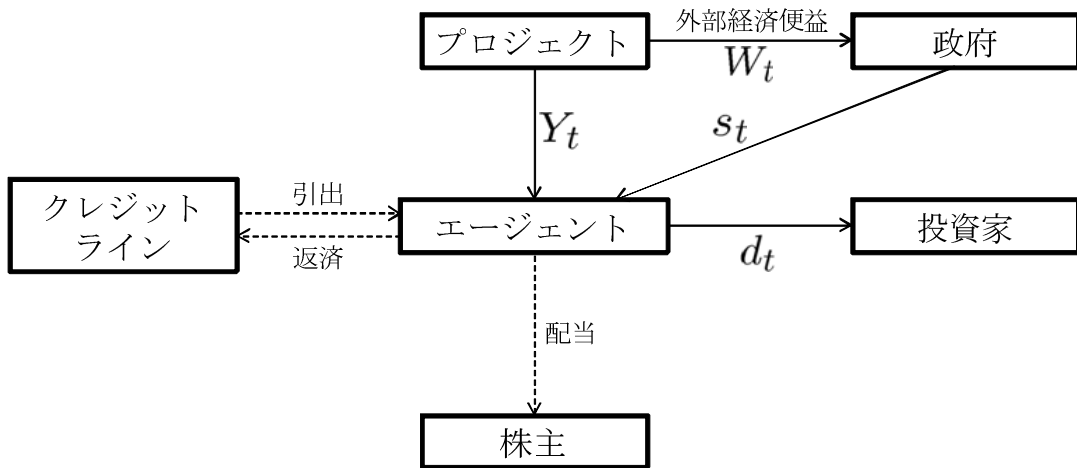


図-4.1 補助金スキームの構成

にエージェントはプロジェクトから生じるキャッシュフロー Y_t を受け取り，政府からある額の補助金 s_t をもらう．エージェントはそのキャッシュフローと補助金をもとに，投資家に金額 d_t を返済する．ある期に返済額が足りないのであれば，エージェントはクレジットラインからお金を引き出し，投資家への返済に使える．もし，エージェントが債券あるいはクレジットラインへの返済を行うことができなくなあった場合，事業は破綻に陥る．

4.2 最適契約の実行

最適契約を長期債券，株式及びクレジットラインで実行する方法を次の命題にまとめる．

命題 4 最適契約は株式，債券及びクレジットラインと政府からの補助金の組み合わせで実行される．エージェントは全体の株式の $\lambda \times 100\%$ を，投資家は $(1 - \lambda) \times 100\%$ を所有する．そして，投資家は満期日が $T^* = \min\{t : l_t \leq -1\} \leq T$ ，第 t 期にもらえるクーポンが $d_t = \frac{I - Y_0}{(1 + r^{-1})(1 - (1 + r)^{-T^*})}$ ，最終ペーメントが L_{T^*} である債券を所有する．

エージェントは各期の期末に投資家に返済を行う義務があり，第 t 期においてエージェントはその中の k_t を負担し，残りの $d_t - k_t$ は政府から補助金としてもらう． k_t は次の式から決まる：

$$k_t = \mu_t + \lambda^{-1} \left[a_t^1 - e^{\gamma(t-t^-)} a_{t^-}^1 \right], \quad t \in (0, T^*] \quad (4.1)$$

エージェントが第 t 期の期末に政府からもらえる補助金は $s_t = d_t - k_t$ である．クレジットラインの利子率は $\hat{r} = \gamma$ であり，クレジットリミットは

$$c_t^L = \lambda^{-1} (a_t^1 - a_t^L), \quad t \in [0, T^*) \quad (4.2)$$

である．プロジェクトが破綻になる場合，株式の名目価値は次の式によって定められる：

$$N_t = \lambda^{-1} (a_t^L - R_t), \quad t \in [0, T^*) \quad (4.3)$$

第 0 期において，エージェントはクレジットラインから金額 $c_0^d = \lambda^{-1} (a_0^1 - a_0^L)$ を引き出す．その中で， a_0^d は式 (3.20) によって決められる．最後に，第 T^* において， $c_{T^*}^L = 0$ ， $N_{T^*} = L_{T^*}$ である．この契約をもとに，エージェントは自分の返済義務を果たし，残ったキャッシュをクレジットラインの返済に使う．もしクレジットラインからの借金が全部返済された後にもキャッシュが残っているのであれば，そのキャッシュは株式の配当になる．第 T^* 期にて，エージェントはプロジェクトを終了させる．

