

# 土木施設の劣化リスクの計量化手法\*

## Measuring Deterioration Risk of Infrastructure\*

青木 一也\*\*

By Kazuya AOKI\*\*

### 1. はじめに

近年、土木施設のアセットマネジメントに関する研究が蓄積されその重要性の認識が強まっている<sup>1),2)</sup>。特に土木施設の劣化予測モデルに関して、数多くの研究事例が存在する。土木施設の将来時点における最適な修繕計画を導出することは、アセットマネジメントの主要なアウトプットの一つであることから、土木施設の将来時点の劣化のパフォーマンスを表現する劣化予測モデルが重要であることは言うまでもない。劣化予測モデルは、ライフサイクル費用評価や最適補修戦略を検討する際に、重要な役割を果たす。言い換えれば、ライフサイクル費用評価や最適補修戦略分析の有効性は、劣化予測モデルの推計精度に大きく依存する。

土木施設のアセットマネジメントで用いられる劣化予測モデルは、利用する場面と目的によって役割が異なる。劣化予測モデルが必要とされる局面として、1) 複数の同種の土木施設に対して最適な補修戦略を求めるマクロマネジメント、2) 個々の施設に対して劣化損傷のメカニズムを特定し具体的な対策案を検討するミクロマネジメントの2つが考えられる。本稿では、前者のマクロマネジメントで用いる劣化予測モデルに焦点を絞る。マクロレベルでの劣化予測モデルは、モニタリングにより獲得された土木施設の劣化に関するデータをもとに、土木技術者の経験や知識等のヒューリスティクスを考慮しながら、劣化の速度と劣化に与える環境要因との関係を統計的推定により解明することを目的とする。しかし、維持管理の対象である土木施設は、複雑・多岐に亘る環境下にさらされており、さらに時とともに周囲の環境が変化していく。事前に予期しえぬ外的要因によって劣化が著しく早く進行する場合も想定される。また、日常管理において観測不可能な要因が、劣化を支配している場合には、その背

後に潜んでいる要因をすべて特定することは不可能である。これは、劣化予測モデルの推計という取り組みが、これまで実施されてきた日常の維持管理業務のフローの中で発生するデータを用いざるを得ないという現実的な制約が存在するためである。土木施設の管理者は数多くの施設を同時に管理しなければならない。劣化予測モデルを推定する場合、土木施設の劣化過程には以上のような不確実要因が多分に含まれており、将来時点における劣化状態を確定的に予測することは不可能である。本研究では、土木施設の将来の劣化状態に関する不確実性を劣化リスクと定義し、確率を用いて不確実性の程度を表現することとする。筆者らはこれまで、一貫して確率モデルを用いた土木施設の劣化予測モデルの開発に取り組んできた。ここでは、土木施設の劣化過程が、ある確率的規則性を有していることを仮定し、モニタリングによって獲得された実測データを用いて、その確率的現象が生起する確率(尤度)を最大にするような統計的劣化予測モデルを推定することを目的としている。

劣化予測モデルが、将来時点の土木施設の補修需要や劣化リスクの予測の役割を担う一方で、モニタリングデータを用いた劣化予測モデルは、過去の土木施設の劣化過程を再現していることに他ならない。自然界で長時間供用される土木施設の劣化過程にはその環境条件等の複雑な要因が関連している。そのほか施工条件や材料特性、補修のあり方等の維持管理の技術水準によっても、土木施設の劣化過程、寿命長が決定される場合も少なくない。技術水準は常に進展しているものもあれば、経験を有する技術者のリタイア等によって技術が後退する場合もありうる。ある期間に実施されたモニタリングによって獲得されたデータをもとに推計した劣化予測モデルは、その期間の技術水準をモデル化したものと一致する。現状の技術水準の枠組みを超えて継続的に土木施設の品質向上と土木技術の発展のための改善努力を続けることが本来のアセットマネジメントの目的であろう。このような視点に立ったとき、筆者らの関心は、モニタリングデータから劣化予測モデルの真のパラメータを正確に推定する枠組みを超え、劣化予測モデルの推定結果から継続的なシ

\*キーワード：土木施設維持管理，劣化予測，アセットリスク

\*\*正員 博士（工学）株式会社パスコ 研究開発センター

〒153-0043 東京都目黒区東山2-8-10 目黒ビル別館

TEL：03-3715-4011 FAX：03-6412-2833

e-mail:kazuya\_aoki@pasco.co.jp

システム改善のための結果を追求することにシフトする。筆者らが提案する劣化予測モデルは、単に戦略レベルの計画立案のためのインプット情報としての役割だけでなく、維持管理の行為を計量化し評価することで、次の土木施設の維持管理にフィードバックさせるための評価ツールとして利用可能なものに発展させることを志向している。

アセットマネジメントにおいては、土木施設の劣化状態に関するデータの生成プロセスが、土木施設のモニタリングスキームに依存していることに留意する必要がある。対象とする土木施設の劣化過程を直接観測することが不可能であり、劣化過程あるいは補修・更新過程の結果として生起する状態のみが観測可能な場合が少なくない。このため、劣化予測モデルを推計する場合、観測データの生成メカニズムの特性を考慮した劣化予測モデルの推定方法を開発することが必要となる。本稿では、土木施設のモニタリングデータを用いた統計学劣化予測モデルに関する研究成果を体系的に整理する。さらに、筆者等の研究成果<sup>3)~6)</sup>に基づいて、土木施設の様々なモニタリングデータの特性に適合した劣化予測モデルの推計方法について言及する。さらに、予防的補修によるモニタリングデータの欠損による推計結果のバイアスを補正する方法論<sup>7)</sup>や、モニタリングデータの蓄積が不十分な状況下において、専門技術者の経験や知識に基づく主観的情報と、継続的に蓄積されるモニタリングデータを融合した形で劣化予測モデルをベイズ更新する方法論<sup>8)~9)</sup>についても言及する。これら一連の研究により、マルコフ決定モデルを用いたライフサイクル費用評価、最適補修戦略の分析といったアセットマネジメント技術に関する研究が飛躍的に進展した<sup>10)~13)</sup>と考える。以下、2. で、アセットマネジメントの全体像を整理し、これまでの研究成果の位置づけを明確にする。3. で、土木施設の劣化ハザードモデルを説明する。4. では、土木施設のモニタリングデータの構造に適合した各種の劣化ハザードモデルの推定方法について述べる。5. では、ハザードモデルのベイズ更新について説明する。6. では、劣化ハザードモデルの応用技術として、補修行為によるサンプルデータの欠損バイアスを除去するための方法論を解説する。さらに、7. で、劣化予測モデルのアセットマネジメントへの適用例を紹介する。

## 2. 本研究の基本的な考え方

### (1) アセットマネジメントの全体構造

土木施設のモニタリングデータを用いた統計的劣化予測モデルの必要性を明確にするために、アセットマネジメントの全体構造について整理する。アセット

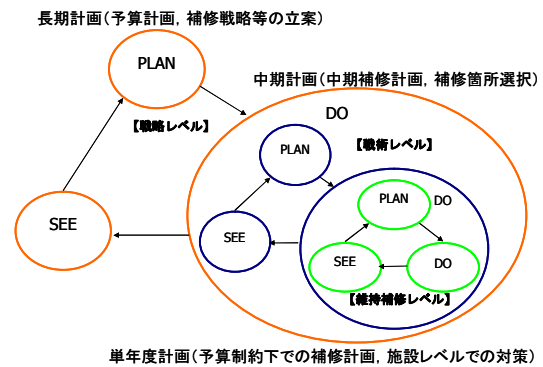


図-1 階層的マネジメントサイクル

マネジメントの全体構造は、マネジメントサイクルの時間的視野に着目し、戦略レベル（長期計画）、戦術レベル（中期計画）、維持補修レベル（単年度計画）の3つのレベルで構成される階層的マネジメントシステムとして表現することができる（図-1）。

戦略レベルでは、管理する土木施設群全体の長期的な予算目標やサービス水準等を設定する。ここでは土木施設群の最適補修戦略を決定するためのライフサイクル費用評価を行う。最適補修戦略は、施設群全体に対して一様に決定されるものではなく、管理状態や供用条件等の特性に応じた補修戦略（予防的・事後的補修の適用範囲等）が決定される。長期的な予算目標や健全度目標等が戦略レベルでのアウトプットとして導出され、次のフェーズでのアクションの指針となる。戦術レベルは、戦略レベルにて導出されたアウトプットを用いて中期的に補修を実施すべき対象箇所が選定される。補修の優先順位は、損傷危険度の指標だけでなく、施設の重要性や管理瑕疵に対するリスク等の様々な指標により総合的に判断される。維持補修レベルでは、単年度の予算制約のもと、戦術レベルによって決定された優先順位に従って補修が実施される。但し、補修実施の判断の際には、道路のネットワークとしての機能や構造物のコンポーネントとしての性質を踏まえた補修のタイミングの同期化を考慮した優先順位の見直しが検討される。当該年度に実施された実績は記録され、補修を実施した箇所は補修候補リストから削除される。このように土木施設のアセットマネジメントでは、異なる意思決定レベルにおいて、必要とする情報や要求されるアウトプットが異なる。

### (2) 劣化予測モデルの意義

土木施設の維持管理では、供用期間が長くなるとともに劣化が進行した施設に対して、その劣化の状態や要因を正確に把握し以後の劣化の進展速度や危険性を評価するとともに、適切な対策を施すことにより施設の機能を回復させることが必要となる。この場合、施設の特定の材質や劣化要因別の劣化メカニズムをモ

