

空港コンクリート舗装の維持管理契約モデル

平成20年2月19日

京都大学工学部地球工学科土木工学コース

藤森 裕二

要 旨

本研究では、臨海部空港における性能規定型維持補修契約を対象とした空港舗装マネジメントモデルを提案する。その際、空港地盤の不同沈下リスク、コンクリート舗装の疲労破壊という2種類のライフサイクル費用リスクに着目する。コンクリートの劣化過程は空港地盤の不同沈下過程がコンクリート舗装の劣化過程に影響を及ぼすため、舗装の劣化過程を地盤沈下過程に依存した非斉次マルコフ過程として表現する。その上で、2種類のリスクを考慮したような非斉次マルコフ決定モデルを定式化する。さらに、非斉次マルコフ決定モデルを用いて初期における最適補修政策を決定する。

目 次

1	はじめに	1
2	本研究の考え方	3
2.1	従来の研究概要	3
2.2	維持管理契約の特性	4
2.3	モデルの構造	4
3	モデルの定式化	6
3.1	前提条件	6
3.2	地盤の沈下過程	6
3.3	舗装の劣化過程	7
3.4	補修・劣化過程	8
3.5	維持管理契約モデル	9
4	モデルの解法	11
4.1	最適値関数の導出	11
4.2	最適値関数に関する期待値操作	12
4.3	解法	12
5	適用事例	14
5.1	適用事例の概要	14
5.2	初期時点の最適解	16
6	おわりに	18

1 はじめに

わが国では、空港施設が埋め立て地や空港島のような人工地盤上に建設される場合が少なくない。このような空港施設では、空港地盤の不同沈下が、コンクリート舗装の劣化過程に多大な影響を及ぼすこととなる。さらに、舗装の初期施工条件や繰り返し荷重の変動等に起因する舗装劣化過程の不確実性が介在する。このため、空港地盤の沈下過程や舗装の劣化過程を確定的に予測することは不可能である。このため、空港コンクリート舗装のアセットマネジメントにおいては、長期的な地盤沈下過程や舗装の劣化過程の不確実を考慮した維持補修戦略を決定することが必要となる。

本研究では、PFI事業における空港舗装マネジメント問題を対象とする。PFI事業契約では、契約期間中において空港コンクリート舗装が満足すべき性能が規定されている。さらに、契約期間を通じた大規模補修予算が契約により規定されており、事業者は補修予算の中で性能規定を満足するように空港舗装コンクリートを維持管理することが求められる。現実に必要な補修額が契約予算を超過する場合、事業者が超過額を負担しなければならない。このような空港コンクリート舗装の性能規定型維持補修契約においては、事業者は契約期間末における補修費用超過リスクを最小にするように、各期における補修計画を決定することが必要となる。

本研究では、空港コンクリート舗装マネジメントのライフサイクル費用に影響を及ぼす要因として、空港地盤の不同沈下リスク、コンクリート舗装の疲労破壊という2種類のリスクに着目する。コンクリートの劣化過程は空港地盤の不同沈下過程がコンクリート舗装の劣化過程に影響を及ぼすため、舗装の劣化過程を地盤沈下過程に依存した非斉次マルコフ連鎖モデルを用いて表現する。その上で、事業者が地盤沈下過程、舗装の疲労破壊過程という2種類のリスクを考慮しながら、ライフサイクル費用を最小にするような補修政策を決定できるような非斉次マルコフ決定モデルを提案する。

以上の問題意識の下に、本研究では、非斉次マルコフ決定モデルを用いて、地盤の不同沈下を考慮した舗装の維持補修戦略を求める方法論を提案する。以下、**2.**では、本研究の基本的な考え方を整理し、**3.**では、初期時点において補修費用支出計画を策定するための非斉次マルコフ決定モデルを定式化する。**4.**では、モ

デルの計算方法について説明する。5. では、H空港を対象とした適用事例について説明する。なお、本研究では、非斉次マルコフ連鎖モデルの推計について、その詳細は参考文献に譲るが、読者の便宜を図るため、その概要を付録に示す。

2 本研究の考え方

2.1 従来の研究概要

土木施設の劣化過程や故障の生起事象を確率過程としてモデル化し、ライフサイクル費用を最小にするような最適補修政策を求める数理モデルが数多く提案されている。特に、健全度を離散的な状態変数で記述するマルコフ決定モデル^{3),4)}は、劣化過程の記述が簡単であり、数多くの実用モデル⁵⁾⁻⁷⁾が提案されている。伝統的なマルコフ決定モデルは、システムの劣化過程を表現するマルコフ推移確率が、初期時点からの経過時間に依存しないような斉次マルコフ劣化モデルで表現し、定常的な最適補修政策を求めることを目的としている。このようなマルコフ決定過程モデルに関する研究は、ハザードモデルを用いて劣化過程を表現する方法が開発されることにより、実用化が急速に進展した。例えば、青木等は照明ランプで構成されるシステムを対象として、システム全体の点検・補修タイミングに関する補修政策を求める方法論を提案している^{9),10)}。さらに、貝戸らは橋梁部材の劣化過程を表すマルコフ推移行列を多段階指数ハザードモデルを用いて推計する方法を提案し、平均費用を最小にするような橋梁補修政策を求めるマルコフ決定モデルを提案している。しかし、本研究で対象とするような臨海部に立地する空港施設のコンクリート舗装のマネジメント問題を考える場合、1) 空港地盤の不同沈下過程が、コンクリート舗装の劣化過程に多大な影響を及ぼすこと、2) 空港舗装の劣化過程には、地盤の不同沈下過程やコンクリートの疲労破壊等、複数のリスクが介在することが問題となる。空港地盤の沈下速度は、空港建設からの経過時間に依存して変化する。このため、空港舗装の劣化過程を定常的な斉次マルコフ劣化モデルで表現することは不可能である。青木らは、トンネル灯具の劣化過程を初期時間からの経過時間に依存するような非斉次マルコフ劣化モデルを表現し、経過時間に依存するような最適補修政策を求める計画モデルを提案している。しかし、空港舗装の場合、地盤の不同沈下過程が不確実であり、不同沈下過程により舗装劣化過程を表すマルコフ推移確率が変化する。すなわち、地盤沈下リスク、コンクリート舗装の疲労破壊リスクという複数のリスクを同時に考慮したような非斉次マルコフ決定モデルを開発することが必要となる。筆者の知る限り、複数リスクを考慮した非斉次マルコフ決定モデルに関する研究事例は見当たらない。そこで、本研究では、複数リスクを考慮した非斉次マルコフ連鎖モデルを用いて

空港舗装のアセットマネジメントにおけるライフサイクル費用の低減化を図った最適補修戦略を決定する方法論を提案する。

2.2 維持管理契約の特性

空港舗装のアセットマネジメントにおいては、ライフサイクル費用の低減化^{16),17)}が図れるような最適補修戦略を策定することが重要である。特に、空港の使用性の観点から、施設を長時間にわたり閉鎖して大規模補修を実施することは、多大な経済損失を招くことになる。このため、空港コンクリート舗装の設計にあたっては、長期間にわたって十分な耐久性を有するような舗装構造を確保することが求められる。一方で、適切な維持管理を行い、設計供用期間中の耐久性を確保することが要請される。コンクリート舗装のアセットマネジメントを実施する上で、コンクリート舗装の劣化モデルを作成し、ライフサイクル費用や補修需要を推計することが求められている。

本研究では、空港舗装の所有者と維持管理業務を実施する運営者の間に性能規定型維持補修契約（以下、維持補修契約と呼ぶ）が締結され、運営者により、空港コンクリート舗装のアセットマネジメントが実施される問題を取りあげる。さらに、契約期間を通じて、空港コンクリート舗装が維持すべき性能が規定されている。運営者は、コンクリート舗装が常に所与の性能規定を満足するように、維持補修を実施することが義務付けられている。また、維持補修契約では、每期における運営者の維持補修業務に対して一定額の対価が支払われる。それと同時に、コンクリート舗装が劣化した場合、大規模補修が実施される。契約期間全体を通じて、大規模補修費の総額（以下、大規模補修予算と呼ぶ）が規定されている。運営者は、性能規定を満足させ、所与の大規模補修予算を超過しないようにライフサイクル費用を最小にするように努力する。このような空港舗装マネジメントでは、ライフサイクル費用リスクの管理が重要な課題となる。

