

Chapter 8

菱田憲輔

顕示選好

8-7

- 顕示選好

顕示選好とは、ある予算のもとで実際に購入された財ベクトルとその予算の下で購入できたはずの財ベクトルとの関係のことである。

顕示選好の必要性

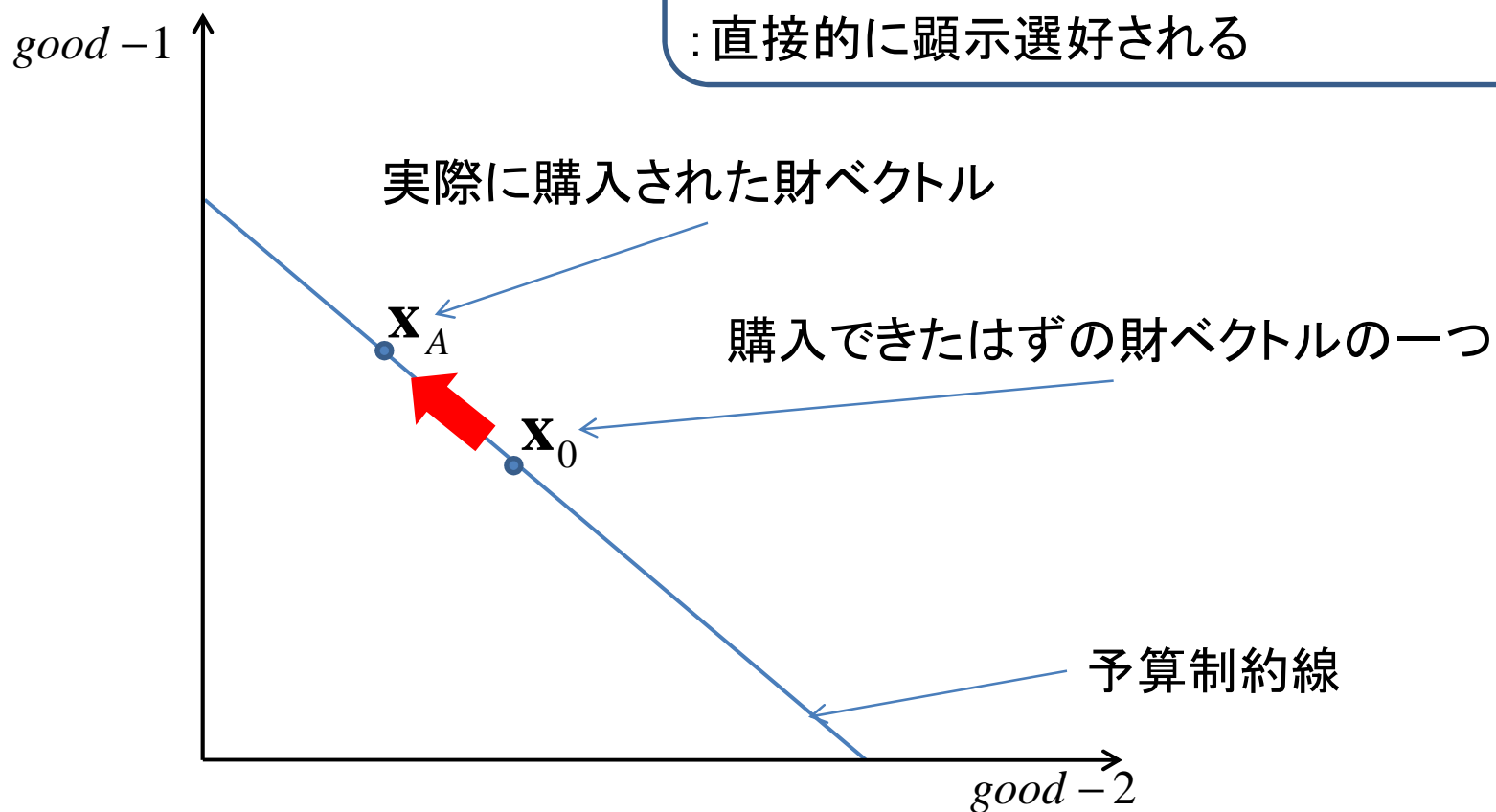
- 顕示選好理論は以下のような疑問に答えを与えてくれる。
 - 1、実際に消費者は効用最大化行動をとっているのか？
 - 2、実際の消費行動データから消費者の選好に関する情報(無差別曲線)を得られるのか？