デル化する劣化予測手法が重要な役割を果たす。これまで、力学的劣化メカニズムに着目した劣化予測モデルに関して、数多くの研究が蓄積されている<sup>14)~19)</sup>。一方、アセットマネジメントの戦略レベルにおけるライフサイクル費用評価や最適補修戦略を導出する場面では、管理する土木施設全体の将来時点における劣化のパフォーマンスを表現するような劣化予測モデルが求められる。数多くの土木施設を同時に管理する場合、施設群全体の平均的な劣化速度を表現するような劣化予測モデルが必要となる。しかし、土木施設は現場で直接施工され、過酷な環境下において長い年月供用され続ける。土木施設が供用される環境条件は複雑かつ変化を伴うものであり、それらの条件は施設個々で異なっている。当然のことながら、施設ごとに、劣化過程も異なる特性を有している。施設群全体の平均的な劣化速度を求める際には、モニタリングにより観測した施設の劣化状態に関する実測データを用いて、劣化過程の規則性を統計的手法により推定する方法が用いられる。モニタリングデータは、実際の施設の劣化状態を直接記述したものであるから、観測データの中に劣化過程に関わる複雑な環境要因の影響が含まれている。したがって、実測データに基づいて統計的手法により求めた劣化予測モデルは、施設の確率特性を考慮した劣化パフォーマンスを再現する最良の方法である。モニタリングデータを用いた劣化予測モデルに関する研究事例として、貝戸ら<sup>20)</sup>の研究がある。貝戸らは、ニューヨーク市における橋梁の目視検査データを用いて、施設の劣化速度に着目した平均劣化曲線の算出方法を提案した。さらに施設の健全度レーティング間の遷移をマルコフ推移確率行列で表現したマルコフ連鎖モデルを用いた手法が提案された<sup>21)~23)</sup>。これらの研究では、レーティング間の遷移に関するモニタリングデータを数え上げ手法により集計的にマルコフ推移確率を計算している。しかしながら、これら劣化予測モデルの統計学的な推定方法に関しては、予測結果の信頼性に多くの課題が残されていた。一方、例えばShin & Madanat<sup>24)</sup>は、ハザードモデルを用いた劣化予測モデルとして、道路舗装のひび割れ開始時刻を予測するためのワイブル型劣化ハザードモデルを提案した。ここでは、ひび割れ開始時刻に関する完全なデータを得ることができないという切断データの問題を考慮した推計方法を提案している。このように、ハザードモデルを用いた劣化予測モデルに関する研究はいくつかの先行事例が存在するものの、アセットマネジメントの実用化に至るまでの研究成果の蓄積は乏しいのが実情であった。ハザードモデルは多様な土木構造物の劣化予測に適用の可能性が高いことから、筆者らの研究では、土木施設の劣化過程をハザードモデルにより直

接的に表現し、ハザード関数のパラメータを推定する方法論を開発した。

### (3) 次世代のアセットマネジメント

アセットマネジメントを実施するための土木施設の点検データが徐々に蓄積されはじめている。点検データが蓄積されることにより劣化予測が可能となる。さらには劣化予測モデルを用いてライフサイクル費用評価や最適補修戦略を検討することができる。アセットマネジメントの第一歩は、長期的視野において予算計画を立案し目標とする管理レベルの決定、あるいは新規の建設投資や耐震補強等とのバランスを検討することである。これらの技術は、劣化予測モデルやライフサイクル費用評価、最適補修戦略分析手法に関する研究成果の蓄積により、土木施設管理の各方面で実運用に向けた取り組みがスタートした段階にあると言える。これらの取り組みを、アセットマネジメントの「第1フェーズ」と位置づけよう。今後、継続的にアセットマネジメントシステムが運用されることにより、点検データや補修履歴に関するデータなど、より充実したデータベースが構築され、劣化予測モデルの精度も向上するであろう。しかし、高精度の劣化予測モデルが完成したとき、アセットマネジメントは目的を達したといえるだろうか。この問いについては、土木施設の継続的な点検の意義について考えたい。土木施設のモニタリングの目的は、1) 劣化が進行している施設を発見し、補修対策案を検討すること、2) 数多くの施設の状態を同時にモニタリングすることによって平均的な劣化傾向を把握することにあると考える。1番目の目的は明確であり、第1フェーズでの検討結果に従った日々の維持管理業務の重要性を述べている。一方、2番目の目的こそが、先ほど問題提示した内容に結びつく。点検による実測データを用いた劣化予測モデルは、これまでの施設の劣化傾向を評価することに等しい。土木施設の劣化過程には多大な不確定要因が含まれている。つまり同種の土木施設であっても、劣化速度に固体誤差が多く含まれている。その要因として、初期施工時の条件や環境条件、観測不可能な施設固有の特性が存在している。つまり、維持管理の技術水準に関する要因が多く含まれている。この維持管理の技術水準は時間の経過とともに進展するものもあれば、後退するものもある。進展する技術については、その技術の適用の効果が認められれば広く導入することを検討すべきであろう。一方、後退する技術についてはその要因を発見し、試験施工等を通じて新たな対策を検討する必要がある。このように、長い期間供用を続ける土木施設の管理にあたっては、土木施設個々の、ある時間における損傷状態を観測することのほか、

現状の技術水準の適用による劣化の進行状況を時間的スケールで計測することが重要となる。刻々と変化する維持管理技術を取り巻く環境を計測するために、持続的な点検が必要不可欠である。今後はアセットマネジメントの目的に応じたモニタリングスキームを開発することも重要であり、これを戦略的モニタリングとして維持管理業務のフローに位置づけられる。筆者らが取り組んできた劣化リスクの計量化の研究は、アセットマネジメントにおける持続的な劣化パフォーマンスの計量化手法として、“アセットメトリクス”というキーワードで体系的に整理し、持続的なマネジメントサイクルの進化の過程において学習機能を有するアセットマネジメントシステムの開発に向けた新たな研究段階に移行したいと考えている。この学習機能を有するアセットマネジメントを第二フェーズ、つまり「次世代のアセットマネジメント」と位置づけよう。

#### (4) モニタリングデータの特性

ハザードモデルは様々な土木施設の劣化過程を表現する有用なモデルであるが、このハザードモデルを土木施設の劣化予測に用いるにあたり留意すべき事項が存在する。第1に、土木施設の劣化状態を「故障の有無」という2値データで表現が可能な場合、伝統的なハザードモデルを直接適用することが可能である。しかし、土木施設の劣化状態に関するモニタリング情報は、あらかじめ設定された点検スキームによる時間軸上での施設の状態に関する情報である。このため、土木施設の実際の劣化過程を直接観測することは不可能である。このように、モニタリングデータの不完全性に起因する推定バイアスを克服する方法論を開発した<sup>3)</sup>。第2に、劣化の状態が2値状態ではなく、複数の健全度で表現される土木施設を取り扱う場合、健全度が順次悪化していく過程をモデル化する必要がある。この問題に対して、健全度が逐次推移していくという推移関係を、隣接する2つの健全度間の推移過程を表す指数ハザードモデルを合成することにより表現する方法論を開発した<sup>4)</sup>。その上で、推定したハザードモデルのパラメータから健全度間の推移過程を表すマルコフ推移確率を推定することができる。第3に、土木施設の中には施設の劣化過程が過去の履歴に依存する特性を持つ場合が存在する。そのような施設を取り扱う場合、供用開始時刻からの経過時間が施設の劣化の進展速度に影響を及ぼす劣化予測モデルが必要となる。筆者らは、指数ハザードモデルを拡張した、時間依存型の多段階ワイブル劣化ハザードモデルを開発した<sup>5)</sup>。第4に、道路舗装のひび割れ度の判定に代表されるように、損傷形態が多様でかつその進行過程が複雑なケースが存在する。この問題に対しては、多段階の損傷

度と複数の損傷形態の2種類の状態変数を用いて劣化の進行過程を記述する階層型指数劣化ハザードモデルを開発した<sup>6)</sup>。

このような土木施設の劣化特性やモニタリングデータの構造特性に適合する各種の劣化予測モデルの推計方法を開発した。各々のモデルの推定方法について以降の章で解説する。さらには、土木施設の補修行為によるモニタリングデータの欠損による推定バイアスが発生する問題についても取り組んだ<sup>7)</sup>。劣化が進行した施設より順次補修が行われた場合、相対的に劣化が進行した状態のデータが欠損する。欠損したデータベースから劣化予測モデルをそのまま推定した場合、劣化速度を過大評価する恐れがある。このようなシステマ的なデータ欠損メカニズムを考慮した劣化予測モデルの推定方法については、劣化ハザードモデルの応用技術として6. で紹介する。