2.3 モデルの構造

空港供用前では、地盤沈下過程や舗装劣化過程に関する実績データが存在しない。そのため、地盤沈下過程と舗装の疲労破壊過程を同時に考慮に入れて、コンクリート舗装の劣化過程を予測することが必要となる。

地盤沈下とコンクリート舗装の疲労破壊の2つのリスクを同時に考慮した非斉

次マルコフ決定モデルは、1) 力学的手法により地盤沈下過程、コンクリートの疲労過程を予測する1次モデル、2) 1次モデルの予測結果を、統計的劣化モデルとして表現した2次モデルで構成されている。1次モデルは、1) 地盤の不同沈下過程を予測する確率的1次元圧密モデル、2) コンクリート版内に発生する応力状態を解析する2次元有限要素法モデル、3) コンクリートの破壊確率曲線からコンクリート版の累積疲労度を算定する疲労破壊モデルという3つのサブモデルで構成されている。しかし、1次モデルを用いてライフサイクル費用評価を実施する場合、1) モデルの操作性に問題があり、膨大な計算時間が必要となる、2) シミュレーションで得られた膨大な分析結果に対して統計的処理を行うことが必要となるという課題が発生する。さらに、3) 破壊確率曲線は、疲労破壊試験で得られた限られた実験サンプルを用いて統計的に推定された曲線であり、理論的基盤を持つ力学的モデルとは言いがたい。このように1次モデルは、分析精度が異なるサブシステムを連結したものであり、1次モデルの予測結果には多くの不確実性が介在する。本研究では、1次モデルに介在する不確実性の内、土質条件の不確実性に関しては、土質条件をランダムに変化させた1次元圧密モデルを用いて、多数の地盤沈下シナリオを発生させる。さらに、コンクリート版の疲労破壊に関する不確実性に関しては、航空機の走行時のばらつきを確率的に表現し、コンクリート版の疲労破壊に関するサンプルパスを作成する。その上で、1次モデルを用いて発生した膨大な計算結果に含まれる統計的規則性を2次モデルを用いて表現している。

2次モデルは、地盤沈下過程を表すサンプルパスの確率分布を表現した混合地盤沈下モデル、地盤沈下過程を入力情報としてコンクリート舗装の劣化過程を表現する非斉次マルコフ連鎖モデルで構成される。本研究では、地盤沈下リスクを考慮したコンクリート舗装の最適補修政策を求める非斉次マルコフ決定モデル（以下、最適補修政策モデルと呼ぶ）を定式化する。その際、2次モデルを構成する混合地盤沈下モデル、非斉次マルコフ連鎖モデルを用いて、最適補修政策モデルの入力情報を作成することができる。空港供用開始時点では、このように定式化した最適補修政策モデルを用いて、空港舗装の最適補修計画を作成することとなる。

3 モデルの定式化

3.1 前提条件

PFI事業者がカレンダー時刻 τ_0 に空港施設を新たに建設し、それ以降の時刻にわたって空港コンクリート舗装を管理する問題を考える。カレンダー時刻 τ_0 を初期時点 $t=0$ とする離散的時間軸 $t=0,1,2,\dots,\bar{T}$ を導入する。 \bar{T} は事業権契約の最終期である。離散的時間間隔として、1年間を想定する。対象とする舗装区域を合計 I 個の平面メッシュに分割する。各平面メッシュは、コンクリート舗装版に対応しており、平面メッシュ単位で地盤沈下量と舗装劣化予測が実施される。いま、空港の供用開始時点に着目しよう。この時点では、地盤沈下、舗装の疲労破壊に関するモニタリング情報が存在しない。本研究では、1) 地盤沈下パスの統計的性質を表現する混合地盤沈下モデル、2) 地盤沈下過程のサンプルパス上におけるコンクリート舗装の劣化過程を表すマルコフ推移確率モデルを作成する。この内、混合地盤沈下モデルは、地盤沈下過程を1次元圧密モデルで予測した地盤沈下パスの線形荷重和として表現するモデルである。さらに、ある一定期間の間に舗装が劣化する確率をマルコフ推移確率を用いて表現する。しかし、地盤の不同沈下状態に依存して、コンクリート舗装の疲労メカニズムが異なる。したがって、舗装の劣化過程は、マルコフ推移確率が地盤沈下状態に依存して変化する非斉次マルコフ劣化モデルを用いて記述される。

3.2 地盤の沈下過程

すでに確率的1次元圧密モデルを用いて、混合地盤沈下モデルを作成する方法論は提案されている³⁴⁾。本モデルの詳細は参考文献に譲るが、ここでは読者の便宜を図るため、その概要を簡単に記載しておく。いま、平面メッシュ i ($i=1,\dots,I$)の地盤沈下パス $f_i(t,k)$ ($k=1,\dots,K$)が与えられたとしよう。混合地盤沈下モデルは、現実の地盤沈下量を、地盤沈下パスの荷重和

$$\hat{g}_i^t = \sum_{k=1}^K \hat{\omega}_i(k) f_i(t,k) + \hat{\varepsilon}_i \quad (t=0,\dots,\bar{T}) \quad (3.1)$$

として表現できる。ここに、 $\hat{\varepsilon}_i$ は、測定誤差を表す確率変数であり、互いに独立な1次元正規分布 $\mathcal{N}(0,\sigma_i^2)$ に従うと仮定する。また、 $\hat{\omega}_i(k)$ は、地盤沈下パス k に対して

割り当てられた重みであり,

$$\sum_{k=1}^K \hat{\omega}_i(k) = 1 \quad (i = 1, \dots, I) \quad (3.2)$$

が成立する. 各サンプルパスに割り付けられる重み係数が一意的に決定されるためには混合地盤沈下モデルを構成するサンプルパスが互いに独立でなければならない.

3.3 舗装の劣化過程

時点 t から $t+1$ の間において生起するコンクリート舗装の健全度の推移確率を, マルコフ推移確率で表そう. コンクリート舗装の劣化過程は, 地盤沈下過程の影響を受ける. いま, 全平面メッシュに関する地盤沈下サンプルパス $\hat{\mathbf{y}} = (\hat{\mathbf{y}}_1, \dots, \hat{\mathbf{y}}_I)$ が与えられたとしよう. このようなサンプルパス群に対して, 時間断面 t における各平面メッシュの地盤沈下量を表した地盤沈下量ベクトル $\hat{\mathbf{y}}^t = (\hat{y}_1^t, \dots, \hat{y}_I^t)$ を定義しよう. さらに, 時点間 $[t, t+1)$ のマルコフ推移確率が, 時点 t における地盤沈下量ベクトル $\hat{\mathbf{y}}^t$ に依存して定義されると考える. このとき, この地盤沈下パスの下で定義されるマルコフ推移確率は, 時点 t で評価された健全度 $h_i^t(\hat{\mathbf{y}}^t) = j$ を与件とし, 次の時点 $t+1$ において健全度 $h_i^{t+1}(\hat{\mathbf{y}}^t) = l$ が生起する条件付確率

$$\begin{aligned} \text{Prob}[h_i^{t+1}(\hat{\mathbf{y}}^t) = l | h_i^t(\hat{\mathbf{y}}^t) = j] \\ = p_i^{j,l,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

と定義できる. ただし, 期間 $[t, t+1)$ 中は, 地盤沈下量は $\hat{\mathbf{y}}^t$ のまま一定であると仮定する. さらに, 期間 $[t, t+1)$ で定義される条件付確率(3.3)を要素とするマルコフ推移行列を

$$\mathbf{P}_i^t(\hat{\mathbf{y}}^t) = \begin{pmatrix} p_i^{11,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \cdots & p_i^{1J,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & p_i^{JJ,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

と定義する. この時, 地盤沈下過程のサンプルパス $\hat{\mathbf{y}} = (\hat{\mathbf{y}}^0, \dots, \hat{\mathbf{y}}^T)$ を与件としたとき, 平面メッシュ i ($i = 1, \dots, I$)の t 期における健全度の確率分布 $\mathbf{m}_i^t(\hat{\mathbf{y}}) = (m_i^{1,t}(\hat{\mathbf{y}}), \dots, m_i^{J,t}(\hat{\mathbf{y}}))$ は,

$$\mathbf{m}_i^t(\hat{\mathbf{y}}) = \mathbf{m}_i^0 \prod_{s=0}^{t-1} \mathbf{P}_i^s(\hat{\mathbf{y}}^s) \quad (3.5)$$

と表される. ただし, $\mathbf{m}_i^0 = (1, 0, \dots, 0)$ である.