上述の実行に対する解釈は次のようである．諸証券の中で，過去の履歴に依存するのはクレジットラインのバランスのみである．実際，任意の時点でエージェントの継続利得はそのバランスと連動するのである．すなわち，クレジットラインのバランスを c_t^d だとすると，エージェントの継続利得は

$$a_t^d = a_t^1 - \lambda c_t^d \quad (4.4)$$

になる．クレジットラインのバランスが 0 であることは，エージェントの継続利得が a_t^1 であることを示している．したがって，もしクレジットラインのバランスが 0 でありかつキャッシュフローが残っているのであれば，それは株式の配当になるのである．仮に，エージェントがクレジットリミットまで借金したのであれば，エージェントの継続利得は式 (4.2) により， $a_t^1 - \lambda c_t^L = a_t^1 - \lambda(\lambda^{-1}(a_t^1 - a_t^L)) = a_t^L$ になる．この場合，キャッシュの不足は破綻と確率的な清算を招く．

3つの証券で行われる最適契約はエージェントのキャッシュ隠匿問題を解決することができる．ある期にキャッシュフロー Y が生じたとしたら，エージェントはそのキャッシュを処理する3つのオプションを持っている：1) Y の一部を隠し，個人費用に転換する；2) Y の一部を配当に回す；3) Y の一部をクレジットライン返済に使う．3つのオプションにそれぞれ1単位のキャッシュを使ったときのリターンを考察すると：

オプション1 (キャッシュ隠匿): モデルの仮定より，1単位のキャッシュを隠匿するにはコスト $(1 - \lambda)$ がかかるため，オプション1のリターンは λ になる．

オプション2 (配当): エージェントはすべての株式の $\lambda \times 100\%$ を所有している．それは，エージェントはすべての配当の $\lambda \times 100\%$ をもらうことと同値である．結果的に，オプション2のリターンは λ である．

オプション3 (クレジットラインへ返済): 式 (4.4) からわかるように，エージェントの期待利得はクレジットラインのバランスと連動している．式 (4.4) により，クレジットラインに1単位のキャッシュを返済すれば，エージェントの継続利得は λ 単位上がるため，オプション3のリターンは λ である．

いずれにしても、エージェントが3つのオプションに1単位のキャッシュを使ったとしたら、もらう利得は λ 単位である。すなわち、エージェントはキャッシュをわざわざ隠すか配当に回すインセンティブがないのである。全体的に、エージェントがキャッシュを使う優先順位は3)→2)であり、オプション1)は行使されない。したがって、本研究で注目したモラルハザード問題は解決になる。

次にエージェントの返済義務 k_t について説明する。仮にエージェントが第 t^- 期でクレジットラインへの返済を十分行い、そのバランスが0になったとする。すると次のプロジェクト期間において、配当を支払う前にエージェントが期待するクレジットラインのポジションは $k_t - \mu_t$ であり、式(4.4)により、期待継続利得は $a_t^1 - \lambda(k_t - \mu_t)$ になる。したがって、継続利得 $a_{t^-}^1$ を提供するために、次の条件が必要になる：

$$a_{t^-}^1 = e^{-\gamma(t-t^-)} [a_t^1 - \lambda(k_t - \mu_t)] \quad (4.5)$$

式(4.5)を解くと、 k_t が条件(4.1)を満たすことが分かる。

命題4は最適な動学的資本構造の特性を説明している：長期債券のクーポン及び満期日；クレジットラインの利率とリミット；投資家に販売する株式の割合など。もしプロジェクトが順調で、次々と高いキャッシュフローが実現されるのであれば、債券のクーポンが支払われ、クレジットラインも返済される。残ったキャッシュは株主の配当になる。逆に、低いキャッシュフローが次々と実現されるとしたら、エージェントはクレジットラインから現金を引き出すしかなくなる。したがって、エージェントの負債資本比率は実現されたキャッシュフローと過去の履歴に強く依存するのである。