顕示選好の考え方

$$\mathbf{x}_A R^D \mathbf{x}_0$$

: *strictly revealed preferred*

: 直接的に顕示選好される

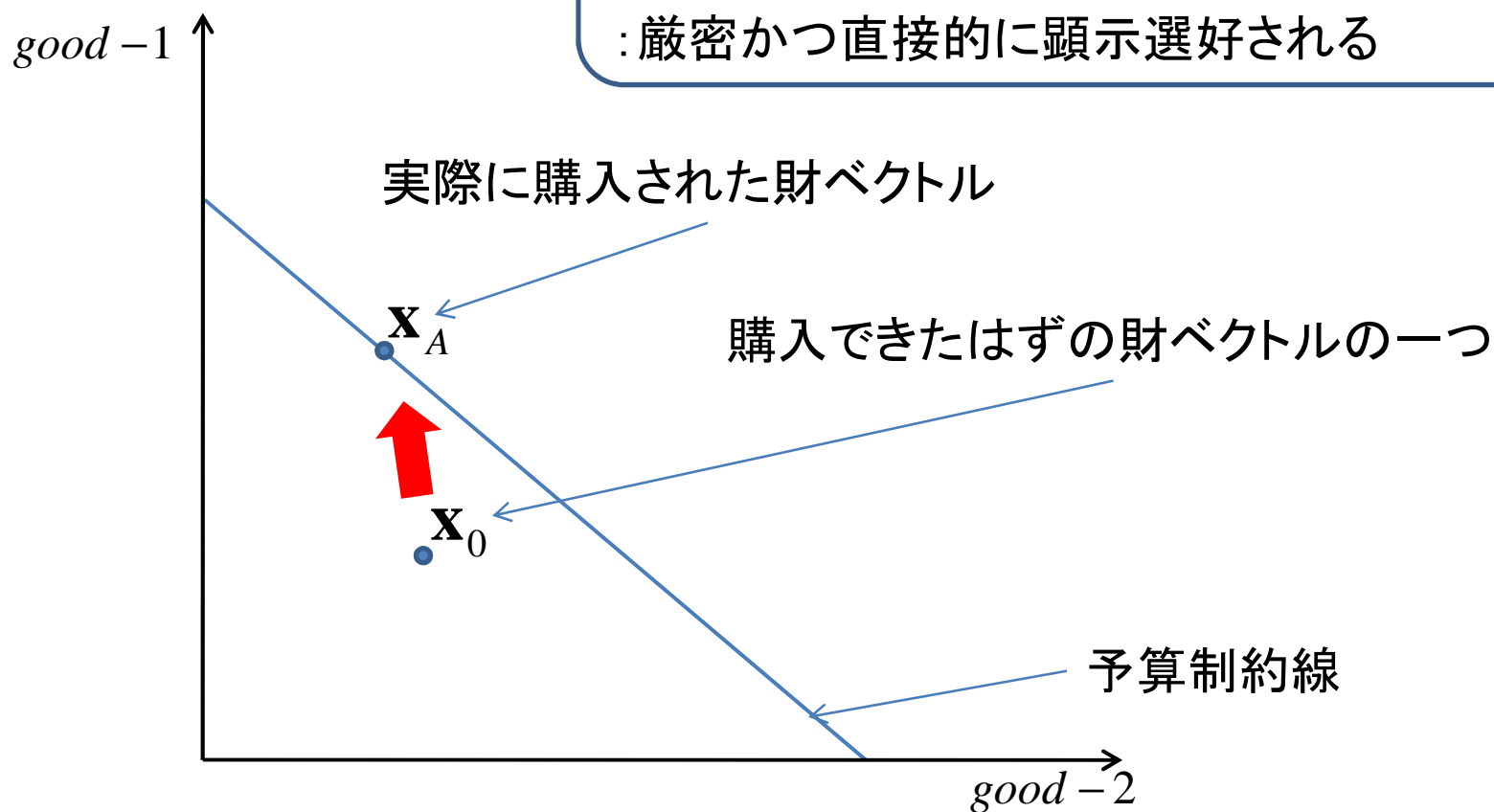


顕示選好の考え方

$$\mathbf{x}_A P^D \mathbf{x}_0$$

: *strictly directly revealed preferred*

: 厳密かつ直接的に顕示選好される



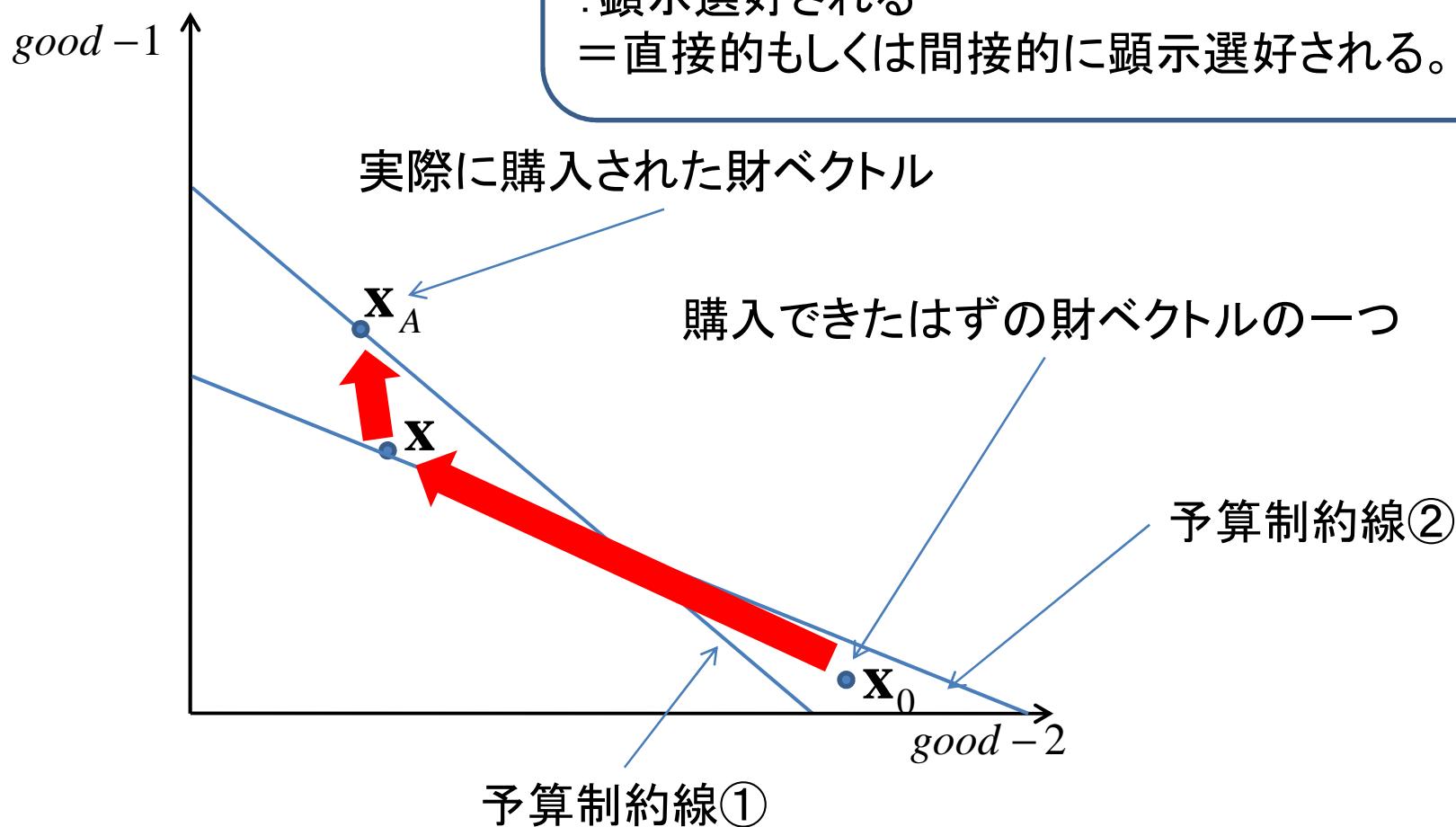
顕示選好の考え方

$$\mathbf{x}_A R \mathbf{x}_0$$

: *revealed preferred*

: 顕示選好される

= 直接的もしくは間接的に顕示選好される。

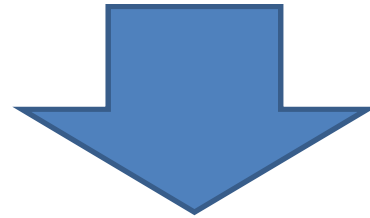


顕示選好と効用

$$\mathbf{x}^t R \mathbf{x} \quad \textit{implies} \quad u(\mathbf{x}^t) \geq u(\mathbf{x})$$

GARP (顕示選好公理)

$u(\mathbf{x}^t) \geq u(\mathbf{x}^s), u(\mathbf{x}^t) < u(\mathbf{x}^s)$
の二つの不等式が同時に成り立つ事はない。



顕示選好の公理:

もし、 \mathbf{x}^t が \mathbf{x}^s に対して顕示選好されるならば、
そのとき \mathbf{x}^s が \mathbf{x}^t に対して厳密に直接的に顕示選好されることはない。

$\mathbf{x}^t R \mathbf{x}^s$ implies not $\mathbf{x}^s P^D \mathbf{x}^t$

$\mathbf{x}^t R \mathbf{x}^s$ implies $\mathbf{x}^s R^D \mathbf{x}^t$
allows flat spots