### 3. 劣化ハザードモデル

#### (1) 劣化ハザードモデルの定式化

土木施設の劣化過程を、ハザードモデルを用いて定式化する。ハザードモデルとその推計方法については、いくつかの文献<sup>25)26)</sup>に詳しい。いま、土木施設の健全度 $i$  ( $i = 1, \dots, J-1$ )の寿命を確率変数 $\zeta_i$ で表す。但し、ここでの寿命とは、当該施設の健全度が $i$ に留まる期間長と定義する。健全度 $i$ の寿命が、確率密度関数 $f_i(\zeta_i)$ 、分布関数 $F_i(\zeta_i)$ に従うと仮定する。但し、健全度 $i$ の寿命 $\zeta_i$ の定義域は $[0, \infty)$ である。分布関数の定義より

$$F_i(y_i) = \int_0^{y_i} f_i(\zeta_i) d\zeta_i \quad (1)$$

が成立し、分布関数 $F_i(y_i)$ は健全度が $i$ となった初期時点 $y_i = 0$  (時刻 $\tau_A$ )からサンプル時間軸上のある時点 $y_i$  (時刻 $\tau_{i-1} + y_i$ )までに健全度が $i$ から $i+1$ に変化した累積確率を表す。したがって、初期時点 $y_i = 0$ からサンプル時点 $y_i \in [0, \infty)$ まで、健全度が $i$ のまま推移する確率 $\tilde{F}_i(y_i)$ は、時点 $y_i$ までに健全度が $i$ から $i+1$ に変化する累積確率 $F_i(y_i)$ を用いて

$$\text{Prob}\{\zeta_i \geq y_i\} = \tilde{F}_i(y_i) = 1 - F_i(y_i) \quad (2)$$

と定義できる。ここで、施設の健全度が時点 $y_i$ まで状態 $i$ で推移し、かつ期間 $[y_i, y_i + \Delta y_i)$ 中に水準 $i+1$ に進展する条件付き確率は

$$\lambda_i(y_i) \Delta y_i = \frac{f_i(y_i) \Delta y_i}{\tilde{F}_i(y_i)} \quad (3)$$

と表せる。いま、対象とする施設の健全度が時点 $y_i$ まで $i$ の状態から推移し、かつ時点 $y_i$ で $i+1$ に推移する確

率密度 $\lambda_i(y_i)$ をハザード関数と呼ぶ。

## (2) 指数ハザードモデル

ハザード関数がサンプル時間軸上の時刻 $y_i$ に依存せず、常に一定値 $\theta_i > 0 (i = 1, \dots, J-1)$ をとる場合、指数ハザード関数

$$\lambda_i(y_i) = \theta_i \quad (4)$$

が成立する。指数ハザード関数を用いることにより、劣化過程が過去の履歴に依存しないというマルコフ性を表現できる。さらに、指数ハザード関数を用いれば、健全度 $i$ の寿命が $y_i$ 以上となる確率 $\tilde{F}_i(y_i)$ は、

$$\tilde{F}_i(y_i) = \exp(-\theta_i y_i) \quad (5)$$

と表現できる。

## (3) ワイブルハザードモデル

土木施設の劣化過程がワイブルハザード関数に従うと仮定した場合、

$$\lambda_i(y_i) = \theta_i \alpha_i y_i^{\alpha_i - 1} \quad (6)$$

が成立する。 $\theta_i$ は健全度 $i$ に固有の定数パラメータ、 $\alpha_i$ は劣化の加速度パラメータである。 $\alpha_i > 1$ の場合は、初期時点からの使用時間 $y_i$ が増加するにつれて加速度的に劣化が進行することを表す。逆に、 $\alpha_i < 1$ が成立する場合は、初期劣化が進むものの、使用時間が経過するにつれて、劣化の進行の程度が小さくなる。 $\alpha_i = 1$ の場合は、劣化の進行速度が使用時間に依存しないことを意味し、指数ハザードモデルに帰着する。式(6)のワイブルハザード関数を用いることにより、土木施設の使用時間に依存する劣化過程を表現することが可能となる。ここで、式(2)の両辺を $y_i$ に関して微分すれば、

$$\frac{d\tilde{F}_i(y_i)}{dy_i} = -f_i(y_i) \quad (7)$$

を得る。この時、式(3)は

$$\begin{aligned} \lambda_i(y_i) &= \frac{f_i(y_i)}{\tilde{F}_i(y_i)} = -\frac{\frac{d\tilde{F}_i(y_i)}{dy_i}}{\tilde{F}_i(y_i)} \\ &= \frac{d}{dy_i} \left( -\log \tilde{F}_i(y_i) \right) \end{aligned} \quad (8)$$

と変形できる。ここで、 $\tilde{F}_i(0) = 1 - F_i(0) = 1$ を考慮し、式(8)を積分すれば

$$\int_0^{y_i} \lambda_i(u) du = \left[ -\log \tilde{F}_i(u) \right]_0^{y_i} = -\log \tilde{F}_i(y_i) \quad (9)$$

を得る。式(6)のワイブルハザード関数を用いれば、

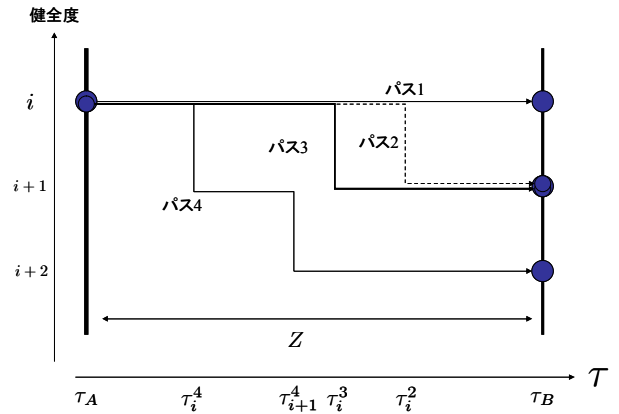


図-2 健全度の定期点検スキーム

健全度 $i$ の寿命が $y_i$ 以上となる確率 $\tilde{F}_i(y_i)$ は

$$\begin{aligned} \tilde{F}_i(y_i) &= \exp \left[ -\int_0^{y_i} \lambda_i(u) du \right] \\ &= \exp(-\theta_i y_i^{\alpha_i}) \end{aligned} \quad (10)$$

と表される。すなわち、ワイブルハザードモデルが得られる。また、式(7)より、健全度 $i (i = 1, \dots, I-1)$ の寿命分布を表す確率密度関数 $f_i(\zeta_i)$ は次式で示される。

$$f_i(\zeta_i) = \theta_i \alpha_i \zeta_i^{\alpha_i - 1} \exp(-\theta_i \zeta_i^{\alpha_i}) \quad (11)$$

## 4. 劣化ハザードモデルの推計方法

### (1) マルコフ推移確率

土木施設の劣化過程を、マルコフ推移確率を用いて表現する。土木施設の推移過程は不確実であり、将来生起する状態を確定的に予測できない。2つの時刻間における施設の健全度の不確実な推移状態をマルコフ推移確率で表現する。ここで、図-2に示した定期点検スキームを用いてマルコフ推移確率を定義しよう。いま、ある施設の劣化予測を行う問題を考えよう。時刻 $\tau_A$ で観測した当該施設の健全度を、状態変数 $h(\tau_A)$ を用いて表そう。状態変数 $h(\tau_A)$ は時刻 $\tau_A$ に測定した健全度であり、観測された健全度が $i$ であれば $h(\tau_A) = i$ と表せる。マルコフ推移確率は、時刻 $\tau_A$ で観測された健全度 $h(\tau_A) = i$ を与件とし、将来時点(たとえば $\tau_B$ )において健全度 $h(\tau_B) = j$ が生起する条件付推移確率として定義される。すなわち、

$$\text{Prob}[h(\tau_B) = j | h(\tau_A) = i] = \pi_{ij} \quad (12)$$

と表せる。このような推移確率を健全度ペア $(i, j)$ に対して求めれば、マルコフ推移確率行列

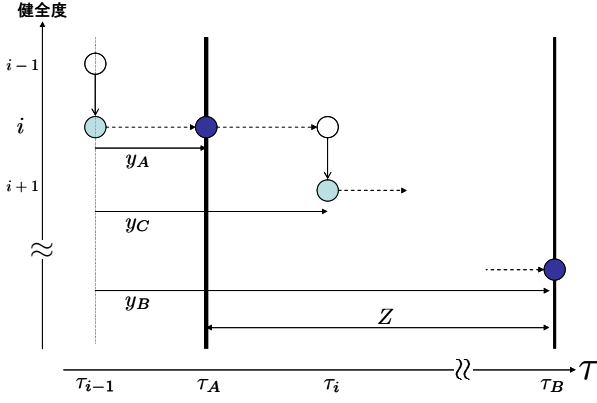


図-3 劣化過程のモデル化

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \cdots & \pi_{1J} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi_{JJ} \end{pmatrix} \quad (13)$$

を得ることができる．マルコフ推移確率(12)は所与の2つの時点 $\tau_A$ ,  $\tau_B$ の間において生じる健全度間の推移確率を示したものであり，当然のことながら，対象とする時間間隔が異なれば推移確率の値は異なる．補修がない限り常に劣化が進行するので， $\pi_{ij} = 0$  ( $i > j$ )が成立する．また，推移確率の定義より $\sum_{j=1}^J \pi_{ij} = 1$ が成立する．すなわち，マルコフ推移確率に関して

$$\left. \begin{array}{l} \pi_{ij} \geq 0 \\ \pi_{ij} = 0 \text{ (} i > j \text{の時)} \\ \sum_{j=1}^J \pi_{ij} = 1 \end{array} \right\} \quad (14)$$

が成立しなければならない．状態 $J$ はもっとも劣化した状態を表し，補修がない限りマルコフ連鎖における吸収状態となる．つまり， $\pi_{JJ} = 1$ が成立する．

なお，マルコフ推移確率は過去の劣化履歴とは独立して定義される．図-2において，点検時刻 $\tau_A$ において健全度が $i$ であることは点検結果から理解できる．しかし，点検時点 $\tau_A$ より遡って，どの時刻に健全度が $i-1$ から $i$ に推移したかはわからない．しかし，マルコフ推移確率モデルでは，健全度が $i-1$ から $i$ に推移した時刻に関わらず，点検時刻 $\tau_A$ から点検時刻 $\tau_B$ の間に推移する確率は時刻 $\tau_A$ における健全度のみ依存するという性質（マルコフ性）を満足すると仮定する．