また、エージェントの返済義務 k_t はプロジェクトの初期時点で決まるため、政府の補助金 s_t も決められる。結果的に、最適補助金契約は政府が毎期にエージェントに補助金を渡し、プロジェクトの流動性リスクをクレジットラインでヘッジする方式になるのである。命題4はクレジットライン契約が最適メカニズムであることを示し、補助金スキームとして場あたりの行い債務補償方式ではなくクレジットライン契約を採用する根拠を示した。

第5章 おわりに

本研究では，政府とエージェント（民間事業者）の間の補助金支払いに関する長期契約モデルを定式化し，最適な補助金支払いスキームを導出することを目的とする．基本的な前提として，政府とエージェントの間に，事業で実際に得られたキャッシュフローの大きさに関する情報の非対称性が存在していると仮定する．仮に，政府がエージェントの報告を信用し，投資家への返済に不足するだけの補助金を支給するようなスキームの場合，エージェントは，政府に対して虚偽の報告をし，不必要なレントを獲得する可能性がある．補助金支払いは，一時点の問題ではなく，有限期間の間で每期繰り返される動学的な構造を有している．本研究では，以上のような前提を考慮した上で，次善解としての補助金支払いスキームを導き，每期において一定額の補助金をエージェントに支払い，クレジットラインで流動性リスクをヘッジする方式が最適メカニズムであることを示した．以下では，各章で考察した問題の概要，問題の解決に使ったアプローチ及び結論を簡略に示す．

第1章では財政的には成立しないものの，無視できない外部経済便益が存在するPFI事業は政府からの支援が必要になることと，事業の実行段階に生じうるモラルハザード問題について述べた．したがって，成果の観測不可能性という基本仮定をおき，PFI事業として成立可能性とエージェントのインセンティブの確保を両立させるようなメカニズムデザインに注目し，本論文の趣旨を明確にした．

第2章では従来の研究とアプローチについて考察し，本研究の基本的な考え方について整理した．まず，従来のPFI事業の補助金スキームと典型的なプリンシパル・エージェント問題について簡略に説明を行った．また，成果の観測不可能性を考慮し，場あたりの補助金スキームの不足点を指摘した後に，金融契約理論のアプローチをレビューした．最適補助金スキームを動学的に導くため，最適契約のデザインに関する数多い研究実績の蓄積の中から，動的計画法を駆使した文献をまとめ，本論文の方法論になるアプローチについてその経緯を詳しく説明した．

第3章では最適補助金契約のデザインを行い，その結果を3つの命題にまとめた．プロジェクトに存在するモラルハザード問題の解決においては，顕示原理を使い，エージェントが正直にキャッシュフローを報告するように工夫した．その際，エージェントの利得をキャッシュフローの報告額の増加関数にすることにより，正直に報告させるインセンティブを付けた．全体的には，動学的アプローチを使い，プロジェクトの最終期の継続関数のプロパティを先に求め，所与とした後，回帰的にその前のプロジェクト期間の継続関数を定めた．本章の最後では，政府がプロジェクトを所有し，エージェントは参加するか否かを決める権力だけないと仮定することにより，エージェントに初期利得を与え，最適契約の

設計を完成した。

第4章では長期債券、クレジットライン及び株式などの証券で実行する最適補助金スキーム方法を提案した。本章で提案したスキームにはプロジェクトを主催する政府、事業を実行するエージェント、初期投資を提供し利子を受け取る投資家が登場する。最適補助金スキームは情報の非対称から生じるモラルハザードを解決するため、エージェントに株式を与え、インセンティブを付け；每期における投資家への返済額を確定することにより政府の補助金金額を確定した。本論文で提出した最適補助金スキームはエージェントのモラルハザード問題を基本仮定とし、政府の補助金政策とプロジェクトの資本構造を明らかにし、補助金スキームデザインのために新しいアプローチを提案した。最後に、政府の最適補助金スキームは場あたりの債務保証ではなく、一定額の補助金を支給するクレジットライン契約であることを示し、研究の結論にした。