WARP (顕示選好の弱公理)

WARPは常に購入可能なものの中から最善のものを
選択しているような消費者が満たさねばならない条件である。
(効用最大化行動の必要条件である)

もし消費ベクトル X が消費ベクトル Y よりも直接的に顕示選好されており、
これら2つの財ベクトルは同一でないとすると、
消費ベクトル Y が消費ベクトル X よりも直接的に顕示選好されることはない。

SARP (顕示選好の強公理)

SARPは常に購入可能なものの中から最善のものを
選択しているような消費者が満たさねばならない条件である。
(効用最大化行動の必要十分条件である)

もし消費ベクトル X が消費ベクトル Y よりも直接的または間接的に
顕示選好されており、これら2つの財ベクトルは同一でないとすると、
消費ベクトル Y が消費ベクトル X よりも直接的または間接的に
顕示選好されることはない。

顕示選好原理

GARP、WARP、SARPに反するような消費選択行動をとる消費者は「効用最大化原理・消費者理論」に従って行動していないことがわかる。

最大化の十分条件

8-8

観察された「価格環境」と「消費」のデータ

observed data: $(p_t, x_t), t = 1, 2, \dots, T$

Afriat's Theorem

- 1、観察されたデータを合理化する局所的非飽和の効用関数が存在する。
- 2、観察されたデータがGARPを満足する。
- 3、*Afriat's inequalities*: $u^s \leq u^t + \lambda^t p^t (x^s - x^t)$ for all t, s を満たす正の数 (u^t, λ^t) が存在する。
- 4、観察されたデータを合理化する局所的非飽和、連続、凹、単調な効用関数が存在する。

局所的非飽和: 明確な境界を考えない → 無差別曲線の幅を考慮しない

比較静学

8-9

ヒックスの補償需要(代替効果)

- 消費者が価格変化前の効用水準を維持するという条件の下での、価格変化に対する需要の変化。

スルツキの補償需要(代替効果)