3.4 補修・劣化過程

任意の期間 $[t, t+1)$ におけるコンクリート舗装の補修・劣化過程を以下のようにモデル化しよう。いま，ある地盤沈下のサンプルパス $\hat{\mathbf{y}}$ に着目しよう。期間 t の期首におけるコンクリート舗装の状態を $(l^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ と表す。 t 期に補修が実施される場合には， t 期の期首に直ちに補修が実施され，コンクリート舗装の健全度が j^t ($j^t \leq l^t$)に回復する。期間 $[t, t+1)$ の間，地盤沈下量はすべての平面メッシュにおいて一定値 \mathbf{y}^t に留まると仮定する。当該期間中に，コンクリート舗装は，マルコフ推移確率行列 $\mathbf{P}_i^t(\hat{\mathbf{y}}^t)$ に従って推移する。その結果， $t+1$ 期の期首にモニタリングが実施され，平面メッシュ i のコンクリート舗装の状態が $(l^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{t+1})$ に推移したとしよう。この時，期間 $[t, t+1)$ の間に，コンクリート舗装の状態は，最終的に $(l^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ から， $(l^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{t+1})$ に推移する。このように舗装の補修アクションが実施された結果実現するコンクリート舗装の状態変数の推移状態を舗装の補修・劣化過程と呼ぶこととする。

いま， t 期の期首において実施されるコンクリート舗装の補修政策 $d \in D$ を，平面メッシュ i の健全度 $(l^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ に対して，その場合に実施すべき補修アクションを指定する関数を用いて定義しよう。補修政策は有限個存在し， D は補修政策の集合である。補修政策 $d \in D$ の下で t 期に実施される平面メッシュ i の補修アクションを ξ_i^{dt} ，補修アクション実施後の劣化水準 $\xi_i^{dt}(l^t, \hat{\mathbf{y}}^t) \in \xi_i(l^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ を用いて

$$\xi_i^{dt} = \begin{pmatrix} \xi_i^{dt}(1, \hat{\mathbf{y}}^t) \\ \vdots \\ \xi_i^{dt}(J, \hat{\mathbf{y}}^t) \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

と定義する。ただし， $\xi_i^{dt}(l^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ は平面メッシュ i の状態 $(l^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ に対して定義される補修アクションの集合である。補修政策 d の下で時点 t における平面メッシュ i の状態 $(l^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ に対して補修アクション $\xi_i^{dt}(l, \hat{\mathbf{y}}^t)$ を採用した場合の補修費用を $c_i^d(l^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ と表す。

平面メッシュ i の補修政策 $d \in D$ を実施した場合の健全度の推移行列を定義する。補修政策 d に基づくアクション内容は平面メッシュの状態 $(l^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ に対して，アクション実施後の健全度 j^t を対応させる関数 $\xi_i^{dt}(l^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ を用いて記述される。今，平面メッシュ i の状態 $(l^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ の時に補修政策 d を適用した場合，平面メッシュ i の健全度の推移確率は

$$q_i^{l^t j^t, dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) = \begin{cases} 1 & \xi_i^{d,t}(l, \hat{\mathbf{y}}^t) = j^t \text{の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (3.7)$$

$$(l^t = 1, \dots, J; j^t = 1, \dots, l^t)$$

と表される．すなわち，補修が実施された後の健全度(補修が実施されない場合は元の健全度)に確率1で推移する．以上の推移確率を推移確率行列 $Q_i^{dt}(\mathbf{y}^t)$ として整理することにより，

$$Q_i^{dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) = \begin{pmatrix} q_i^{11,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) & q_i^{12,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \cdots & q_i^{1J,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) \\ q_i^{21,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) & q_i^{22,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \cdots & q_i^{2J,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_i^{J1,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) & q_i^{J2,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \cdots & q_i^{JJ,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

を得る．健全度 J である場合，直ちに補修されるため常に $q_i^{JJ,dt}(\mathbf{y}^t) = 0$ が成立する．この場合，補修ルール d の下で， t 期のモニタリング後の状態 $(l^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ から，補修アクションを実施し， $t+1$ 期の期首におけるモニタリング実施後の状態 $(l^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{t+1})$ に推移する確率を表す推移確率行列 $P_i^{dt}(\mathbf{y}^t)$ は

$$P_i^{dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) = Q_i^{dt}(\hat{\mathbf{y}}^t)P_i^t(\hat{\mathbf{y}}^t) \quad (3.9)$$

と表される．ただし，推移確率行列 $P_i^{dt}(\mathbf{y}^t)$ は，

$$P_i^{dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) = \begin{pmatrix} p_i^{11,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) & p_i^{12,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \cdots & p_i^{1J,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) \\ p_i^{21,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) & p_i^{22,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \cdots & p_i^{2J,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_i^{J1,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) & p_i^{J2,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \cdots & p_i^{JJ,dt}(\hat{\mathbf{y}}^t) \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

である．

3.5 維持管理契約モデル

いま， t 期のモニタリングの結果，平面メッシュ i の状態が (l^t, \mathbf{y}^t) であったとしよう，補修政策 d の下で t 期における平面メッシュ i の状態 (l^t, \mathbf{y}^t) に対して補修アクション $\xi_i^{dt}(l^t, \mathbf{y}^t)$ を採用した場合の補修費用を $c_i^d(l^t, \mathbf{y}^t)$ と表す．平面メッシュ i の健全度が l^t か

ら $\xi^{dt}(l^t, \mathbf{y}^t) = j^t$ に改善される場合には補修費用 $c_i^d(l^t, \mathbf{y}^t) = c_{ltj^t}$ が必要となる。すなわち、 $\xi_i^{dt}(l^t, \mathbf{y}^t) = j^t$ の時、 $c_i^d(l^t, \mathbf{y}^t) = c_{ltj^t}$ が成立する。ただし、補修費用には維持費用も含まれる。補修を実施しない場合 ($\xi_i^{dt}(l^t, \mathbf{y}^t) = l^t$ が成立する場合) には $c_i^d(l^t, \mathbf{y}^t) = c_{ltl^t} = c$ となる。 c は維持費用である。ただし、補修費用は条件

$$c_{jtj^t} \leq \cdots \leq c_{ltj^t} \leq \cdots \leq c_{Jj^t} \quad (3.11)$$

$$(j^t \leq l^t \leq J; l^t = 1, \dots, J)$$

を満足すると仮定する。条件 (3.11) は補修の劣化水準が悪い方が、同一の劣化水準に回復するための費用が大きくなることを意味する。

運営者は、契約期間 $[0, \bar{T}]$ において、期待ライフサイクル費用の最小化を図る。この時、初期時点において達成可能な期待ライフサイクル費用の最小値 $V_i^0(1, \mathbf{y}^0)$ は

$$V_i^0(1, \mathbf{y}^0) = \min_{d \in D} \left\{ E \left[\sum_{t=0}^{\bar{T}} \gamma^t c_i^d(l^t, \mathbf{y}^t) \right] \right\} \quad (3.12)$$