付録A 命題の証明

命題1の証明 b_t^d の構造は図-3.2に現わしたようである．ここではまず終了オプション $(-W_t, R_t)$ を考慮する．エージェントはいつでも事業から退出して外部オプション R_t をもらえるため， R_t より小さい利得はありえない．したがって， $a < R_t$ ならば， $b_t^d(a) = -\infty$ だと定義する．利得が R_t より大きければ，清算点 $(-W_t, R_t)$ から曲線 b_t^e 上の点を繋げた直線の中で勾配が一番大きい直線を探し，その勾配を l_t と表記する．もし $l_t > -1$ ならば，その勾配が一番大きい直線は曲線 b_t^e と点 a_t^L で繋がる．従って，エージェントの利得 $a_t^d \in [R_t, a_t^L]$ は事業の完全なる清算と継続利得 a_t^L のミキシングで提供される．破綻確率 p_t は式(??)によって決まる．それは式 $p_t R_t + (1 - p_t) a_t^L = a_t^d$ を解いて結果である．この場合，政府の期待利得は：

$$p_t(-W_t) + (1 - p_t)b_t^e(a_t^L) = b_t^e(a_t^L) + \frac{a_t^L - a_t^d}{a_t^L - R_t}(L_t - b_t^e(a_t^L)) = b_t^e(a_t^L) - l_t(a_t^L - R_t).$$

$l_t > -1$ であるため， $a_t^1 \geq a_t^L$ である a_t^1 が存在し，区間 $[R_t, a_t^1]$ ではエージェントに現金報酬を行うより，破綻リスクを小さくしたほうが政府にとってもっと安い． a_t^1 の上では，式(3.18)によりエージェントに現金報酬 x_t を渡した方がもっと安い．この場合，政府の利得は次の式で決まる：

$$b_t^d(a_t^d) = b_t^e(a_t^1) - d_t = b_t^e(a_t^1) - (a_t^d - a_t^1).$$

最後に， $l_t \leq -1$ だと仮定する．この場合，事業を確率1で破綻させたほうが一番安くなる．従って，政府の利得は

$$b_t^d(a_t^d) = L_t - d_t = L_t - (a_t^d - R_t), \text{ for } a_t^d \geq R_t = a_t^1. \quad \blacksquare$$

命題2の証明 ここでは最適化問題(3.13)を解いて命題を証明する．まずはエージェントがすべてのキャッシュフローを正直に報告することを証明する．

仮にエージェントが $\hat{y}_t(Y_t) \leq Y_t$ を報告し，利得 $a_t^d(\hat{y}_t)$ をもらおうと仮定すると，エージェントの継続利得は $a_t^{d*}(Y_t) = a_t^d(\hat{y}_t(Y_t)) + \lambda(Y_t - \hat{y}_t(Y_t))$ になる．制約条件(3.14)からすぐわかるように， $a_t^d(\hat{y}_t(Y_t)) + \lambda(Y_t - \hat{y}_t(Y_t)) \leq a_t^d(Y_t)$ for $y \in [Y_t^0, Y_t]$ であるため，正直にキャッシュフローを報告することは最適であり，エージェントの利得は $a_t^d(Y_t)$ である．

仮に $a_t^{d*}(Y_t) = a_t^d(Y_t)$ を満たすような $\hat{y}_t(Y_t) \leq Y_t$ が存在するとする．エージェントが \hat{y}_t を報告しようが Y_t を報告しようがエージェントの利得は変わらないが，政府の利得は：

$$\begin{aligned} [Y_t + b_t^d(a_t^{d*}(Y_t))] &- [\hat{y}_t + b_t^d(a_t^d(\hat{y}_t))] \\ &= Y_t - \hat{y}_t + b_t^d(a_t^d(\hat{y}_t)) + \lambda(Y_t - \hat{y}_t) - b_t^d(a_t^d(\hat{y}_t)) \end{aligned}$$

ところで， $b_t^d(a) \geq -1$ であるため， $\frac{b_t^d(a_t^d(\hat{y}_t) + \lambda(Y_t - \hat{y}_t)) - b_t^d(a_t^d(\hat{y}_t))}{a_t^d(\hat{y}_t) + \lambda(Y_t - \hat{y}_t) - a_t^d(\hat{y}_t)} \geq -1$ ，従って

$$\begin{aligned} [Y_t + b_t^d(a_t^{d*}(Y_t))] &- [\hat{y}_t + b_t^d(a_t^d(\hat{y}_t))] \\ &\geq Y_t - \hat{y}_t - \lambda(Y_t - \hat{y}_t) \\ &= (Y_t - \hat{y}_t)(1 - \lambda) \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