- 消費者が価格変化前の消費ベクトル(購買力)を維持するという条件の下で、価格変化に対する需要の変化。

比較静学

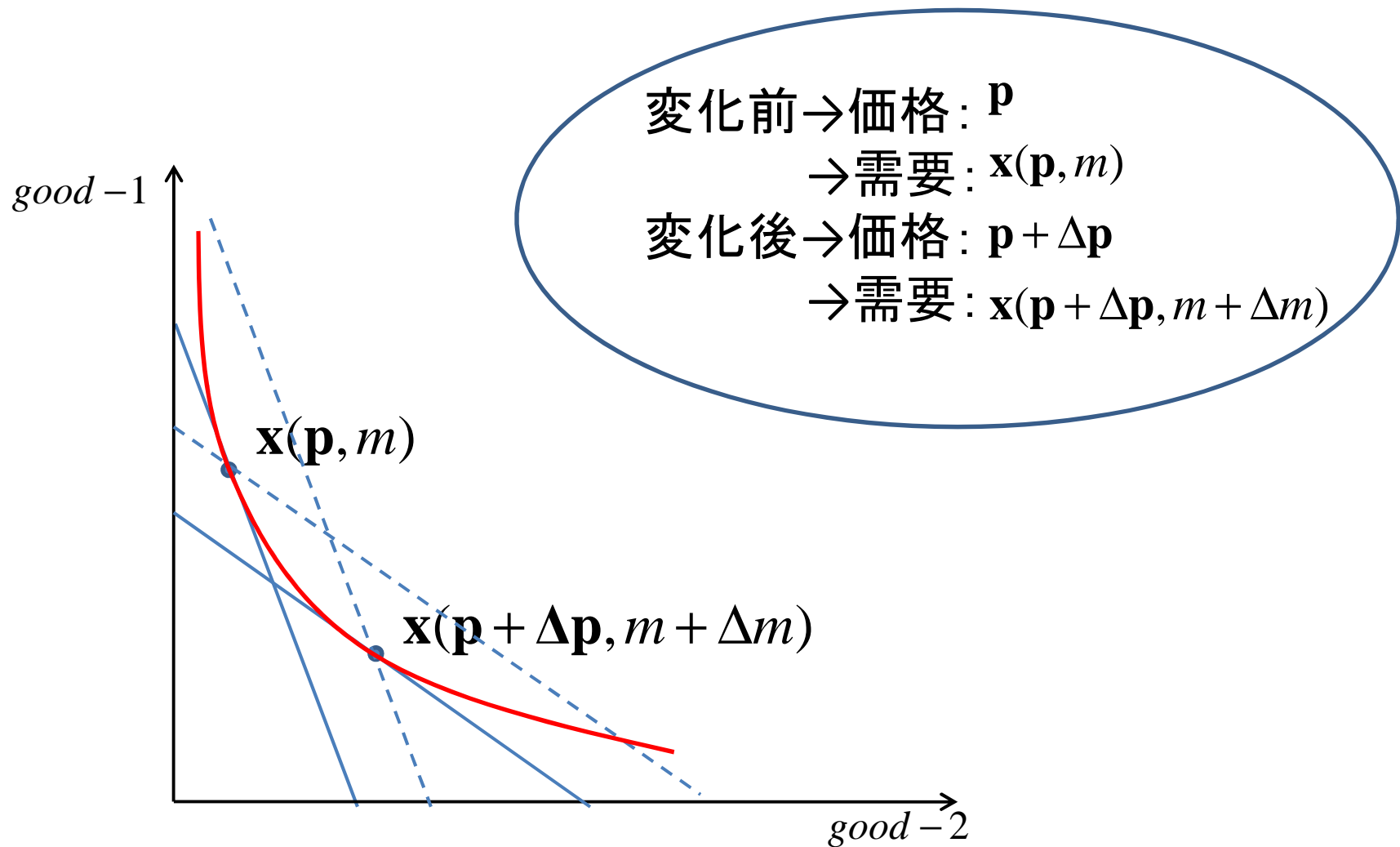
目的:

顕示選好理論を用いて

「ある財の価格変化がその財の需要変化に負の効果を与える」
ことを証明する。

比較静学

(ヒックスの補償需要の考え方から)



比較静学

(ヒックスの補償需要の考え方から)

ヒックスの考え方に従うと、
 $\mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$ と $\mathbf{x}(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m + \Delta m)$ は同じ効用水準にあることから、互いに
厳密かつ直接的に顕示選好されることはないので、以下の議論が成り立つ。

- × $\mathbf{p}\mathbf{x}(\mathbf{p}, m) > \mathbf{p}\mathbf{x}(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m + \Delta m)$
- × $(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p})\mathbf{x}(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m + \Delta m) > (\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p})\mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$



P132,L20

- $\mathbf{p}\mathbf{x}(\mathbf{p}, m) \leq \mathbf{p}\mathbf{x}(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m + \Delta m)$
- $(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p})\mathbf{x}(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m + \Delta m) \leq (\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p})\mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$

比較静学

(ヒックスの補償需要の考え方から)

$$\Delta \mathbf{p}[\mathbf{x}(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}, m + \Delta m) - \mathbf{x}(\mathbf{p}, m)] \leq 0$$



$$\Delta \mathbf{p} \Delta \mathbf{x} \leq 0$$

QED

離散型スルツキー方程式 8-10

初めに、所得一定下において価格ベクトルが変化する時のある財*i*の需要変化は以下の様を書くことができる。

$$x_i(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m) - x_i(\mathbf{p}, m)$$

また、この式は以下のように展開することができる。

$$= x_i(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m) - x_i(\mathbf{p}, m)$$

$$= x_i(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m) - x_i(\mathbf{p}, m) + 0$$

$$= x_i(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m) - x_i(\mathbf{p}, m) + \{x_i(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m + \Delta m) - x_i(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m + \Delta m)\}$$

$$= \{x_i(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m + \Delta m) - x_i(\mathbf{p}, m)\} - \{x_i(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m + \Delta m) - x_i(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m)\}$$