## (2) 多段階指数劣化ハザードモデル

### a) マルコフ推移確率の導出

いま，土木施設の劣化過程を図-3に示すようにモデル化する．カレンダー時刻 $\tau_{i-1}$ において，健全度

が $i-1$ から $i$ に推移したと考える．ここで，カレンダー一時刻 $\tau_{i-1}$ を初期時点 $y_i = 0$ とする時間軸を導入する．点検時刻 $\tau_A$ ,  $\tau_B$ は，サンプル時間軸上の時点 $y_A$ ,  $y_B$ に一致する．指数ハザード関数を用いて，点検時点 $y_A$ と $y_B$ の間に健全度が $i$ から $j$  ( $j \geq i+2$ )まで2つ以上変化する場合をとりあげよう．健全度 $j$ の状態が継続する期間長の分布を表す確率密度関数を $f_j(y_j)$ ，分布関数を $F_j(y_j)$ と表そう．健全度 $j$ の状態に関するハザード関数を $\lambda_j(y_j) = \theta_j$ と表す．期間 $[y_A, y_B]$ の間に，健全度が $i$ から $j$ に移行する事象が生起するためには，1) 時点 $y_A$ から時点 $\bar{s}_i = y_A + \bar{z}_i \in [y_A, y_B]$ まで健全度が $i$ のまま推移し，2) 時点 $\bar{s}_i = y_A + \bar{z}_i$ において健全度が $i$ から $i+1$ に推移し，3) 時点 $\bar{s}_i = y_A + \bar{z}_i$ から時点 $\bar{s}_{i+1} = \bar{s}_i + \bar{z}_{i+1} (< y_B)$ まで健全度 $i+1$ が継続し，時点 $\bar{s}_{i+1}$ において健全度が $i+2$ に推移する．さらに，4) 時点 $\bar{s}_{j-1} (< y_B)$ に健全度が $j$ に推移し，時点 $y_B$ まで健全度 $j$ が継続するという事象が同時に生起しなければならない．以上の事象が同時に生起する条件付き確率密度 $q_j(\bar{z}_i, \bar{z}_{i+1}, \dots, \bar{z}_{j-1} | \zeta_i \geq y_A)$ は，

$$\begin{aligned} & q_j(\bar{z}_i, \bar{z}_{i+1}, \dots, \bar{z}_{j-1} | \zeta_i \geq y_A) \\ &= g_i(\bar{z}_i | \zeta_i \geq y_A) \prod_{m=i+1}^{j-1} f_m(\bar{z}_m) \tilde{F}_j \left( Z - \sum_{m=i}^{j-1} \bar{z}_m \right) \\ &= \prod_{m=i}^{j-1} \theta_m \cdot \exp \left\{ - \sum_{m=i}^{j-1} \theta_m \bar{z}_m - \theta_j \left( Z - \sum_{m=i}^{j-1} \bar{z}_m \right) \right\} \\ &= \prod_{m=i}^{j-1} \theta_m \cdot \exp \left\{ - \theta_j Z - \sum_{m=i}^{j-1} (\theta_m - \theta_j) \bar{z}_m \right\} \quad (15) \end{aligned}$$

と表せる．以上の議論では， $\bar{z}_i, \dots, \bar{z}_{j-1}$ を固定していた．しかし，健全度 $i$  ( $i = 1, \dots, J-1$ )の寿命 $\zeta_i$ は確率変数であり， $z_i \geq 0, \dots, z_{j-1} \geq 0$  ( $j \leq J$ )は

$$0 \leq z_i + z_{i+1} + \dots + z_{j-1} \leq Z \quad (16)$$

を満足する範囲の中で自由な値をとる．したがって，点検時点 $y_A$ と $y_B$ の間で健全度が $i$ から $j$  ( $j \geq i+2$ )に推移するマルコフ推移確率 $\pi_{ij}$ は若干の計算により

$$\begin{aligned} \pi_{ij} &= \text{Prob}[h(y_B) = j | h(y_A) = i] \\ &= \int_0^Z \int_0^{Z-z_i} \cdots \int_0^{Z-\sum_{m=i}^{j-2} z_m} \\ &\quad q_j(z_i, \dots, z_{j-1} | \zeta_i \geq y_A) dz_i \cdots dz_{j-1} \\ &= \sum_{k=i}^j \prod_{m=i}^{k-1} \frac{\theta_m}{\theta_m - \theta_k} \prod_{m=k}^{j-1} \frac{\theta_m}{\theta_{m+1} - \theta_k} \exp(-\theta_k Z) \quad (17) \end{aligned}$$

となる<sup>4)</sup>．但し，表記上の規則として，

$$\begin{cases} \prod_{m=i}^{k-1} \frac{\theta_m}{\theta_m - \theta_k} = 1 & (k = i \text{の時}) \\ \prod_{m=k}^{j-1} \frac{\theta_m}{\theta_{m+1} - \theta_k} = 1 & (k = j \text{の時}) \end{cases} \quad (18)$$

が成立すると考える。また、 $\pi_{ij}$ に関してはマルコフ推移確率の条件より次式が成立する。

$$\pi_{ij}(z) = 1 - \sum_{j=i}^{J-1} \pi_{ij}(z) \quad (i = 1, \dots, J-1) \quad (19)$$

#### b) 多段階指数劣化ハザードモデルの推定方法

いま、同種の施設に関する  $K$  個の定期点検データが得られたとする。点検サンプル  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) には、2 個の連続する定期点検が実施されたカレンダー時刻  $\tau_A^k$  と  $\tau_B^k$ 、各点検で計測された部材の健全度のレーティング  $h(\tau_A^k)$ ,  $h(\tau_B^k)$  に関する情報が記述されている。点検サンプルにより、点検間隔が異なっても差し支えない。以上の点検データに基づいて、点検サンプル  $k$  の点検間隔を  $Z^k = \tau_B^k - \tau_A^k$  と定義する。さらに、2 つの点検時刻における劣化推移パターン情報に基づいて、ダミー変数  $\delta_{ij}^k$  ( $i, j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, K$ ) を

$$\delta_{ij}^k = \begin{cases} 1 & h(\tau_A^k) = i, h(\tau_B^k) = j \text{の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (20)$$

と定義する。さらに、施設の劣化速度に影響を及ぼす、施設の構造特性や使用環境を表す特性ベクトルを  $\mathbf{x}^k = (x_1^k, \dots, x_M^k)$  と表す。但し、 $x_m^k$  ( $m = 1, \dots, M$ ) は施設サンプル  $k$  の  $m$  番目の特性変数の観測値を表す。定期点検スキームの下で得られる点検サンプル  $k$  が有する情報は  $\Xi^k = (\delta_{ij}^k, Z^k, \mathbf{x}^k)$  として整理できる。

一方、施設サンプル  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) の劣化過程を指数ハザード関数

$$\lambda_i^k(y_i^k) = \theta_i^k \quad (i = 1, \dots, J-1) \quad (21)$$

を用いて表現しよう。健全度  $J$  はマルコフ連鎖の吸収状態であり  $\pi_{JJ} = 1$  が成立するためハザード率は定義されない。施設の劣化過程を特徴づけるハザード率  $\theta_i^k$  ( $i = 1, \dots, J-1; k = 1, \dots, K$ ) は施設の特性ベクトルに依存して変化すると考え、ハザード率  $\theta_i^k$  を特性ベクトル  $\mathbf{x}^k$  を用いて

$$\theta_i^k = \mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}'_i \quad (22)$$

と表そう。但し、 $\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,M})$  は未知パラメータ  $\beta_{i,m}$  ( $m = 1, \dots, M$ ) による行ベクトルである。記号  $\prime$  は転置操作を表す。

点検サンプル  $k$  に関して獲得できる情報は  $\Xi^k = (\delta_{ij}^k, Z^k, \mathbf{x}^k)$  である。記号「 $\hat{\cdot}$ 」は実測値であ

ることを示す。マルコフ推移確率は指数ハザード関数を用いて式(19)のように表すことができる。マルコフ推移確率には各健全度におけるハザード率  $\theta_i^k$  ( $i = 1, \dots, J-1; k = 1, \dots, K$ ) が含まれるが、ハザード率は施設の特性ベクトル  $\mathbf{x}^k$  を用いて式(24)で表現できる。また、劣化推移確率はデータが観察された点検間隔  $Z^k$  にも依存する。このことを明示的に表すため推移確率  $\pi_{ij}$  を目視点検による実測データ  $(Z^k, \mathbf{x}^k)$  と未知パラメータ  $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}_1, \dots, \boldsymbol{\beta}_{J-1})$  の関数として  $\pi_{ij}(Z^k, \mathbf{x}^k; \boldsymbol{\beta})$  と表そう。いま、 $K$  個の施設部材の劣化現象が互いに独立であると仮定すれば、全点検サンプルの劣化推移パターンの同時生起確率密度を表す対数尤度関数を

$$\begin{aligned} \ln[\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta})] &= \ln \left[ \prod_{i=1}^{J-1} \prod_{j=i}^J \prod_{k=1}^K \{ \pi_{ij}(Z^k, \mathbf{x}^k; \boldsymbol{\beta}) \}^{\delta_{ij}^k} \right] \\ &= \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \sum_{k=1}^K \delta_{ij}^k \ln [\pi_{ij}(Z^k, \mathbf{x}^k; \boldsymbol{\beta})] \end{aligned} \quad (23)$$