と表される。ただし、 γ^t は t 期における割引因子である。また、 (l^t, \mathbf{y}^t) は、それぞれ t 期のモニタリングにより観測される健全度、および地盤沈下量を表す。ただし、記号 $E[\cdot]$ は、地盤沈下過程、および舗装の劣化過程に関する期待値操作を表す。すなわち、地盤沈下過程 $\hat{\mathbf{y}}^t$ は、混合地盤沈下モデル (3.1) に従って分布する。一方、性能規定契約では、契約期間全体を通じて、補修アクション実施後の健全度 j^t ($t = 1, \dots, \bar{T}$) が、性能水準に関する制約条件

$$j^t \leq L \quad (t = 1, \dots, \bar{T}) \quad (3.13)$$

を満足しなければならない。ただし、 L は性能基準を表す。したがって、維持管理契約モデルは

$$\min_{d \in D} \left\{ E \left[\sum_{t=0}^{\bar{T}} \gamma^t c_i^d(l^t, \mathbf{y}^t) \right] \right\} \quad (3.14a)$$

subject to

$$j^t \leq L \quad (t = 1, \dots, \bar{T}) \quad (3.14b)$$

と表される。最後に、各期における健全度の相対的頻度分布は、式 (3.9) を用いて

$$\mathbf{m}_i^{dt}(\hat{\mathbf{y}}) = \mathbf{m}_i^0 \prod_{s=0}^{t-1} \mathbf{P}_i^{ds}(\hat{\mathbf{y}}^s) \quad (3.15)$$

と表現できる。

4 モデルの解法

4.1 最適値関数の導出

最適値関数(3.12)は、初期時点で評価した契約期間にわたる期待ライフサイクル費用の現在価値を表している。最適値関数 $V_i^0(1, \mathbf{y}^0)$ を展開すれば、

$$V_i^0(1, \mathbf{y}^0) = \min_{\xi_i^{d0}(1, \mathbf{y}^0) \in \xi_i(1, \mathbf{y}^0)} \left\{ c_i^d(1, \mathbf{y}^0) + \gamma E \left[V_i^1(l^1, \mathbf{y}^1) \right] \right\} \quad (4.1)$$

を得る。ただし、 γ は1期後の割引因子である。記号 $E[\cdot]$ は、地盤沈下過程分布と舗装の劣化過程に関する期待値操作を表す。最適値関数(3.12)を求めるためには、第1期における最適値関数 $V_i^1(l^1, \mathbf{y}^1)$ に関する情報が必要となる。式(4.1)において、地盤沈下量及び空港コンクリート舗装の劣化過程に不確実性が介在しており、2種類のリスクが含まれている。期待値関数を求めるためには、これら2種類のリスクに関して最適値関数の期待値を評価することが必要となる。ここで、まず地盤沈下量に関するリスクに着目する。いま、混合地盤沈下モデル(3.1),(3.2)を用いて、地盤沈下過程に関するサンプルパスをランダムに発生させる。地盤沈下過程に関して合計 M 本のサンプルパスを発生させれば、式(4.1)を

$$V_i^0(1, \hat{\mathbf{y}}^0) = \frac{1}{M} \sum_{f=1}^M \min_{\xi_i^{d0}(1, \hat{\mathbf{y}}^{f0}) \in \xi_i(1, \hat{\mathbf{y}}^{f0})} \left\{ c_i^d(1, \hat{\mathbf{y}}^{f0}) + \gamma E^\circ \left[V_i^{f1}(l^1, \hat{\mathbf{y}}^{f1}) \right] \right\} \quad (4.2)$$

と書き換えることができる。ここに、 $V_i^{f1}(l^1, \hat{\mathbf{y}}^{f1})$ はサンプルパス f 上で定義される第1期における最適値関数を表す。また、記号 $E^\circ[\cdot]$ は、舗装の劣化過程に関する期待値操作を表す。ここで、地盤沈下過程がサンプルパス f に従って推移すると考えよう。その上で、地盤沈下パス f を与件とした部分問題を考える。サンプルパス f を与件とした部分問題における t 期の最適値関数 $V_i^{ft}(l^t, \mathbf{y}^{ft})$ は、

$$V_i^{ft}(l^t, \mathbf{y}^{ft}) = \min_{\xi_i^{dt}(l^t, \mathbf{y}^{ft}) \in \xi_i(l^t, \mathbf{y}^{ft})} \left\{ c_i^d(l^t, \mathbf{y}^{ft}) + E^\circ \left[V_i^{f,t+1}(l^{t+1}, \mathbf{y}^{f,t+1}) \right] \right\} \quad (4.3)$$

と定義できる。

4.2 最適値関数に関する期待値操作

つぎに、コンクリート舗装の劣化過程のリスクに着目する． $V_i^{t+1}(l^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{f,t+1})$ は、 $t+1$ 期に平面メッシュ i の状態が $(l^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{f,t+1})$ であり、 $t+1$ 期以降に、サンプルパス f 上で最適補修政策 d^* を適用することにより達成できる $t+1$ 期以降の最適期待ライフサイクル費用の当該期価値を表している、さらに、

$$\begin{aligned} & E^\circ [V_i^{f,t+1}(l^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{f,t+1})] \\ &= \sum_{l^{t+1}=1}^J p_i^{l^{t+1}, dt}(\hat{\mathbf{y}}^{ft}) V_i^{f,t+1}(l^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{f,t+1}) \end{aligned} \quad (4.4)$$

と表現されることに留意しよう、したがって、式(4.3)は

$$\begin{aligned} V_i^{ft}(l^t, \hat{\mathbf{y}}^{ft}) &= \min_{\xi_i^{dt}(l^t, \hat{\mathbf{y}}^{ft}) \in \xi_i(l^t, \hat{\mathbf{y}}^{ft})} \left\{ c_i^d(l^t, \hat{\mathbf{y}}^{ft}) \right. \\ & \left. + \gamma \sum_{l^{t+1}=1}^J p_i^{l^{t+1}, dt}(\hat{\mathbf{y}}^{ft}) V_i^{f,t+1}(l^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{f,t+1}) \right\} \end{aligned} \quad (4.5)$$

と書き換えることができる．ここで、推移確率 $p_i^{l^{t+1}, dt}(\hat{\mathbf{y}}^{ft})$ はサンプルパス f 上における補修政策 d の下で補修アクション $\xi^{dt}(l^t, \hat{\mathbf{y}}^{ft})$ に対応して定義される推移確率であり、式(3.9)で定義される推移確率行列 $P_i^{dt}(\hat{\mathbf{y}}_t)$ の第 (l^t, l^{t+1}) 要素に該当する．

4.3 解法

混合地盤沈下モデル(3.1),(3.2)を用いて、地盤沈下過程に関するサンプルパスをランダムに発生させる．地盤沈下過程に関して合計 M 本のサンプルパスの中で、サンプルパス f に着目しよう．サンプルパス f 上で定義される再帰方程式(4.5)は、通常確率動的計画問題の再帰方程式に他ならない． \bar{T} 期における終端条件を用いて、再帰方程式(4.5)を後ろ向きに解くことが出来る．契約終了期において、

$$V_i^{f\bar{T}}(l^{\bar{T}}, \hat{\mathbf{y}}^{f\bar{T}}) = \begin{cases} 0 & (l^{\bar{T}} = 1, \dots, L) \\ c_{l^{\bar{T}}, j^{\bar{T}}} & (l^{\bar{T}} = L+1, \dots, J) \end{cases} \quad (4.6)$$

が成立する．ただし、 $c_{l^{\bar{T}}, j^{\bar{T}}}$ は性能基準を満たすために必要な補修費用である．すなわち、 $j^{\bar{T}} \leq L$ が成り立つ．つぎに、 t 期に着目しよう． t 期の最適化問題は

$$\begin{aligned} V_i^{ft}(l^t, \hat{\mathbf{y}}^{ft}) &= \min_{\xi_i^{dt}(l^t, \hat{\mathbf{y}}^{ft}) \in \xi_i(l^t, \hat{\mathbf{y}}^{ft})} \left\{ c_i^d(l^t, \hat{\mathbf{y}}^{ft}) \right. \\ & \left. + \gamma \sum_{l^{t+1}=1}^J p_i^{l^{t+1}, dt}(\hat{\mathbf{y}}^{ft}) V_i^{f,t+1}(l^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{f,t+1}) \right\} \end{aligned} \quad (4.7)$$