離散型スルツキー方程式

次に、価格ベクトルの変化がある財*j*のみの変化であると仮定する。
その上で、スルツキーの補償の考え方に従って、変化前の消費ベクトルを維持するために必要な所得変化を求めると以下のようなになる。

$$\Delta m = x_j(\mathbf{p}, m) \Delta p_j$$

上式を変形して以下の式が得られる。

$$\Delta p_j = \frac{\Delta m}{x_j(\mathbf{p}, m)}$$

離散型スルツキー方程式

ここで、以上で得られた式を整理する。

1,

$$\begin{aligned} & x_i(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m) - x_i(\mathbf{p}, m) \\ &= \{x_i(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m + \Delta m) - x_i(\mathbf{p}, m)\} - \{x_i(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m + \Delta m) - x_i(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}, m)\} \end{aligned}$$

2,

$$\Delta p_j = \frac{\Delta m}{x_j(\mathbf{p}, m)}$$

離散型スルツキー方程式

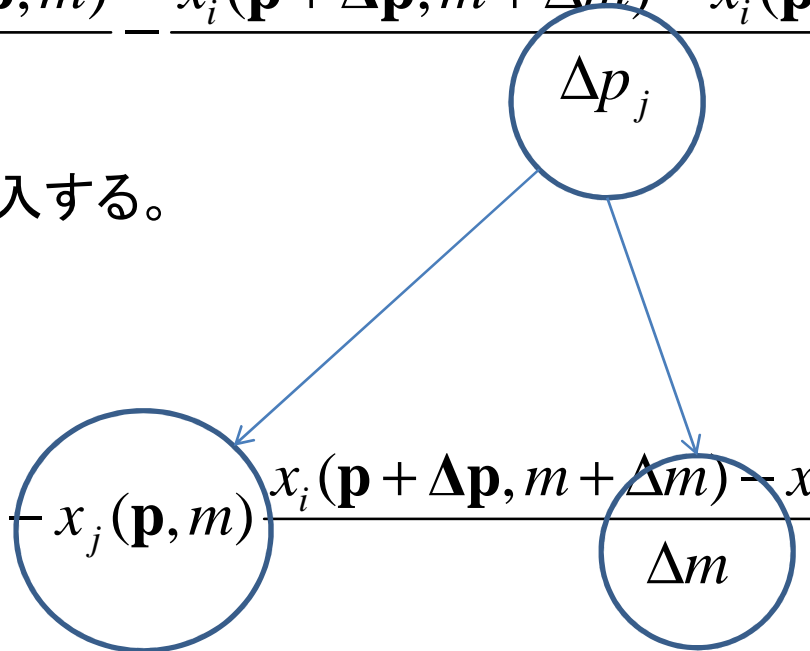
①式1の両辺を Δp_j で割る。

$$\frac{x_i(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}, m) - x_i(\mathbf{p}, m)}{\Delta p_j}$$

$$= \frac{x_i(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}, m + \Delta m) - x_i(\mathbf{p}, m)}{\Delta p_j} - \frac{x_i(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}, m + \Delta m) - x_i(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}, m)}{\Delta p_j}$$

②上式、右辺第2項に式2を代入する。

$$\frac{x_i(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}, m) - x_i(\mathbf{p}, m)}{\Delta p_j}$$

$$= \frac{x_i(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}, m + \Delta m) - x_i(\mathbf{p}, m)}{\Delta p_j} - x_j(\mathbf{p}, m) \frac{x_i(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}, m + \Delta m) - x_i(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}, m)}{\Delta m}$$


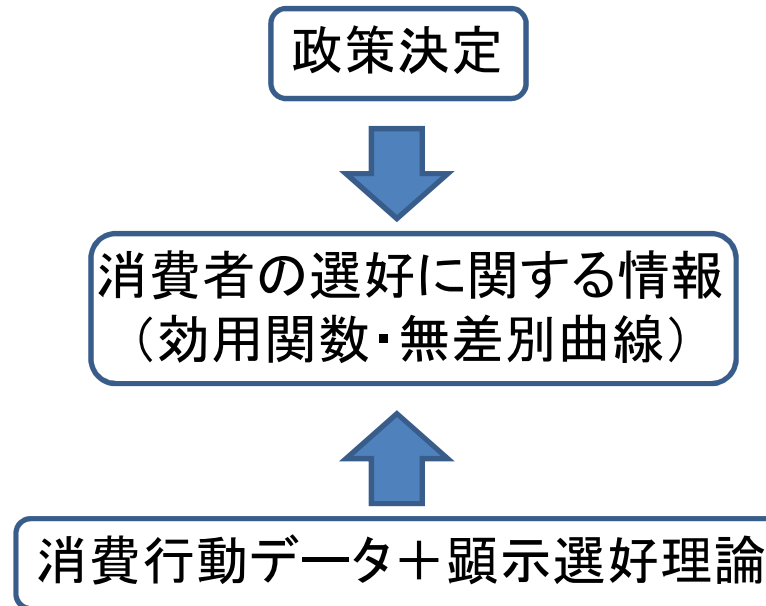
離散型スルツキー方程式

$$\frac{\Delta x_i}{\Delta p_j} = \frac{\Delta x_i}{\Delta p_j} \Big|_{comp} - x_j \frac{\Delta x_i}{\Delta m}$$

[Compensation] → 価格変化前の消費ベクトルを補償して所得も変化している。
(スルツキーの補償)