と表わせる<sup>27),28)</sup>。点検データ  $\delta_{ij}^k, Z^k, \mathbf{x}^k$  はすべて確定値であり、対数尤度関数は未知パラメータ  $\boldsymbol{\beta}$  の関数である。ここで、対数尤度関数を最大にするようなパラメータ値  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  の最尤推定値は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln[\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\beta}})]}{\partial \beta_{i,m}} &= 0, \\ (i &= 1, \dots, J-1; m = 1, \dots, M) \end{aligned} \quad (24)$$

を同時に満足するような  $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\hat{\beta}_{1,1}, \dots, \hat{\beta}_{J-1,M})$  として与えられる。

### (3) 多段階ワイブル劣化ハザードモデル

#### a) 時間依存的劣化状態確率の導出

つぎに施設の供用時間が劣化の進展速度に影響を及ぼすような土木施設の劣化予測モデル(多段階ワイブル劣化ハザードモデル)を定式化しよう。

初期時刻から、ある一定の使用時間  $s$  を経過した時刻における施設の劣化状態を時間依存的な状態確率で表現する。いま、時刻  $\tau_0$  で使用が開始されたある施設の劣化予測を行う問題を考えよう。初期時刻から使用時間  $s$  が経過したカレンダー時刻  $\tau = \tau_0 + s$  における当該施設の健全度を、状態変数  $h(s)$  を用いて表そう。劣化過程は、使用開始時刻  $\tau_0$  から時間  $s$  が経過した時刻において健全度  $h(s) = i$  が生起する確率を用いて記述される。すなわち、

$$\text{Prob}[h(s) = i | h(0) = 1] = \pi_i(s) \quad (25)$$

と表せる。このような劣化状態確率を健全度  $i$  ( $i = 1, \dots, I$ ) に対して定義すれば、時間依存的な劣化状態確率ベクトル

$$\mathbf{\Pi}(s) = \begin{pmatrix} \pi_1(s) \\ \vdots \\ \pi_I(s) \end{pmatrix} \quad (26)$$

を得ることができる。

時刻 $\tau_0$ に施設の使用が開始され（時刻 $\tau_0$ に健全度1が観測され）、現在時刻 $\tau$ の健全度が $i$ であることが観測された場合を考えよう。この時、期間 $[\tau_0, \tau]$ において健全度が1から健全度 $i$ に推移する確率は $\pi_i(s)$ で表される。但し、 $s = \tau - \tau_0$ である。

・ $i = 1$ の場合

まず、 $i = 1$ の場合、すなわち、時刻 $\tau_0$ に施設の使用が開始され、現在時刻 $\tau$ まで劣化が進展せず、健全度が1に留まる場合を考える。この場合、劣化状態確率 $\pi_1(s)$ は、式(10)のワイブルハザードモデルより

$$\pi_1(s) = \tilde{F}_1(s) = \exp(-\theta_1 s^{\alpha_1}) \quad (27)$$

と表される。

・ $i = 2$ の場合

時刻 $\tau_0$ に施設の使用が開始され、時刻 $\tau_1 \in [\tau_0, \tau]$ に健全度が1から2に推移し、現在時刻 $\tau$ に健全度2が観測される場合を考えよう。このような事象が成立するのは、1) 時刻 $\tau_1 \in [\tau_0, \tau]$ に、健全度が1から2に推移し、2) 期間 $[\tau_1, \tau]$ において、健全度が2に留まる場合である。健全度1の寿命が $\zeta_1 = \tau_1 - \tau_0$ となる確率密度はワイブルハザードモデルを用いて $f_1(\zeta_1)$ と表される。ここで、健全度1の寿命 $\zeta_1 (\geq 0)$ は確率変数であり、

$$0 \leq \zeta_1 < s \quad (28)$$

を満足する範囲の中で自由な値をとる。時刻 $\tau$ に健全度2が観測される確率 $\pi_2(s)$ は、次式で表される。

$$\pi_2(s) = \int_0^s f_1(\zeta_1) \tilde{F}(s - \zeta_1) d\zeta_1 \quad (29)$$

・ $3 \leq i < I$ の場合

初期時刻から現在時刻までに健全度が3以上変化する場合を考えよう。このような事象は、時刻 $\tau_1, \dots, \tau_{i-1}$  ( $\tau_0 \leq \tau_1 \leq \dots \leq \tau_{i-1} < \tau$ )において健全度が1ずつ増加し、時刻 $\tau_{i-1}$ から時刻 $\tau$ まで健全度が $i$ の水準に留まる場合である。このような事象が生起するためには、**図-4**に示すように、1) 時刻 $\tau_0$ から時刻 $\tau_1 = \tau_0 + \bar{\zeta}_1 \in [\tau_0, \tau]$ まで健全度が1のまま推移する。2) 時刻 $\tau_1$ において健全度が1から2に推移

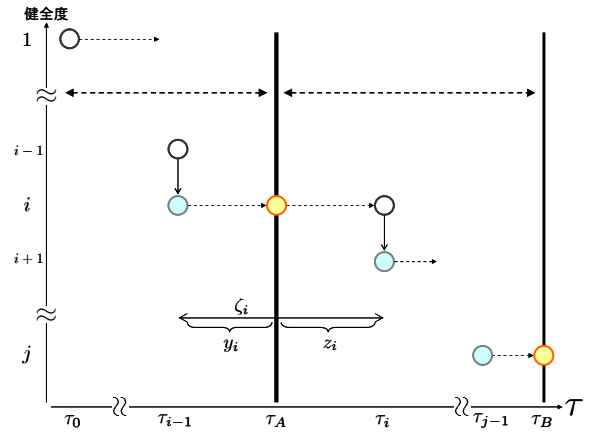


図-4 初期時刻からの劣化過程と健全度の観測

する。3) 時刻 $\tau_1$ から時刻 $\tau_2 = \tau_1 + \bar{\zeta}_2 \in [\tau_1, \tau]$ まで、健全度2が継続し、時刻 $\tau_2$ において健全度が3に推移する。同様のプロセスを経たのちに、4) 時刻 $\tau_{i-1} = \tau_{i-2} + \bar{\zeta}_{i-1} \in [\tau_{i-2}, \tau]$ に健全度が $i$ に推移し、時刻 $\tau$ まで健全度 $i$ の状態に留まるという事象が同時に生起しなければならない。以上の事象が同時に生起する確率密度 $q_i(\bar{\zeta}_1, \dots, \bar{\zeta}_{i-1})$ は

$$q_i(\bar{\zeta}_1, \dots, \bar{\zeta}_{i-1}) = \prod_{m=1}^{i-1} f_m(\bar{\zeta}_m) \tilde{F}_i(s - \sum_{m=1}^{i-1} \bar{\zeta}_m) \quad (30)$$

但し、 $s = \tau - \tau_0$ である。以上では、健全度 $m$  ( $m = 1, \dots, i-1$ )の寿命 $\bar{\zeta}_m$ を固定してきた。しかし、確率変数 $\zeta_m (\geq 0)$ は、

$$0 \leq \zeta_1 + \zeta_2 + \dots + \zeta_{i-1} < s$$

を満足する範囲の中で自由な値をとる。したがって、使用開始時刻から時間 $s$ が経過した時刻 $\tau = \tau_0 + s$ に健全度 $i$  ( $i = 3, \dots, I-1$ )が観測される確率 $\pi_i(s)$ は、

$$\pi_i(s) = \int_0^s \int_0^{s-\zeta_1} \dots \int_0^{s-\sum_{m=1}^{i-2} \zeta_m} q_i(\zeta_1, \dots, \zeta_{i-1}) d\zeta_1 \dots d\zeta_{i-1} \quad (31)$$

と表せる。

・ $i = I$ の場合

健全度 $I$ は劣化過程の吸収状態である。一度、健全度 $I$ の状態に到達した場合、施設が更新されない限り健全度 $I$ の状態が継続する。劣化状態確率の定義より、健全度 $I$ の状態が観測される劣化状態確率は次式で表される。

$$\pi_I(s) = 1 - \sum_{m=1}^{I-1} \pi_m(s) \quad (32)$$



b) 多段階ワイブル劣化ハザードモデルの推定方法

検査サンプル $k$ に関して獲得できるデータは $\xi^k = (\delta^k, s^k, \bar{x}^k)$ である。但し、 $\delta^k$ は $h(s^k) = i$ の時に1, それ以外の時に0の値を示すダミー変数ベクトルである。ハザード率は土木施設の特性ベクトル $\bar{x}^k$ を用いて式(24)で表現できる。また、劣化状態確率はデータが観察された使用時間 $s^k$ にも依存する。このことを明示的に表すため劣化状態確率 $\pi_i(s^k)$ を目視点検による実測データ $(s^k, \bar{x}^k)$ と未知パラメータベクトル $\gamma = \{\alpha, \beta_i (i = 1, \dots, I-1)\}$ の関数として $\pi_i(s^k, \bar{x}^k; \gamma)$ と表そう。但し、 $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_{I-1})$ は未知パラメータ $\alpha_i (i = 1, \dots, I-1)$ による行ベクトルである。

いま、 $K$ 個の土木施設の劣化現象が互いに独立であると仮定すれば、全検査サンプルの劣化状態の分布パターンの同時生起確率密度を表す対数尤度関数を

$$\begin{aligned} \ln[\mathcal{L}(\gamma)] &= \ln \left[ \prod_{i=1}^I \prod_{k=1}^K \{ \pi_i(s^k, \bar{x}^k; \gamma) \}^{\delta_i^k} \right] \\ &= \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \delta_i^k \ln [\pi_i(s^k, \bar{x}^k; \gamma)] \end{aligned} \quad (33)$$