結果的に，エージェントは正直にキャッシュフローを報告するようになるのである．

$g(y) \equiv a_t^d(y) - \lambda(y)$ だとすると，制約条件 (3.14) は関数 $g(y)$ が y の増加関数であることと同値になる．従って，制約条件 (3.15) は $E[g(Y_t)] = a_t^y - \lambda\mu_t := g_t$ になり，政府の利得は

$$E[Y_t + b_t^d(\lambda Y_t + g(Y_t))] = \mu_t + E[b_t^d(\lambda Y_t + g(Y_t))]$$

になる．ところで b_t^d は凹であるため，凹関数の性質により次の不等式が成り立つ：

$$b_t^d(\lambda Y_t + g(Y_t)) \leq b_t^d(\lambda Y_t + g_t) + b_t^{d'}(\lambda Y_t + g_t)(g(Y_t) - g_t)$$

Y_t を確率変数とし，両辺に期待値を取ると：

$$E[b_t^d(\lambda Y_t + g(Y_t))] \leq E[b_t^d(\lambda Y_t + g_t)] + Cov\left(b_t^{d'}(\lambda Y_t + g_t), (g(Y_t) - g_t)\right)$$

b_t^d は凹関数であるため，関数 $b_t^{d'}(\lambda Y_t + g_t)$ は Y_t の減少関数になる．また， $g(Y_t) - g_t$ は Y_t の増加関数であるため， $Cov\left(b_t^{d'}(\lambda Y_t + g_t), (g(Y_t) - g_t)\right) \leq 0$ ．従って：

$$\begin{aligned} E[b_t^d(\lambda Y_t + g(Y_t))] &\leq E[b_t^d(\lambda Y_t + g_t)] + Cov\left(b_t^{d'}(\lambda Y_t + g_t), (g(Y_t) - g_t)\right) \\ &\leq E[b_t^d(\lambda Y_t + g_t)] \end{aligned}$$

ところで目標関数 $E[Y_t + b_t^d(a_t^d(Y_t))] = E[b_t^d(\lambda Y_t + g(Y_t))]$ であるため，

$$\begin{aligned} g(Y_t) &= g_t = a_t^y - \lambda\mu_t \\ g(Y_t) &= a_t^d(Y_t) - \lambda Y_t \\ \Rightarrow a_t^d(Y_t) &= a_t^y + \lambda(Y_t - \mu_t) \end{aligned}$$

ただし，上述で証明したように，エージェントは正直にキャッシュフローを報告する．従って，エージェントの報告したキャッシュフローが y であれば，エージェントの継続利得は

$$a_t^d(y) = a_t^y + \lambda(y - \mu_t) . \blacksquare$$

命題 3 の証明 第 t 期期末においてエージェントに利得 a を提供するには，第 t 期の期初で a と利子（利率 γ ）を払わなければならない．政府の継続利得は利率 r でディスカウントされる．したがって，命題 3 の前の議論からすぐ証明できる．

命題 4 の証明 ここから命題 4 を証明する．まず，エージェントの戦略を所与とした場合，債券，クレジットライン及び株式から構成される実行方法は最適メカニズムであることを示す．次に，エージェントの戦略がインセンティブコンパティブルであることを示すことで証明を終了する．

ステップ 1

まず，以下のポイントを主張する．

第 t 期においてクレジットラインのポジションが

$$c_t^d = \lambda^{-1}(a_t^1 - a_t^d)$$

であり，エージェントの実行可能な継続利得が a_t^d ならば，最適メカニズムにおいて，その二つの状況の将来利得は等値である．

もし，クレジットラインのバランスが負ならば（それは，クレジットラインへの返済を全部行った後にも残りのキャッシュがあることを意味する），残りのキャッシュは株式の配当に使われる．従って，エージェントへのペーメントは：

$$d_t = \lambda \max(-c_t^d, 0) = \max(a_t^d - a_t^1, 0)$$

もし $t = T^*$ ならば，事業は中止になり，プロジェクト資産 L_t は債権者によって処置される．もし $t < T^*$ でかつエージェントがクレジットラインから貸越した場合，事業は確率 p_t で清算される：

$$\begin{aligned} p_t &= \frac{\max(c_t^d - c_t^L, 0)}{N_t} = \frac{\max(\lambda^{-1}(a_t^1 - a_t^d) - \lambda^{-1}(a_t^1 - a_t^L), 0)}{\lambda^{-1}(a_t^L - R_t)} \\ &= \frac{\max(a_t^L - a_t^d, 0)}{(a_t^L - R_t)} \end{aligned}$$