と表される．以上のプロセスを第0期まで繰り返す．以上で求めた最適補修政策は，地盤沈下パス f に対して定義された最適政策である．このことを明示的に表すために，上記問題の最適政策を $\xi_i^*(\hat{\mathbf{y}}^f) = (\xi_i^{d^*0}(l^0, \hat{\mathbf{y}}^{f0}), \dots, \xi_i^{d^*T}(l^T, \hat{\mathbf{y}}^{fT}))$ と表そう．この時，地盤沈下パス f 上における第0期の最適値関数は

$$\begin{aligned} V_i^{f0}(1, \hat{\mathbf{y}}^{f0}) &= c_i^{d^*}(1, \hat{\mathbf{y}}^{f0}) \\ &+ \gamma E^\circ [V_i^{f1}(l^1, \hat{\mathbf{y}}^{f1})] \end{aligned} \quad (4.8)$$

と表すことができる．最適値関数 $V_i^{f0}(1, \hat{\mathbf{y}}^{f0})$ は，地盤沈下パス f を既知として求めたものである．しかし，0期の期首において，地盤沈下過程は未知であり，将来時点で起こりえる地盤沈下過程の不確実性を考慮することが必要となる．すなわち，第0期の期首で評価した期待ライフサイクル費用は

$$V_i^0(1, \hat{\mathbf{y}}^0) = \frac{1}{M} \sum_{f=1}^M V_i^{f0}(1, \hat{\mathbf{y}}^{f0}) \quad (4.9)$$

と表すことができる．以上の議論より，最適補修政策は，地盤沈下パスのそれぞれに対して定義されるため，最適補修政策の数は膨大な数に及ぶ．ここでは，補修政策の1つの事例として，平均的な地盤沈下過程を表す期待値パス $E\mathbf{y} = (E\mathbf{y}^0, \dots, E\mathbf{y}^T)$ をとりあげ，期待値パス上における条件付最適補修政策を定義しよう，期待値パス $E\mathbf{y}$ を与件として，再帰方程式(4.6),(4.7)を解くことにより条件付最適補修政策 $\xi_i^*(E\hat{\mathbf{y}}) = \{\xi_i^{d^*0}(l^0, E\hat{\mathbf{y}}^0), \dots, \xi_i^{d^*T}(l^T, E\hat{\mathbf{y}}^T)\}$ を得ることができる．条件付最適補修政策 $\xi_i^*(E\hat{\mathbf{y}})$ を，以下では平均的最適補修政策と呼ぶこととする．また，期待値パスに対して定義された期待ライフサイクル費用 $V_i^{E0}(1, E\hat{\mathbf{y}}^0)$ を，平均的ライフサイクル費用と呼ぶこととする．

5 適用事例

5.1 適用事例の概要

本研究では、臨海部空港であるH空港を適用事例としてとりあげる。同空港では、近距離国際旅客便の就航と深夜早朝時間帯を利用した国際貨物便就航を目的とし、エプロンを含む基本施設の他、空港保安施設、付帯施設、構内道路・駐車場および緑地の設計、施工から維持管理までを対象としたPFI事業を実施している。中でも、エプロン部は、航空機が駐機するエリアであり、高い耐流動性および耐油性が求められることからコンクリート舗装が適用されている。同エプロンは、軟弱地盤上に位置しており、地盤の不同沈下によるコンクリート舗装の疲労劣化が問題となる。そこで、下村等³³⁾は、不同沈下を考慮した疲労度設計手法により、コンクリート舗装版の累積疲労度を算定することにより、コンクリート舗装の劣化過程を予測し、30年を目標計画期間とする維持補修計画を検討する方法を提案している。本適用事例では、PFI事業における契約期間を30年とし、H空港におけるエプロン部に位置する825m×400mの範囲をとりあげ、一辺が25.5m×25.5mの平面メッシュを基本単位とする。

まず、確率的1次元圧密モデルを用いて、各平面メッシュの地盤沈下パスを作成した。地盤沈下パスの具体的な作成方法に関しては参考文献に譲るが、シミュレーション結果の1例を図-1に示す。同図は、例として選定した平面メッシュ $i = 73$ における経年的な地盤沈下量に対する20本の地盤沈下パス $f_{73}(t, k)$ を示したものである。対象として選択した平面メッシュは現地盤高さAP+3.0mに対し計画地盤高さがAP+6.0mであり、エリア内で盛土高が大きい箇所に該当する。20本のパスを比較すると、土質定数シナリオによって地盤沈下量が大きく変化している。つぎに、1次モデルで得られた20本の地盤沈下パス（図-1参照）を用いて、混合地盤沈下モデルを推定した。1次モデルで求めたパスは、互いに強い相関関係にある。そこで、多重共線性を避けるため、20本の地盤沈下パスの中で予測沈下量の上限值と下限値を規定する2本のパスを用いた。図-1に示すように、地盤沈下パスの中で、もっとも上方に位置するサンプルパスをパス α 、下方に位置するサンプルパスをパス β と呼ぶ。すべての平面メッシュに対して、2つの地盤沈下パスを採用することにより、混合

地盤沈下モデルは

$$\hat{g}_i^t = \sum_{k=1}^2 \hat{\omega}_i(k) f_i(t, k) + \hat{\varepsilon}_i \quad (5.1)$$

と特定化できる．空港供用前においては，地盤沈下過程に関するモニタリング情報が存在しないので， $\hat{\omega}_i(k)$ ($k = 1, 2$)は $\sum_{k=1}^2 \hat{\omega}_i(k) = 1$ を， $\hat{\varepsilon}_i$ は $\mathcal{N}(0, 1^2)$ を満たすように一様乱数を発生させ，サンプルパスを発生させた．

本適用事例では，マルコフ劣化モデルの作成において，説明変数として航空機交通量，不同沈下により発生する舗装地盤の曲率という2つの説明変数を採用することとした．航空機交通量として，**表-1**に示すように想定している．なお，**図-2**には，舗装地盤の曲率の算定方法を示している．不同沈下形状として，3つの連続するコンクリート舗装版の沈下量が，極値を1つだけ持つ3次曲線，極値を2つもつ3次曲線として近似できる場合がある．同図には，これら2つの場合の曲率を定義している．対象とする平面メッシュに対して，それに隣接する平面メッシュに関して4方向に対して曲率半径を算定できる．これら4方向の曲率半径の平均値を，当該メッシュの曲率半径と設定した．

本適用事例で採用した，指数ハザード関数は

$$\lambda_i^{j,t} = \exp(\beta^{j,1} + \beta^{j,2} x_i^{t,2} + \beta^{j,3} x_i^{t,3}) \quad (5.2)$$

と表される．ここに， $x_i^{t,2}, x_i^{t,3}$ は，それぞれ平面メッシュ*i*の期間*t*における航空機交通量，不同沈下により発生する曲率を表している．以下， $\beta^j = (\beta^{j,1}, \beta^{j,2}, \beta^{j,3})$ と表記しよう． β^j の値は**表-2**に示す．

本適用事例では，空港コンクリート舗装の劣化状態を，**表-3**に示すような5段階の劣化状態で表現し，性能規定は劣化状態4以下であることとする．補修工法として，ひび割れ部に樹脂系の注入剤を注入して雨水の浸透を防ぐことで，路盤を健全な状態に保つ方法(以下，ひび割れ部注入補修と呼ぶ)と，NC舗装版打ち換え補修があり，劣化状態2～4の場合はひび割れ部注入補修を，劣化状態5の場合はNC舗装版打ち換え補修を実施し，いずれの補修においても，補修が実施されると劣化状態は1まで回復するものとする．維持費用を除いた補修費用(単位：万円)は， $c'_{21} = 27.9$ ， $c'_{31} = 61.9$ ， $c'_{41} = 95.9$ ， $c'_{51} = 3238.4$ である．ただし，ひび割れ部注入補修に用いられる注入剤には耐用年数があり，耐用年数が経つと再度注入する必要があり，その度に補修費用がかかる．そこで，ひび割れ部注入補修における補

修費用は，耐用年数ごとにかかる費用を含めて現在価値評価している．本適用事例では，注入剤の耐用年数を5年，割引因子 $\gamma = 0.98$ とする．また，補修の有無に関わらず，巡回点検や定期点検などの維持費用(単位：万円)が1平面メッシュあたり $c = 1.4$ かかるものとする．