と表わせる。検査データ $\delta^k, s^k, \bar{x}^k$ はすべて確定値であり、対数尤度関数は未知パラメータベクトル $\gamma$ の関数である。なお、複数時刻の点検データを用いた推定についても同様の手法により可能である。推定方法の詳細については参考文献<sup>5)</sup>を参照していただきたい。

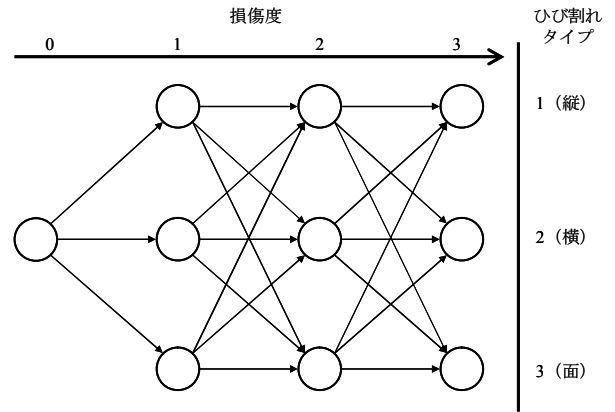
(4) 階層型指数劣化ハザードモデル

a) マルコフ推移確率の導出

これまでの議論では、土木施設の損傷形態が単一のものを取り扱っていた。しかし、損傷形態が複数定義され、当該施設の損傷度の進行とともに、損傷形態が変化する場合が存在する。例えば、道路舗装に発生するひび割れの状態は損傷度とひび割れ形態という2種類の離散的状態変数を用いて表現することができる

(図-5参照)。ここでは、複数の損傷形態にわたり多段階に損傷度が進行するような階層的ネットワーク型劣化過程を、多段階指数劣化ハザードモデルに、multi-destination型ハザードモデルを組み込んだ階層型指数劣化ハザードモデルについて説明する。

2種類の状態変数を用いて、施設の損傷状態を、損傷度 $i (i = 1, \dots, L)$ と、損傷タイプ $j (j = 1, \dots, R)$ のペア $(i, j)$ で表そう。時刻 $\tau_A$ で観測した損傷状態を、状態変数 $h(\tau_A) = (i, j)$ を用いて表す。マルコフ推移確率は、時刻 $\tau_A$ で観測された劣化状態 $h(\tau_A) = (i, j)$ を与件とし、将来時刻(たとえば $\tau_B$ )において劣化状態 $h(\tau_B) = (l, r)$ が生起する条件付推移確率として定義される。すなわち、



注) 図中の○は劣化状態を表している。劣化状態は損傷度 $i (i = 0, 1, 2, 3)$ とひび割れタイプ $j (j = 1, 2, 3)$ の組 $(i, j)$ として表現される。ひび割れ過程は劣化状態 $(0, 0)$ から右方向へ移動するパターンで進行する。

図-5 ひび割れ進行過程

$$\text{Prob}[h(\tau_B) = (l, r) | h(\tau_A) = (i, j)] = \pi_{ij,lr} \quad (34)$$

と表せる。このような推移確率を劣化状態ペア $(ij, lr)$ に対して求めれば、マルコフ推移確率行列

$$\Pi = \begin{pmatrix} \pi_{00} & \cdots & \pi_{0L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \pi_{LL} \end{pmatrix} \quad (35)$$

を定義できる。但し、 $\mathbf{0}$ は0要素行列、 $\pi_{il} (i, l = 1, \dots, L)$ はブロック行列であり、

$$\begin{aligned} \pi_{00} &= \pi_{00,00} \\ \pi_{0l} &= (\pi_{00,l1} \quad \cdots \quad \pi_{00,lR}) \\ \pi_{il} &= \begin{pmatrix} \pi_{i1,l1} & \cdots & \pi_{i1,lR} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{iR,l1} & \cdots & \pi_{iR,lR} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

と表される。マルコフ推移確率(35)は所与の2つの時刻 $\tau_A, \tau_B$ の間において生じる劣化状態間の推移確率を示したものである。当然のことながら、対象とする点検間隔が異なれば、推移確率の値は異なる。補修がない限り常に劣化が進行するので、 $\pi_{ij,lr} = 0 (i > l)$ が成立する。また、推移確率の定義より $\sum_{l=i}^L \sum_{r=1}^R \pi_{ij,lr} = 1$ が成立する。すなわち、マルコフ推移確率に関して

$$\left. \begin{aligned} \pi_{ij,lr} &\geq 0 \\ \pi_{ij,lr} &= 0 (i > l \text{の時}) \\ \sum_{l=i}^L \sum_{r=1}^R \pi_{ij,lr} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

が成立しなければならない。状態 $(L, r) (r = 1, \dots, R)$ は、補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり、 $\pi_{Lr,Lr} = 1$ が成立すると考える。

いま、劣化状態 $(i, j)$ から、劣化状態 $(i+1, r)$ に推移する推移強度を $\rho_{ijr}$ と表そう。この時、劣化状態 $(i, j)$ から劣化状態 $(i+1, r)$  ( $r = 1, \dots, R$ )のいずれか1つに推移することにより、劣化状態 $(i, j)$ は終了する。したがって、劣化状態 $(i, j)$ が終了する推移強度は

$$\theta_{ij} = \sum_{r=1}^R \rho_{ijr} \quad (37)$$

と表せる。

#### b) 階層型ハザードモデルの定式化

時刻 $t = \tau_A$ で観測された施設劣化状態を $h(\tau_A) = (i, j)$ 、 $t = \tau_B$ で観測された施設の劣化状態を $h(\tau_B) = (l, r)$ とする。点検間隔 $Z = \tau_B - \tau_A$ の間に劣化状態が $(i, j)$ から $(l, r)$ に推移する確率 $\pi_{ij,lr}(Z)$ を以下のように定式化できる。

・ $(i, j) = (l, r)$ のとき

本ケースでは、期間長 $Z$ にわたり、劣化状態 $(i, j)$ が継続する。すなわち、推移確率は、式(5)より、

$$\pi_{ij,ij}(Z) = \exp(-\theta_{ij}Z) \quad (38)$$

と表せる。但し、 $i = L$ の時は吸収状態であり、 $\pi_{L,j,L,j}(Z) = 1$ が成立する。

・ $l = i+1 \leq L-1$ のとき

点検時刻 $\tau_A$ と $\tau_B$ の間に損傷度が $i$ から $i+1$ に推移する確率を求めよう。この時、推移回数は1回のみである。損傷形態として $R$ 個のタイプを考える。劣化状態 $(i, j)$ の寿命が $\zeta_{ij}$ となる確率密度関数を

$$\begin{aligned} f_{ij}(\zeta_{ij}) &= \theta_{ij} \exp(-\theta_{ij}\zeta_{ij}) \\ &= \sum_{r=1}^R \rho_{ijr} \exp(-\theta_{ij}\zeta_{ij}) \end{aligned} \quad (39)$$

と表そう。ここに、 $\rho_{ijr}$ は、劣化状態 $(i, j)$ から、微小時間において劣化状態 $(i+1, r)$ に推移する強度（以下、推移強度と呼ぶ）を表す。2つの点検時刻に挟まれた期間 $[\tau_A, \tau_B)$ の間に、劣化状態が $(i, j)$ から $(i+1, r)$ に移行するためには、1) 時刻 $\tau_A$ から時刻 $s_{i+1} = \tau_A + z_{ij}$  ( $z_{ij} \in [0, Z)$ )まで劣化状態が $(i, j)$ のまま推移し、2) 時刻 $s_{i+1} = \tau_A + z_{ij}$ において劣化状態が $(i, j)$ から $(i+1, r)$ に推移し、3) 時刻 $s_{i+1}$ から時刻 $\tau_B$ まで、劣化状態 $(i+1, r)$ が継続しなければならない。定期測定では劣化状態が $(i, j)$ から $(i+1, r)$ に推移した正確な時刻を把握できない。しかし、ここでは仮に、劣化状態の推移が時刻 $(\tau_A + \bar{z}_{ij}) \in [\tau_A, \tau_B)$ に生じたと考えよう。この時、測定時刻 $\tau_A$ にお

いて劣化状態が $(i, j)$ であるという条件の下で、時刻 $\tau_A$ から時刻 $\tau_A + \bar{z}_{ij}$ まで劣化状態が $(i, j)$ に留まり、時刻 $\tau_A + \bar{z}_{ij}$ で劣化状態が $(i, j)$ から $(i+1, r)$ に推移する条件付き確率密度 $g_{ijr}(\bar{z}_{ij})$ は

$$\begin{aligned} g_{ijr}(\bar{z}_{ij}) &= \frac{\rho_{ijr} f_{ij}(\bar{z}_{ij} + \tau_A)}{\theta_{ij} \tilde{F}_{ij}(\tau_A)} \\ &= \frac{\rho_{ijr} \exp\{-\theta_{ij}(\bar{z}_{ij} + \tau_A)\}}{\exp(-\theta_{ij}\tau_A)} \\ &= \rho_{ijr} \exp(-\theta_{ij}\bar{z}_{ij}) \end{aligned} \quad (40)$$