もし清算が行われない場合，クレジットラインからの貸越は許される．したがって，クレジットラインのバランスは次のようになる：

$$\begin{aligned} c_t^e &= \max(\min(c_t^d, c_t^L), 0) = \lambda^{-1} \max(\min(a_t^1 - a_t^d, a_t^1 - a_t^L), 0) \\ &= \lambda^{-1}(a_t^1 - \min(\max(a_t^d, a_t^L), a_t^1)) \\ &= \lambda^{-1}(a_t^1 - a_t^e) \end{aligned}$$

クレジットラインから引き出されたお金には利子率 γ で利子がつく．エージェントは返済義務 k_t を負っており，プロジェクトから生じたキャッシュフロー Y_t はクレジットラインへの

返済に使える．以上の議論から，クレジットラインのバランスの推移を数式で表現すると：

$$\begin{aligned}
c_{t+}^d &= e^{\gamma(t^+-t)}c_t^e + x_t - Y_{t+} \\
&= e^{\gamma(t^+-t)}\lambda^{-1}(a_t^1 - a_t^e) + \mu_t + \lambda^{-1}(a_{t+}^1 - e^{\gamma(t^+-t)}a_t^1) - Y_{t+} \\
&= \lambda^{-1}[a_{t+}^1 - (e^{\gamma(t^+-t)}a_t^e + \lambda(Y_{t+} - \mu_{t+}))] \\
&= \lambda^{-1}(a_{t+}^1 - a_{t+}^d)
\end{aligned}$$

最後に， a_t^d は実行可能であるため，最適メカニズムからわかるように， a_{t+}^d も実行可能である．

ステップ 2

1 単位の配当の中で，エージェントは λ 単位をもらうことができる．したがって，エージェントには配当に使われる現金を転換するインセンティブがない．同様に，クレジットラインへ 1 単位の返済をすればエージェントの継続利得が λ 単位上がるため，エージェントはクレジットラインへ返済するお金を転換するインセンティブを持っていないだけでなく，クレジットラインの返済に使う現金を株式の配当に転換するインセンティブを持っていないのである．

次にプロジェクトの終了を考慮する．任意の期間 $t < T^*$ において，エージェントの継続継続利得は少なくとも R_t であるため，エージェントは早く事業を終了させるインセンティブを持っていない．第 T^* 期においてプロジェクトが終了になる場合，エージェントは R_{T^*} をもらうようになる．したがって，エージェントが事業から退出せず，投資家に最終ペーメント L_{T^*} を払うには，機会費用 $R_{T^*} + \lambda L_{T^*}$ が必要となる．つまり，エージェントが第 T^* 期まで契約を従い，途中で退出しない条件は次のようである：

$$a_{T^*}^e > R_{T^*} + \lambda L_{T^*} \quad (\text{A.1})$$

エージェントの利得 $a_{T^*}^e$ は，エージェントの将来に受け取る配当 η に最終清算価値を足したものである：

$$a_{T^*}^e = \eta + E[e^{-\gamma(\tau-T^*)}R_\tau] . \quad (\text{A.2})$$

投資家は全体の株式の $(1 - \lambda) \times 100\%$ を持っているため，その割合に応じた配当をもらえる．従って，

$$b_{T^*}^e(a_{T^*}^e) = \frac{1 - \lambda}{\lambda} \eta . \quad (\text{A.3})$$

そして，式 (3.3) より，

$$R_{T^*} \geq E[e^{-\gamma(\tau-T^*)}R_\tau] . \quad (\text{A.4})$$

(A.1) から (A.4) をまとめると :

$$\begin{aligned} a_{T^*}^e + b_{T^*}^e(a_{T^*}^e) &\geq \frac{1}{\lambda}\eta + E[e^{-\gamma(\tau-T^*)}R_\tau] \\ &> \frac{1}{\lambda}[R_{T^*} - E[e^{-\gamma(\tau-T^*)}R_\tau] + \lambda L_{T^*}] + E[e^{-\gamma(\tau-T^*)}R_\tau] \\ &\geq R_{T^*} + L_{T^*} \end{aligned}$$