地盤沈下過程に関して合計100本のサンプルパスをランダムに発生させ，期待ライフサイクル費用を計算した．また，確率的1次元圧密モデルを用いて作成した20本の地盤沈下パスの期待値パスに対して平均的ライフサイクル費用を計算し，平均的最適補修政策を求めた．補修政策として，1)劣化状態4，もしくは5になったときに必ず補修を実施(2，3のときは補修しない)，2)劣化状態4，もしくは5になったときに必ず補修を実施，3)劣化状態4，もしくは5になったときに必ず補修を実施，2，もしくは3になったときに補修を実施するか選択(2のときは補修しない)，3)劣化状態4，もしくは5になったときに必ず補修を実施，2，もしくは3になったときに補修を実施するか選択，4)劣化状態5になったときに必ず補修を実施(2～4のときは補修しない)，5)劣化状態5になったときに必ず補修実施，4)になったときに補修するか選択(2，3のときは補修しない)，6)劣化状態5になったときに必ず補修を実施，3，4)になったときに補修を実施するか選択(2のときは補修しない)，7)劣化状態5になったときに必ず補修を実施，2～4)になったときに補修を実施するか選択，という7ケースについて達成可能な期待ライフサイクル費用，および平均的ライフサイクル費用の最小値を計算する．政策1～3においては，予防保全の観点から劣化状態4)になった時点で補修を実施する政策をとっている．

5.2 初期時点の最適解

それぞれの政策における全平面メッシュの達成可能な期待ライフサイクル費用および平均的ライフサイクル費用の最小値の合計は表-4にある通りである．表-4に示すように，すべての政策において，平均的ライフサイクル費用が期待ライフサイクル費用より低い結果となっている．これは，平均的な地盤沈下過程を表す期待値パスがランダム発生させた地盤沈下のサンプルパスに対して，各平面メッシュ間の地盤沈下量の差が小さくなり，隣接する平面メッシュに関して定義される曲率が小さくなるためだと思われる．その結果，コンクリート舗装の劣化過程に対する地盤の不同沈下の影響が少なくなり，平均的ライフサイクル費用が小さくなることとなる．また，7つの政策において，政策7は劣化状態2～4)になったときに補

修をするかの選択が可能であり、最も自由度が高いので、7ケースにおいて期待ライフサイクル費用を最小にする補修アクションを選択することができる。しかし、計算結果として、政策1～3，4～7における期待ライフサイクル費用，および平均的ライフサイクル費用が同じである。これは、政策1～3，4～7における全平面メッシュの補修アクションが同じであることを意味し、最適補修政策および平均的最適補修政策が常に劣化状態4，もしくは5になったときに補修を実施するという定常政策であることが求められた。すなわち、予防保全のための補修アクションとして、劣化状態が2，3になったときは補修を実施せず，劣化状態が4になったときに補修を実施する方が期待ライフサイクル費用，および平均的ライフサイクル費用が低くなることが分かる。これは、劣化状態2，3から劣化状態4への推移確率が低く，また，劣化状態4における補修費用が劣化状態2，3における補修費用に対してそれぞれ約3.45倍，約1.55倍程度であるためだと思われる。また，予防保全を行わない政策4が他の政策よりも期待ライフサイクル費用，および平均的ライフサイクル費用が高いことから，ライフサイクル費用の低減化のためには，予防保全の必要性が検証された。

6 おわりに

本研究では、臨海部空港における性能規定型維持補修契約を対象とした空港舗装マネジメントモデルを提案した。空港地盤の不同沈下過程がコンクリート舗装の劣化過程に影響を及ぼすため、空港地盤の不同沈下リスク、コンクリート舗装の疲労破壊という2種類のライフサイクル費用リスクに着目し、これら2種類のリスクを考慮したような非斉次マルコフ決定モデルを定式化し、これを用いて期待ライフサイクル費用、平均的ライフサイクル費用を算出し、初期時点における平均的最適補修政策を決定した。しかし、今後いくつかの研究課題が残されている。第1に、本研究においては、最適補修政策が決定されるのは空港供用前においてである。したがって、地盤沈下過程に関するサンプルパスが実際の地盤沈下パスと一致する保証はない。したがって、空港供用後に地盤沈下過程や舗装の劣化過程をモニタリングすることにより、地盤沈下過程や舗装の劣化過程に関する予測精度を向上することができる。そのため、新しいモニタリング情報が獲得されれば、舗装の劣化過程を表す非斉次マルコフ劣化モデルを逐次更新し、更新された非斉次マルコフ決定モデルを用いて、補修計画を修正することが必要になろう。第2に、本研究の適用事例は、補修による影響を考慮していない。ひび割れ部注入補修およびNC舗装版打ち換え補修によって劣化状態は1に回復するとしたが、実際は補修内容によってその後の劣化過程に影響があるはずである。今後は、補修による影響を考慮した補修・劣化過程モデルを考慮することが必要になろう。最後に、臨海部に建設された空港施設では、空港供用開始直後の期間では、地盤沈下リスクがライフサイクル費用に大きな影響を及ぼす。しかし、時間の経過とともに、地盤沈下過程は次第に減速し、安定的な状態に収束する。一方で、コンクリート版に作用する繰り返し荷重が累積するため、コンクリート版の疲労破壊リスクが大きくなる。このように、空港供用後、時間の経過に伴って、コンクリート舗装の劣化過程に影響を及ぼすリスク要因が変化していく。したがって、PFI事業権契約の初期の段階では、地盤沈下リスクの管理が重要な課題となるが、後半になるほどコンクリート舗装版の疲労破壊リスクに管理上の視点がシフトしていく。事業権契約の開始時点において、事業者はコンクリート舗装版の維持補修計画を策定する。しかし、空港供用開始後、地盤沈下量のモニタリング情報に基づいて地盤沈下シナリオを更新し、維持補修計画を逐次修正していくことが重要で

ある。空港供用後，一定の期間が経過すれば，コンクリート舗装の疲労破壊リスクが顕在化してくる。舗装健全度のモニタリング情報を用いて，舗装の劣化過程を表すマルコフ推移確率を補正するとともに，維持補修計画の見直しを行うことが求められる。このように，地盤沈下，疲労破壊という多大なリスク要因にさらされている空港舗装マネジメントでは，1)適切な1次モデルを用いた補修計画の策定と，2)モニタリング情報に基づいた補修計画のフォローアップを効率的に行う方法論の開発が必要である。

付録 非斉次マルコフ推移確率の推定

施設の劣化速度に影響を及ぼす平面メッシュ*i*の構造特性や環境条件を表す特性ベクトルを $\mathbf{x}_i^t = \{x_i^{t,1}, \dots, x_i^{t,Q}\}$ と表す. ただし, $x_i^{t,q}$ ($q = 1, \dots, Q$)は, 平面メッシュ*i*の*q*番目の説明変数の時点*t*における計算値を表す. また, 第1番目の説明変数は定数項に該当する変数であり, 恒等的に $x_i^{t,1} = 1$ であるとしよう. さらに, 説明変数には, 時点*t*において予測された各平面メッシュの地盤沈下量 $\hat{\mathbf{y}}^t$ のデータも含まれている. ハザード率 $\lambda_i^{j,t}$ ($j = 1, \dots, J-1; i = 1, \dots, I; t = 0, \dots, \bar{T}$)が, 平面メッシュ*i*の時点*t*の特性ベクトル \mathbf{x}_i^t を用いて

$$\lambda_i^{j,t} = \exp(\mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta}^j) \quad (\text{付録.1})$$

と表そう. ただし, 健全度*J*はマルコフ連鎖の吸収状態であり, $p_i^{J,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) = 1$ が成立するためにハザード率 $\lambda_i^{J,t}$ は必然的に $\lambda_i^{J,t} = 0$ となる. ただし, $\boldsymbol{\beta}^j = (\beta^{j,1}, \dots, \beta^{j,Q})$ は未知パラメータ $\beta^{j,q}$ ($q = 1, \dots, Q$)によるベクトルである. また, $x_i^{t,1} = 1$ より, $\beta^{j,1}$ は定数項を表す.