と表せる。さらに、点検時刻 $\tau_A$ で劣化状態が $(i, j)$ であり、かつ時刻 $\tau_A + \bar{z}_{ij}$ において劣化状態が $(i, j)$ から $(i+1, r)$ に変化し、かつ測定時刻 $\tau_B$ において劣化状態が $(i+1, r)$ と判定される条件付き確率密度 $q_{ijr}(\bar{z}_{ij})$ は

$$\begin{aligned} q_{ijr}(\bar{z}_{ij}) &= g_{ijr}(\bar{z}_{ij}) \cdot \tilde{F}_{i+1r}(\tau_B - \bar{z}_{ij} - \tau_A) \\ &= \rho_{ijr} \exp(-\theta_{ij}\bar{z}_{ij}) \exp\{-\theta_{i+1r}(Z - \bar{z}_{ij})\} \\ &= \rho_{ijr} \exp(-\theta_{i+1r}Z) \exp\{-(\theta_{ij} - \theta_{i+1r})\bar{z}_{ij}\} \end{aligned} \quad (41)$$

と表せる。以上の議論では、劣化状態が $(i, j)$ から $(i+1, r)$ に推移する時刻 $s_{i+1} = \tau_A + \bar{z}_{ij}$ を固定していた。しかし、劣化状態 $(i, j)$ の寿命 $z_{ij}$ は確率変数であり、 $z_{ij}$ は範囲 $[0, Z)$ の中で変化し得る。2つの点検時刻 $\tau_A$ と $\tau_B$ の間で劣化状態が $(i, j)$ から $(i+1, r)$ に推移するマルコフ推移確率 $\pi_{ij,i+1r}$ は

$$\begin{aligned} \pi_{ij,i+1r}(Z) &= \text{Prob}[h(\tau_B) = (i+1, r) | h(\tau_A) = (i, j)] \\ &= \int_0^Z q_{ijr}(z_{ij}) dz_{ij} \\ &= \int_0^Z \rho_{ijr} \exp(-\theta_{i+1r}Z) \\ &\quad \exp\{-(\theta_{ij} - \theta_{i+1r})z_{ij}\} dz_{ij} \\ &= \frac{\rho_{ijr}}{\theta_{ij} - \theta_{i+1r}} \{-\exp(-\theta_{ij}Z) + \exp(-\theta_{i+1r}Z)\} \end{aligned} \quad (42)$$

と表せる。但し、上式において、 $\theta_{ij}$ と $\theta_{i+1r}$ の大小関係に関わらず $\pi_{ij,i+1r} > 0$ が成立する。

以下、損傷度が $i$ から $l$ まで $l-i$ 回変化する確率も同様の手順により定式化することができる<sup>6)</sup>。

#### c) 階層型指数劣化ハザードモデルの推定方法

観測サンプル $k$ に関して獲得できる情報は $\xi^k = (\delta^k, \bar{Z}^k, \bar{x}^k)$ である。記号「 $\bar{\cdot}$ 」は実測値であることを示す。 $\delta^k$ は $h(\tau_A^k) = (i, j)$ かつ $h(\tau_B^k) = (l, r)$ の時に1、それ以外の時に0の値を示すダミー変数ベクトルである。マルコフ推移確率は各劣化状態における推移強度 $\rho_{ijr}^k$  ( $i = 0, \dots, L-1; j, r = 0, \dots, R; k = 1, \dots, K$ )を用いて表現されるが、推移強度は施

設固有の特性ベクトル $\mathbf{x}^k$ を用いて、

$$\rho_{ijr}^k = \mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}'_{ijr} \quad (43)$$

と表すことができる。また、推移確率はデータが観測された点検間隔 $\bar{Z}^k$ にも依存する。このことを明示的に表すため推移確率 $\pi_{ij,lr}$ を実測データ $(\bar{Z}^k, \mathbf{x}^k)$ と未知パラメータ $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}_{000}, \dots, \boldsymbol{\beta}_{L-1RR})$ の関数として $\pi_{ij,lr}(\bar{Z}^k, \mathbf{x}^k; \boldsymbol{\beta})$ と表そう。いま、 $K$ 個の施設の劣化現象が互いに独立であると仮定すれば、全観測サンプルの劣化推移パターンの同時生起確率密度を表す対数尤度関数は次式で定義される。

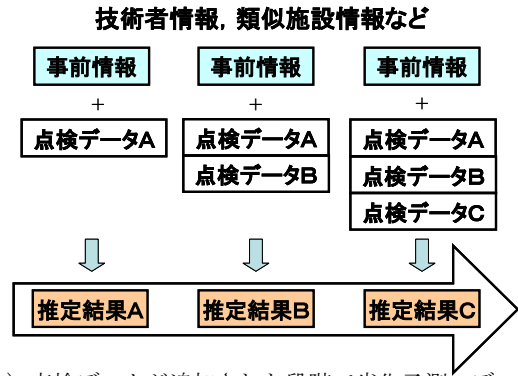
$$\begin{aligned} \ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}) &= \ln \prod_{i=0}^{L-1} \prod_{j=0}^R \prod_{l=i}^{L-1} \prod_{r=0}^R \prod_{k=1}^K \{ \pi_{ij,lr}(\bar{Z}^k, \mathbf{x}^k; \boldsymbol{\beta}) \}^{\delta_{ij,lr}^k} \\ &= \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^R \sum_{l=i}^{L-1} \sum_{r=0}^R \sum_{k=1}^K \delta_{ij,lr}^k \ln \{ \pi_{ij,lr}(\bar{Z}^k, \mathbf{x}^k; \boldsymbol{\beta}) \} \end{aligned} \quad (44)$$

観測データ $\delta_{ij,lr}^k, \bar{Z}^k, \mathbf{x}^k$ はすべて確定値であり、対数尤度関数は未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ の関数として表される。

## 5. ハザードモデルのベイズ推計

### (1) ベイズ推計法の必要性

ベイズ統計学は、対象とする事象が生起する確率を推定するにあたり、分析者が事前に保有している情報、知識、経験等を活用し、主観的に確率を決定する立場に立っている。ベイズ推計法では、事前情報を積極的に活用できるため、標本が少ない場合にも未知パラメータの推計を行うことが可能であり、より多くの未知パラメータをモデルに採用することも可能となる。また、標本の追加に対しても容易にモデルを更新できるという優れた特徴を持っている。このような特性を有するベイズ統計学を、劣化予測モデルの推計に適用するための基本的な考え方を図-6に示している。現実のアセットマネジメントでは、過去の点検データの蓄積が十分ではなく、技術者の経験的判断等に基づいて、劣化予測モデルを暫定的に設定せざるを得ない場合が少なくない。また、土木施設によっては、新しい技術や新製品の導入により、過去の劣化過程に関する情報がまったく蓄積されていない場合もあろう。このような場合、過去の類似の土木施設を対象として作成した劣化予測モデルを、初期モデルとして暫定的に用いることも1つの方法である。あるいは、技術者の経験情報に基づいて、主観的に劣化予測モデルを設定せざるを得ない場合もあろう。いずれの場合にせよ、デ



注) 点検データが追加された段階で劣化予測モデルを逐次更新していく。点検データがない初期には、技術者の経験情報などの事前情報に基づいて初期モデルを作成する。データの蓄積に伴い、劣化予測モデルに対する主観的な事前情報の影響は薄れていく。

図-6 ベイズ更新の概念図

ータが蓄積されていない段階で作成した初期モデルは、あくまでも暫定的モデルであり、新しい点検データが利用可能になった段階で劣化予測モデルを逐次更新していく必要がある。ベイズ推計法を用いることにより、このような初期モデルの暫定的な作成や、モデルの逐次更新の方法論を開発することが可能となる。さらに、データが蓄積されるに従って、初期モデルを推計する際に用いた経験的判断の影響力が次第に薄れていき、長期的には客観的データに基づいて推計した劣化予測モデルに収束するという望ましい特性がある。さらに、このようなモデルの更新過程において、モデルの信頼性を統一的に評価するための分析的枠組みを提供するという利点を有している。

### (2) 事前主観情報とベイズ推計

最尤推定法は、1) 標本数が十分に多い場合、推定量が真の値に確率収束する(一致性)、2) 推定量の漸近的分散がクラメル・ラオの下限に等しい(漸近有効性)という優れた性質を有している<sup>30)</sup>。しかし、現実のアセットマネジメントの場面では、過去に十分な点検が実施されておらず、限られた点検データしか入手できない場合が少なくない。このように限られたサンプルに基づいてハザードモデルを推計した場合、最尤推定量が不偏性を満足せず、推定量に系統的なバイアスが生じる可能性がある。あるいは、点検実績データがまったく存在せず、技術者の経験情報に基づいて、劣化ハザードモデルを特定化せざるを得ない場合もある。このような場合、限られた事前情報と少ないデータに基づいて、ハザードモデルを推計するための方法論が必要となる。さらに、データが蓄積されるに従って、ハザードモデルの改良を試みる必要がある。ベイズ推計法は事前情報を活用できるた

め、標本が少ない場合でも比較的精度よく推計することができるという利点がある。また、推計量の信頼域について検討することにより、ハザードモデルによる推計精度や、モデル改良による信頼度の向上の効果も検討することが可能であるという利点がある。

ベイズ推計法では、パラメータの事前分布と、観測されたデータを用いて定義される尤度関数を用いて、パラメータの事後分布を推計することになる。いま、尤度関数を $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi})$ と表そう。 $\boldsymbol{\theta}$ は未知パラメータベクトル、 $\boldsymbol{\xi}$ は観測データを表す。ここで、 $\boldsymbol{\theta}$ が確率変数で、事前確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta})$ に従うと仮定しよう。この時、観測データ $\boldsymbol{\xi}$ を得たときに未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi})$ はベイズの定理より、

$$\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi}) = \frac{\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi})\pi(\boldsymbol{\theta})}{\int_{\Theta} \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi})\pi(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta}} \quad (45)$$