復元可能性 (無差別曲線の推定)

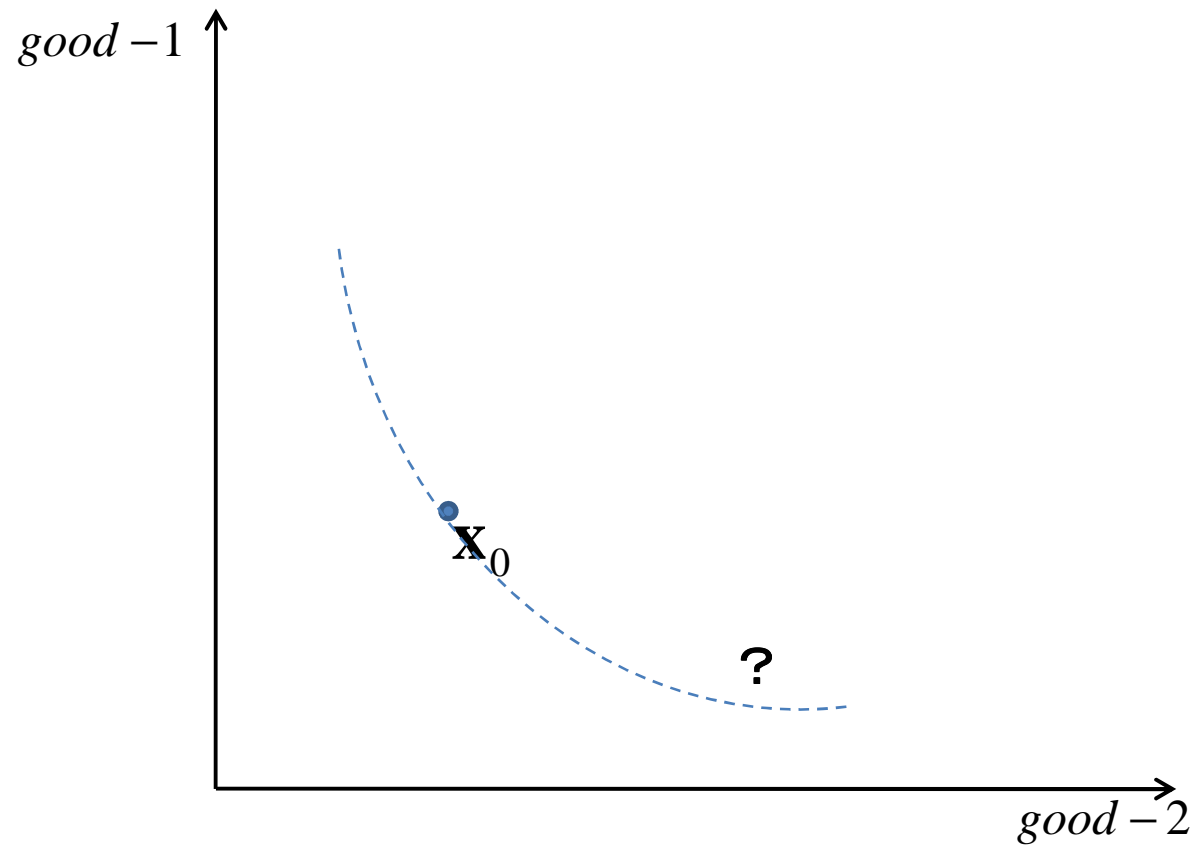
8-11



前提: 消費者が効用最大化行動をとっていること。²³

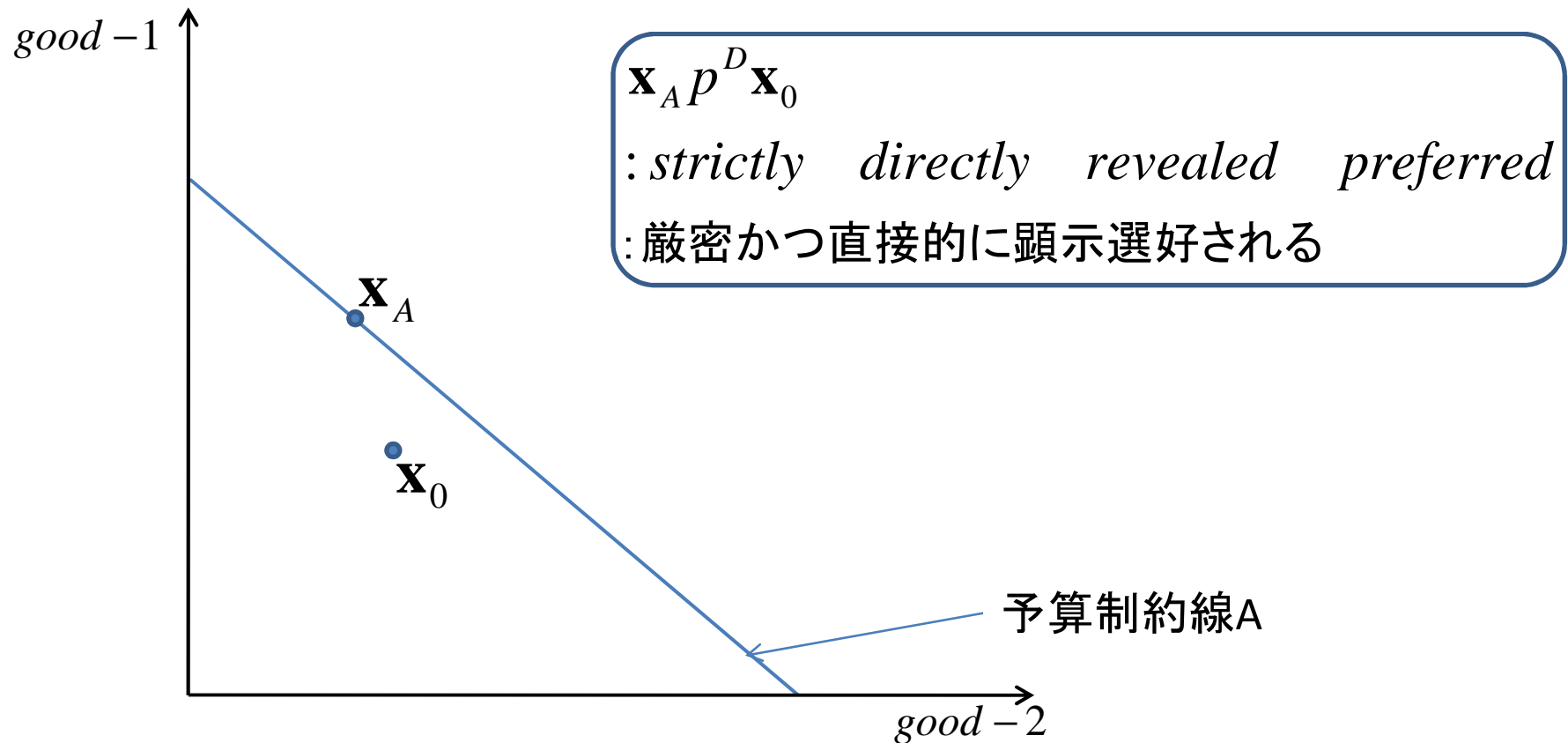
無差別曲線の推定