しかし,これは $l_{T^*} \leq -1$ に反する.従って,第 T^* において終了するのはエージェントにとって最適である. ■

参考文献

- 1) Bruno Biais, Thomas Mariotti: Dynamic Security Design: Convergence to Continuous Time and Asset Pricing Implications, *Review of Economic Studies*, Vol. 74, No. 2, pp. 345-390, 2007 .
- 2) Chiala, N. Garvin, M, J. Vever, J. : Valuing Simple Multiple-Exercise Real Options in infrastructure Projects, *Journal of Infrastructure Systems*, June 2007 pp.97-104.
- 3) Peter M. DeMarzo, Michael J. Fishman: Optimal Long-Term Financial Contracting, *Review of Financial Studies*, pp.2079-2128, 2007.
- 4) Peter M. DeMarzo, Yuliy Sannikov, Optimal Security Design and Dynamic Capital Structure in a Continuous-Time Agency Model, *Journal of Finance* 61:2681-2724, 2006 .
- 5) Douglas W. Diamond, : Financial Intermediation and Delegated Monitoring , *Review of Economic Studies* , 51:393-414.
- 6) Peter M. Demarzo, Michael J. Fishman: Agency and Optimal Investment Dynamics. *Review of Financial Studies* 20:151-88.
- 7) Edward J. Green: Lending and the Smoothing of Uninsurable Income, in E. Prescott, and N. Wallace (eds), *Contractual Arrangements for Intertemporal Trade*, Minneapolis: University of Minnesota Press.
- 8) Denis Gromb: Renegotiation in Debt Contracts, working paper, MIT.
- 9) Myerson, R. B.: Bayesian equilibrium and incentive compatibility: An introduction, in J.-J. Laffont (ed.), *Advances in Economic Theory: Sixth World Congress, Volume I*, Cambridge University Press, 1985.
- 10) Jonathan Thomas, Tim Worrall: Income Fluctuation and Asymmetric Information: An Example of a Repeated Principal-Agent Problem, *Journal of Economic Theory*, 51, 367-390.
- 11) 赤井伸郎，篠原哲：第三セクターの設立・破綻要因分析－新しい公共投資手法 P F I の成功にむけて－，日本経済研究日本経済研究センター，No.44,141-166，2002 .

- 12) 織田澤利守，横松宗太，小林潔司：公的債務保証と PFI 事業の財政的実行可能性，都市計画学会学術研究論文集，pp.937-942，2001．
- 13) 大西正光，小林潔司：独立採算型 PFI 事業における契約保証金と補助金の影響，建設マネジメント研究論文集，Vol.12，pp.149-158.
- 14) 長谷川専，上田孝行：PFI における公的支援について，地域学研究，Vo.30，pp.15-30, 2000．

謝 辞

本論文を結ぶにあたり、本論文作成に際してご協力を頂いた方々へ感謝の意を申し上げます。京都大学工学研究科の小林潔司教授には、本論文を作成するにあたり終始適切なご指導、御助言を頂きました。小生が研究室に配属されて以来、学問だけではなく、先生から幅広く御熱心な御指導をいただきました。私自身にとってこの二年半は海外での経験ではあったものの、先生のおかげで充実に過ごしました。深く感謝の意を申し上げます。京都大学工学研究科の松島格也准教授には、研究ゼミや勉強会で貴重な御助言、ご示唆を度々頂きました。厚く御礼申し上げます。京都大学工学研究科の大西正光助教授には、御多忙の中、研究に対する批評から、日常生活に至るまで大変お世話になりました。深謝の意を申し上げます。京都大学工学研究科 GCOE の吉田護特定助教には、研究に対する指導と、公私に渡りずっとサポートしていただきました。また、時に楽しく歓談することで、研究だけではなく、日本文化に対してもいろいろと教えていただきました。深謝の意を申し上げます。そして、GCOE の特定研究員石磊氏と鄭蝦榮氏、計画マネジメント論研究室の諸兄には、本研究を取りまとめる上での多大な御協力を頂きました。また、日頃の研究に対する姿勢や生活態度から学ぶ点も多くありました。ここに深く感謝する次第です。

最後に、小生の留学と大学院の勉強のきっかけと力の源泉であった丁文捷氏に厚い謝意と祝福の意を申し上げます。