いま, 簡便化のため, 各平面メッシュの地盤沈下量は一定値をとると考え, 添え字*t*を省略する. また, 地盤沈下量ベクトルを表す添え字 $\hat{\mathbf{y}}^t$ を省略する. 平面メッシュ*i*の健全度*j* ($j = 1, \dots, J-1$)の寿命(その健全度が継続する時間長)を確率変数 ζ_i^j で表す. 健全度*j*の寿命が, 確率密度関数 $\psi_i^j(\zeta_i^j)$, 分布関数 $\Psi_i^j(\zeta_i^j)$ に従うと仮定する. 対象とする平面メッシュにおいて, 健全度が*j-1*から*j*へ変化した時点 τ_i^j を起点とする時間軸(以下, サンプル時間軸と呼ぶ)を考えよう. 健全度*j*のサンプル時間軸上で, 時点 τ_i^j からの経過時間を u_i^j と表記する. 時点 τ_i^j に健全度が*j*となり, そこから時間 u_i^j が経過した時点において健全度が*j+1*に変化する確率密度を指数ハザード関数^{35),36)}

$$\lambda_i^j(u_i^j) = \lambda_i^j \quad (\text{付録.2})$$

を用いて表現する. 指数ハザード関数を用いれば, 健全度*j*の寿命が u_i^j 以上となる確率 $\tilde{\Psi}_i^j(u_i^j)$ は,

$$\tilde{\Psi}_i^j(u_i^j) = \exp(-\lambda_i^j u_i^j) \quad (\text{付録.3})$$

と表現できる. したがって, 時点*t*において健全度が*j*と判定され, 次の時点*t+1*においても健全度が*j*と判定される確率は,

$$p_i^{j,j} = \exp(-\lambda_i^j z) \quad (\text{付録.4})$$

となる．ただし， z は時点間隔を表す．さらに，検査時点 t と $t+1$ の間で健全度が j から $l (> j)$ に推移するマルコフ推移確率 p_i^{jl} は，

$$\begin{aligned} p_i^{jl} &= \text{Prob}[h(t+1) = l | h(t) = j] \\ &= \sum_{v=j}^l \prod_{s=j}^{v-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s - \lambda_i^v} \prod_{s=v}^{l-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^{s+1} - \lambda_i^v} \exp(-\lambda_i^v z) \\ &(j = 1, \dots, J-1; l = j+1, \dots, J) \end{aligned} \quad (\text{付録.5})$$

と表すことができる²¹⁾．ただし，表記上の規則として，

$$\begin{cases} \prod_{s=j}^{v-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s - \lambda_i^v} = 1 & (v = j \text{ の時}) \\ \prod_{s=v}^{l-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^{s+1} - \lambda_i^v} = 1 & (v = l \text{ の時}) \end{cases}$$

が成立すると考える．さらに，表記の便宜上，

$$\begin{aligned} &\prod_{s=j, \neq v}^{l-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s - \lambda_i^v} \exp(-\lambda_i^v z) \\ &= \prod_{s=j}^{v-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s - \lambda_i^v} \prod_{s=v}^{l-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^{s+1} - \lambda_i^v} \exp(-\lambda_i^v z) \end{aligned}$$

と簡略化する．また， p_i^{jJ} に関しては，マルコフ推移確率の条件より次式で表せる．

$$p_i^{jJ} = 1 - \sum_{l=j}^{J-1} p_i^{jl} \quad (j = 1, \dots, J-1) \quad (\text{付録.6})$$

参考文献

- 1) 例えば, Heyman, D.P. and Sobel, M.J. (eds.): Stochastic Models, *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol. 2, North-Holland, 1990.
- 2) 例えば, 三根久, 河合一: 信頼性・保全性の数理, 朝倉書店, 1982.
- 3) 例えば, White, D.J.: *Markov Decision Process*, Wiley, pp.130-146, 1993.
- 4) 例えば, Eckles, J.E.: Optimal maintenance with incomplete information, *Operations Research*, Vol.16, pp.1058-1067, 1968.
- 5) Madanat, S.: Incorporating inspection decisions in pavement management, *Transportation Research*, Part B, Vol.27B, pp.425-438, 1993.
- 6) Madanat, S. and Ben-Akiva, M.: Optimal inspection and repair policies for infrastructure facilities, *Transportation Science*, Vol.28, pp.55-62, 1994.
- 7) Durango P. and Madanat S.: Optimal maintenance and repair policies for infrastructure facilities under uncertain deterioration rates: An adaptive control approach, *Transportation Research*, Part A, Vol. 36, pp.763-778, 2002.
- 8) 織田澤利守, 石原克治, 小林潔司, 近藤佳史: 経済的寿命を考慮した最適修繕政策, 土木学会論文集, No.772/IV-65, pp.169-184, 2004.
- 9) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: トンネル照明システムの最適点検・更新政策, 土木学会論文集, No.805/VI-67, pp.105-116, 2005.
- 10) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 時間依存型劣化過程を有するシステムの集計的最適点検・補修政策, 土木学会論文集F, Vol.62 No.2, pp.240-257, 2006.
- 11) Jido, M., Otazawa, T., and Kobayashi, K.: Synchronized Repair Policy for Bridge Management, in: Watanabe, E., Frangopol, D. M. and Utsunomiya, T. (eds.), *Bridge Maintenance, Safety, Management and Cost*, CD-ROM, Balkeme, 2005.
- 12) 小林潔司: 分権的ライフサイクル費用評価と集計的効率性, 土木学会論文集, No.793/VI-68, pp.59-71, 2005.
- 13) 貝戸清之, 保田敬一, 小林潔司, 大和田慶: 平均費用法に基づいた橋梁の最適補修戦略, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.83-96, 2005.
- 14) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.

- 15) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 16) 小林潔司: 分権的ライフサイクル費用評価と集計的効率性, 土木学会論文集, No.793/IV-68, pp.59-71, 2005
- 17) 小林潔司, 上田孝行: インフラストラクチャのマネジメント: 研究展望, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.15-27, 2003.
- 18) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI67, pp.111-124, 2005
- 19) Mishalani, R. and Madanat S. : Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models, *ASCE Journal of Infrastructure Systems*, Vol.8, No.4, 2002.
- 20) Shin,H.C., and Madanat, S.M. : Development of a stochastic model of pavement distress initiation, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.
- 21) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 22) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 23) 貝戸清之, 阿部允, 藤野陽三: 実測データに基づく構造物の劣化予測, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.29-38, 2003.
- 24) Lee, T.C., Judge, G.G. and Zellner, A.: *Estimating the Parameters of the Markov Probability Model from Aggregate Time Series Data*, Amsterdam, North-Holland, 1970.
- 25) Jie Yuan, Michael A. Mooney: Development of Adaptive Performance Models for the Oklahoma Airfield Pavement Management System, *TRB 2003 Annual Meeting Nov.15*, 2002
- 26) Pavement Management System, *Advisory Circular*, Federal Aviation Administration, AC No.150/5380-7, 1988
- 27) 土田孝, 小野憲司: 数値シミュレーションによる不同沈下の予測とその空港舗装設計への適用, 港湾技術研究所報告, 第27巻 第4号, pp123-200, 1988
- 28) 小梁川雅, 野田悦郎, 伊藤正秀: 供用履歴を受けたコンクリート舗装の疲労特性に関する研究, 土木学会舗装工学論文集 第9巻, pp149-156,2004