目的: \mathbf{x}_0 を通る無差別曲線を推定する。



無差別曲線の推定

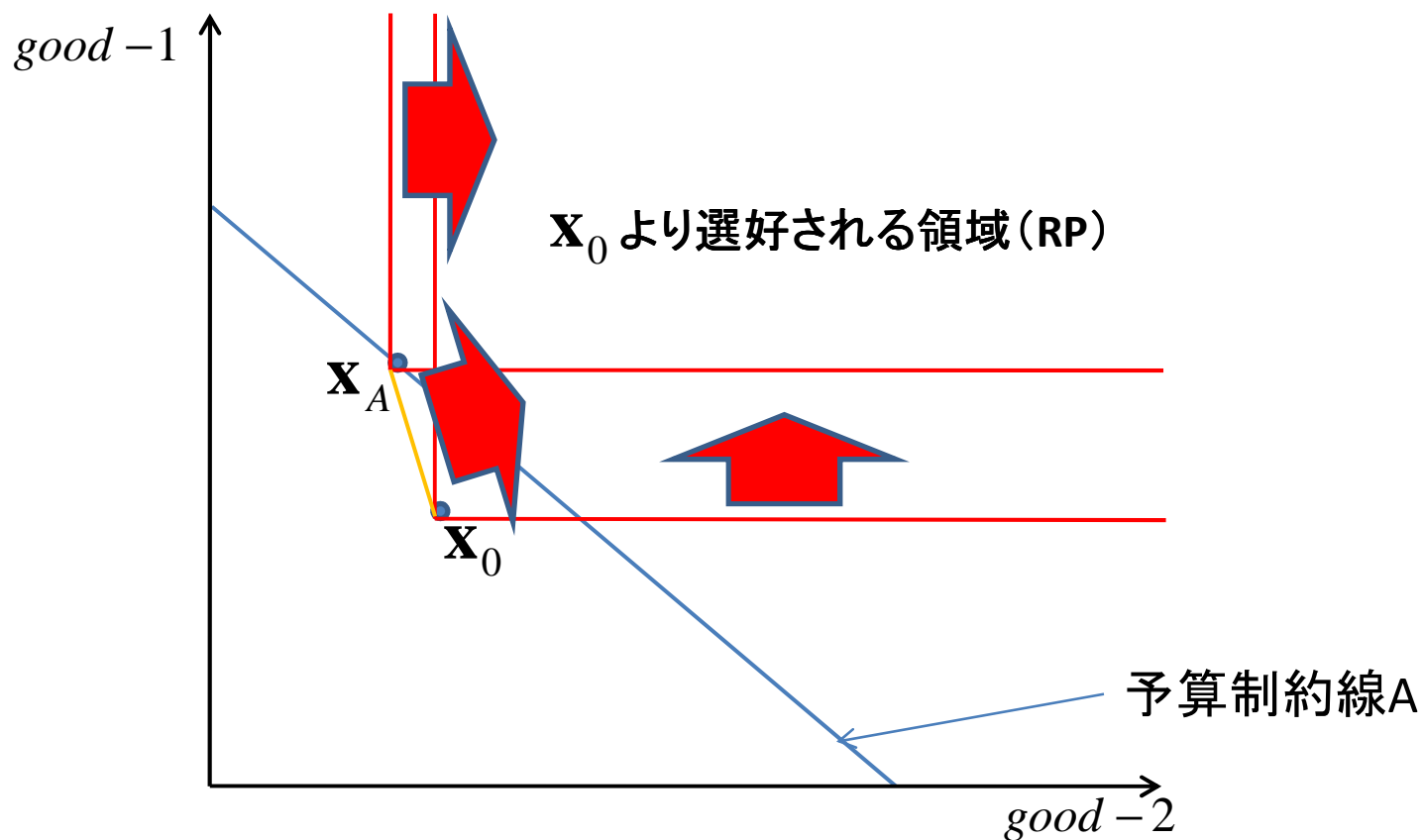
- 1、価格ベクトル \mathbf{p}_A 、所得 m_A における予算制約線Aを描く。
- 2、その時に観察された消費ベクトル \mathbf{x}_A をPLOTする。



無差別曲線の推定

「より選好されるもの」と「されないもの」の領域を絞っていく。

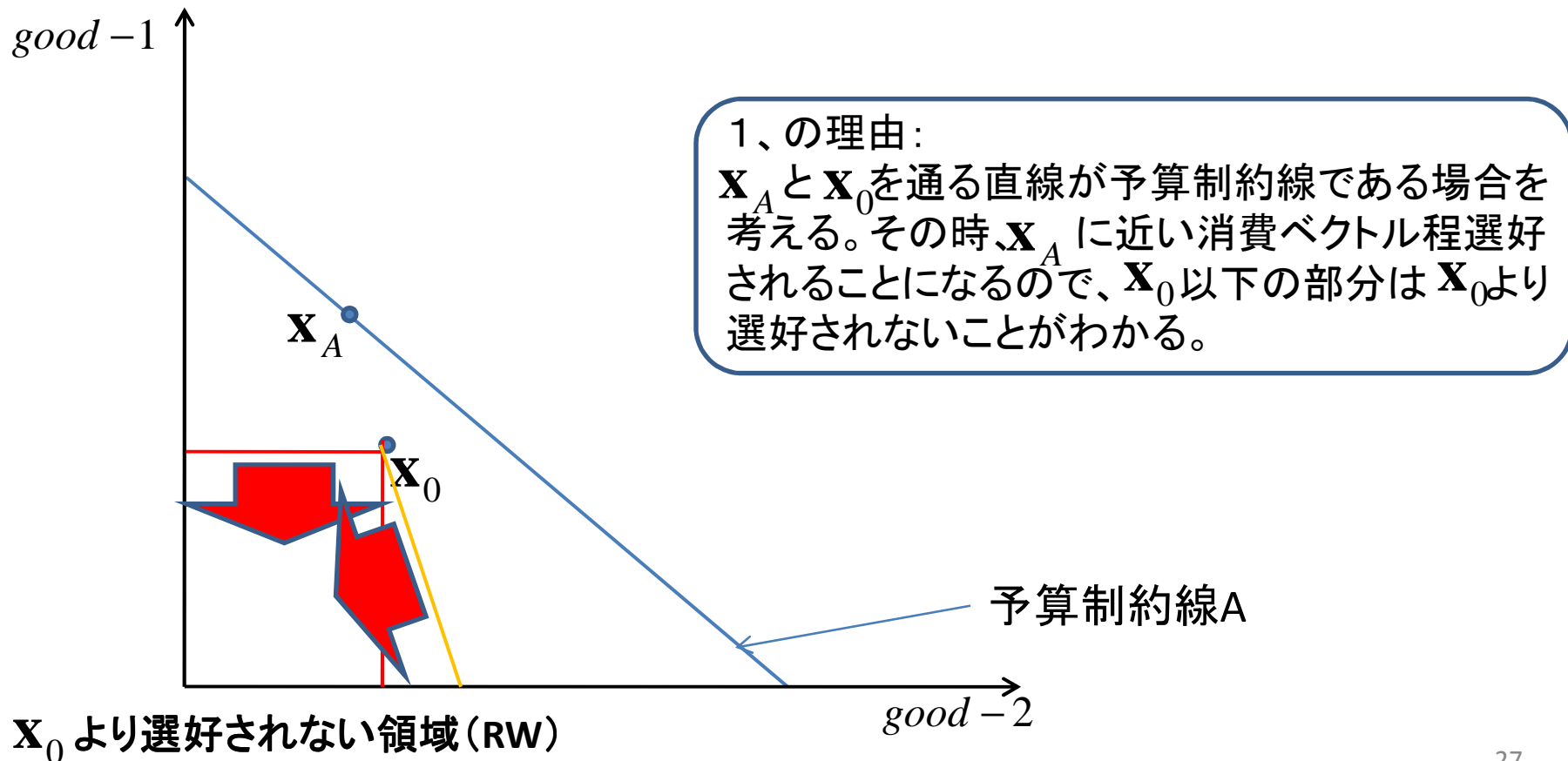
- 1、 \mathbf{x}_A と \mathbf{x}_0 の間の消費ベクトルは少なくとも \mathbf{x}_0 より選好される。(黄色)
- 2、 \mathbf{x}_A と \mathbf{x}_0 よりも財の量が多いベクトルはより選好される。(赤)



無差別曲線の推定

「より選好されるもの」と「されないもの」の領域を絞っていく。

- 1、 \mathbf{x}_A と \mathbf{x}_0 を通る直線の \mathbf{x}_0 より下側はより選好されない。(黄色)
- 2、 \mathbf{x}_A と \mathbf{x}_0 よりも財の量が少ないベクトルはより選好されない。(赤)



無差別曲線の推定

このようにして、さらに多くの消費選択を観察すればする程、無差別曲線の存在領域が絞られていく。

その結果、 x_0 を通る無差別曲線は

「より選好される領域(RP)」と「より選好されない領域(RW)」の間にあることから、それを推定することができる。

以上