- 29) 宮田俊介, 丸山暉彦, 中村健:信頼性を考慮した舗装設計法に関する研究, 土木学会第57回年次学術講演会, pp873-874,2002
- 30) 竹内康, 小梁川雅, 西澤辰男, 木村慎:路盤の経年変化がコンクリート舗装の疲労破壊に及ぼす影響, pp93-100
- 31) 西澤辰男, 松野三朗:コンクリート舗装の構造解析における有限要素法の適用性について, 土木学会論文報告集 第338号, pp207-215, 1983
- 32) 空港舗装保守要領(案)1999.
- 33) 下村泰造, 西澤辰男, 吉永清人, 福岡知久:疲労度設計法を用いた空港コンクリート舗装の維持管理手法の検討, 舗装工学論文集, 第12巻, pp.211-218, 2007.
- 34) 下村泰造, 小濱健吾, 貝戸清之, 小林潔司:空港舗装のアセットマネジメントのためのハイブリッド型地盤沈下モデル, 土木学会論文集F, (投稿中) .
- 35) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 36) Gouriéroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 37) Tobin, J.: Estimation of relationships for limited dependent variables, *Econometrica*, 26, pp.24-36, 1958.
- 38) Amemiya, T. and Boskin, M.: Regression analysis when the dependent variable is truncated lognormal, with an application to the determinants of the duration of welfare dependency, *International Economic Review*, Vol.15, p. 485, 1974.
- 39) 東京大学教養学部統計学教室編:自然科学の統計学, 東京大学出版会, 1992
- 40) 貝戸清之, 小林潔司:マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集(投稿中)
- 41) 繁枅算男:ベイズ統計入門, 東京大学出版会, 1985
- 42) Ibrahim, J.G., Ming-Hui, C.and Sinha, D. : *Bayesian Survival Analysis*, Springer Series in Statistics, 2001
- 43) 伊庭幸人:計算統計学のフロンティアー計算統計II, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店, 2005
- 44) Gilks, W. R. and Wild, P.: Adaptive rejection sampling for Gibbs sampling, *Applied Statistics*, Vol.41, pp.337-348, 1992.
- 45) Jeffreys, H.:*The Theory of Probability*, Oxford University Press,1961.

- 46) 和合肇：ベイズ計量経済分析，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用，東洋経済新報社，2005.
- 47) Chib, S.: Marginal likelihood from Gibbs output, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.90, pp.1313-1321,1995.
- 48) Newey, W. K. and West, K. D.: A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix, *Econometrica*, Vol.55, pp.703-708,1987.
- 49) 貝戸清之，小林潔司，加藤俊昌，生田紀子：道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク，土木学会論文集F，Vol.63, No.1, pp. 16-34, 2007.
- 50) 貝戸清之：ニューヨーク市における橋梁維持管理マネジメントの現状，橋梁と基礎，Vol.36, No.10, pp.37-41, 2002.
- 51) 貝戸清之，熊田一彦，佐藤正和，林秀和，小林潔司：階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化，土木学会論文集（投稿中）

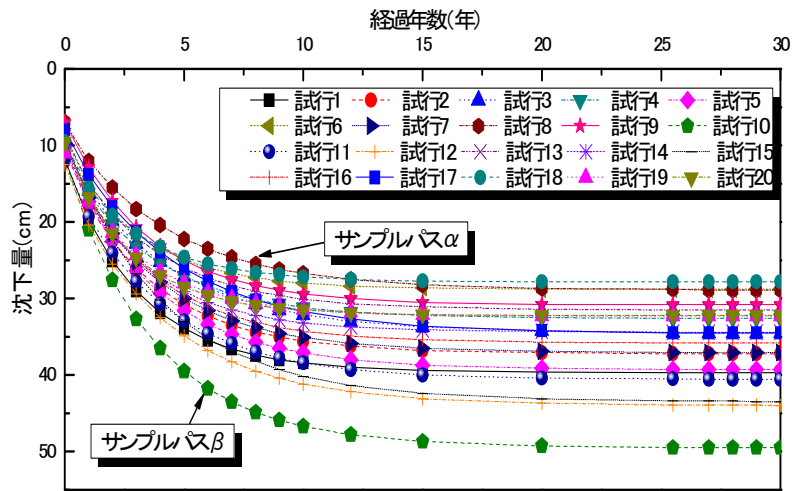


図-1 地盤沈下パス ($i = 73$)

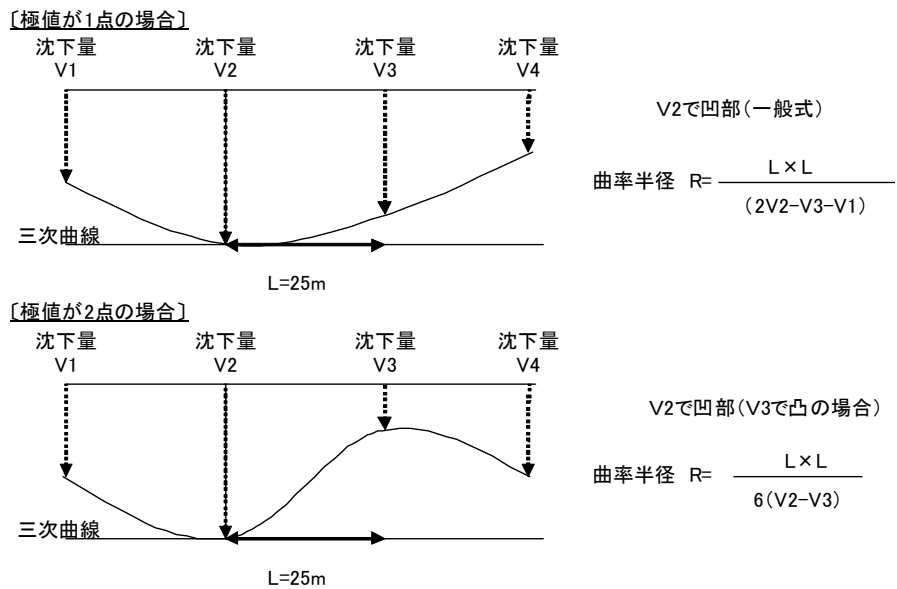


図-2 不同沈下形状と曲率半径の関係

表1 機材別年間設計交通量

カテゴリー	該当機材	年間離陸回数
A380クラス	A380-800	3,000
Jクラス	B747-400	6,000
Lクラス	B777-200ER	3,750
A380クラス	B767-300ER	12,250
計		25,000

表-2 β^j の値

健全度 j	定数項 $\beta^{j,1}$	交通量 $\beta^{j,2}$	曲率 $\beta^{j,3}$
1	-2.811	0.7355	6.527
2	-2.317	0.1038	3.715
3	-1.481	—	0.9778
4	-1.721	—	—

表-3 5段階レーティング評価基準

健全度	区分	ひび割れ度 (cm/m ²)
1	A	1.1未満
2	B1	1.1～4.4
3	B2	4.4～7.8
4	B3	7.8～11.1
5	C	11.1以上

注) 空港舗装保守要領(案)³²⁾においては、A：補修の必要なし、B：早いうちの補修が望ましい、C：できるだけ早急に補修の必要があるという3段階のレーティングによって管理しているが、本研究においては、上記Bランクを更に3段階に等分し、5段階のレーティング指標とした。

表-4 政策による期待LCCおよび平均的LCCの最小値

政策	期待LCC(単位:万円)	平均的LCC(単位:万円)
1	21060.4	20698.9
2	21060.4	20698.9
3	21060.4	20698.9
4	27600.2	26534.2
5	21060.4	20698.9
6	21060.4	20698.9
7	21060.4	20698.9

謝 辞

本論文を結ぶにあたり，本研究を遂行するに際し，御指導，御協力をいただいた多くの方々に深く感謝の意を表します。

京都大学大学院工学研究科の小林潔司教授には，御多忙の中，本研究の遂行に関わる基礎貴重な御指導と御教授，そして暖かい励ましの言葉をいただきました。ここに深甚なる感謝の意を申します。京都大学大学院工学研究科の松島格也准教授には，有益な御指導と御助言をいただきました。深く感謝の意を表します。京都大学大学院工学研究科の大西正光助教には，適切な御指導と御助言をいただきました。心より感謝の意を表します。大成建設株式会社の下村泰造氏には，有益な御助言，そして貴重なデータをいただきました。厚く御礼申し上げます。京都大学工学研究科修士課程の小濱健吾氏には，研究の取り組み方，本研究の遂行に関する基礎的な素養を御指導いただき，貴重な時間を小生のために割いていただきました。深謝の意を申し上げます。

そして，計画マネジメント論研究室の諸兄には，日頃の研究に対する姿勢や生活態度から，大変刺激を受けました。また本研究を取りまとめる上での多大な御協力を頂きました。ここに深く感謝する次第です。