と表すことができる。但し、 $\Theta$ はパラメータ空間である。この時、 $\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi})$ は

$$\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi}) \propto \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi})\pi(\boldsymbol{\theta}) \quad (46)$$

と表すことができる。 $\propto$ は比例を意味する。ここに、分母

$$m(\boldsymbol{\xi}) = \int_{\Theta} \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi})\pi(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta} \quad (47)$$

は、 $\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi})$ の基準化定数あるいは事前予測分布と呼ぶ。ベイズ推計は、1) 事前の経験情報などに基づき、事前確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta})$ を設定する。2) 新しく獲得したデータ $\boldsymbol{\xi}$ に基づいて尤度関数 $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi})$ を定義する。さらに、3) ベイズの定理(45)に基づいて事前確率密度関数を修正し、パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ に関する事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi})$ を得る。以上の手順を、以下ではベイズ推計ルールと呼ぶ。最尤推定法と異なり、未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の確率分布が、事後分布として求まる点にベイズ推計法の特徴がある。

### (3) マルコフ連鎖モンテカルロシミュレーション

一般にハザードモデルの基準化定数は、解析的に求めることが不可能であり、実務への適用上に限界があった。近年、マルコフ連鎖モンテカルロシミュレーション(MCMC)法<sup>31)</sup>がベイズ統計学の分野に導入され、多重数値積分により基準化定数を求めなくても、効率的に事後分布を求めることが可能となった。その結果、ベイズ推計法の適用範囲は大幅に拡大したと考えることができる。すでに、MCMC法を用いたベイズ推計法に関して、いくつかの研究<sup>31)</sup>が蓄積されて

いる。代表的なMCMC法として、ギブスサンプリング(Gibbs sampling)法、メトロポリス・ヘイスティングス(Metropolis-Hastings: MHと略す)法等が提案されている<sup>31)</sup>。この内、ギブスサンプリングはもともと画像復元のアルゴリズム<sup>32)</sup>として知られていたが、ベイズ推計法における事後分布推計に応用された<sup>33)</sup>。ギブスサンプリング法は、事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi})$ を直接求めることが難しい場合に、各パラメータの条件付き事後確率密度関数を用いて、反復的にパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ のサンプルを乱数発生させることにより、事後分布からの標本サンプルを獲得する方法である。

### (4) ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計

伝統的な2値モデルのワイブル劣化ハザードモデルのパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ をベイズ推計ルールに基づき推計する方法を解説する。新規に獲得したデータを $\boldsymbol{\xi} = (\boldsymbol{\xi}_1, \dots, \boldsymbol{\xi}_n)$ と表そう。ここで、尤度関数を、ワイブル劣化ハザードモデル(10),(11)を用いて定義すれば、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi}) &= \prod_{i=1}^n f(\bar{y}_i, \bar{\mathbf{x}}_i : \boldsymbol{\theta})^{\bar{d}_i} \cdot \bar{F}(\bar{y}_i, \bar{\mathbf{x}}_i : \boldsymbol{\theta})^{1-\bar{d}_i} \\ &= m^{\bar{d}} \exp \left\{ \sum_{i=1}^n \left( \bar{d}_i \bar{\mathbf{x}}_i \boldsymbol{\beta}' + \bar{d}_i (m-1) \ln \bar{y}_i \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \exp(\bar{\mathbf{x}}_i \boldsymbol{\beta}') \bar{y}_i^m \right) \right\} \end{aligned} \quad (48)$$

となる。但し、 $\bar{d}$ はモニタリング期間中に寿命を迎えた施設数 $\bar{d} = \sum_{i=1}^n \bar{d}_i$ を意味する。ワイブルハザードモデルにおいて $\boldsymbol{\theta} = (m, \boldsymbol{\beta})$ が共に未知な場合、尤度関数(48)に対して、事前確率密度関数と事後確率密度関数の関数形が一致するような共役事前確率密度関数<sup>34)</sup>が存在しないことが知られている<sup>35)</sup>。したがって、ベイズ推計ルールにおいて、事前確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta})$ と事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi})$ の関数形が、互いに異ならざるを得ない。ここでは $m, \boldsymbol{\beta}$ の事前確率密度関数が、それぞれベイズ統計学において標準的な事前確率密度関数として用いられるガンマ分布、多次元正規分布に従うと仮定しよう。すなわち、 $m \sim \mathcal{G}(m_0, \kappa_0)$ 、 $\boldsymbol{\beta} \sim \mathcal{N}_K(\boldsymbol{\mu}_0, \boldsymbol{\Sigma}_0)$ である。但し、ガンマ分布 $\mathcal{G}(m_0, \kappa_0)$ 、 $K$ 次元正規分布 $\mathcal{N}_K(\boldsymbol{\mu}_0, \boldsymbol{\Sigma}_0)$ の確率密度関数は

$$f(m|m_0, \kappa_0) = \frac{1}{\Gamma(m_0)} \kappa_0^{m_0} m^{m_0-1} e^{-\kappa_0 m} \quad (49a)$$

$$\begin{aligned} g(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\mu}_0, \boldsymbol{\Sigma}_0) &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^K |\boldsymbol{\Sigma}_0|}} \\ &\quad \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\mu}_0) \boldsymbol{\Sigma}_0^{-1} (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\mu}_0)' \right\} \end{aligned} \quad (49b)$$

で与えられる。但し、 $\Gamma(m_0)$ はガンマ関数、 $\boldsymbol{\mu}_0$ は $\mathcal{N}_K(\boldsymbol{\mu}_0, \boldsymbol{\Sigma}_0)$ の初期期待値ベクトル、 $\boldsymbol{\Sigma}_0$ は初期分散・共分散行列である。この時、事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta}|\bar{\boldsymbol{\xi}})$ は、式(46)より、

$$\begin{aligned} \pi(\boldsymbol{\theta}|\bar{\boldsymbol{\xi}}) &\propto \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\bar{\boldsymbol{\xi}})f(m|m_0, \kappa_0)g(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\mu}_0, \boldsymbol{\Sigma}_0) \\ &\propto m^{m_0+\bar{d}-1} \exp\left\{\sum_{i=1}^n (\bar{d}_i \bar{\boldsymbol{x}}_i \boldsymbol{\beta}' \right. \\ &\quad \left. + \bar{d}_i(m-1) \ln \bar{y}_i - \exp(\bar{\boldsymbol{x}}_i \boldsymbol{\beta}') \bar{y}_i^m) - \kappa_0 m \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\mu}_0) \boldsymbol{\Sigma}_0^{-1}(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\mu}_0)'\right\} \end{aligned} \quad (50)$$

となる。この時、式(50)より、 $\boldsymbol{\beta}$ を既知とした時の $m$ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(m|\boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\xi}})$ は

$$\begin{aligned} \pi(m|\boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\xi}}) &\propto m^{\hat{m}_0-1} \exp(-\hat{\kappa}_0 m) \exp\left(-\sum_{i=1}^n \gamma_i \bar{y}_i^m\right) \quad (51) \\ \begin{cases} \hat{m}_0 = m_0 + \sum_{i=1}^n \bar{d}_i \\ \hat{\kappa}_0 = \kappa_0 - \sum_{i=1}^n \bar{d}_i \ln \bar{y}_i \\ \gamma_i = \exp(\bar{\boldsymbol{x}}_i \boldsymbol{\beta}') \end{cases} \end{aligned}$$

と表せる。つぎに、 $\boldsymbol{\beta}$ から第 $j$  ( $j=1, \dots, K$ )番目の要素 $\beta^j$ を除いた未知パラメータベクトルを $\boldsymbol{\beta}^{-j}$ と表そう。この時、 $m$ と $\boldsymbol{\beta}^{-j}$ を既知とした $\beta^j$ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\beta^j|m, \boldsymbol{\beta}^{-j}, \bar{\boldsymbol{\xi}})$ は

$$\begin{aligned} \pi(\beta^j|m, \boldsymbol{\beta}^{-j}, \bar{\boldsymbol{\xi}}) &\propto \exp\left\{-\frac{\rho_{jj}}{2}(\beta^j - \hat{\mu}_0^j)^2\right\} \exp\left(-\sum_{i=1}^n \gamma_i \bar{y}_i^m\right) \\ &\quad \begin{cases} \hat{\mu}_0^j = \mu_0^j + \frac{1}{\rho_{jj}} \left\{ \sum_{i=1}^n \bar{d}_i \bar{x}_i^j \right. \\ \quad \left. - \sum_{k=1, k \neq j}^K (\beta^k - \mu_0^k) \rho_{kj} \right\} \\ \gamma_i = \exp(\bar{\boldsymbol{x}}_i \boldsymbol{\beta}') \end{cases} \end{aligned} \quad (52)$$

と表せる。但し、 $\mu_0^j$ は事前分布を表す多次元正規分布 $\mathcal{N}_K(\boldsymbol{\mu}_0, \boldsymbol{\Sigma}_0)$ の期待値ベクトル $\boldsymbol{\mu}_0$ の第 $j$ 要素であり、 $\rho_{kj}$ は分散・共分散行列の逆行列 $\boldsymbol{\Sigma}_0^{-1}$ の第 $(k, j)$ 要素である。また $\sum_{k=1, k \neq j}^K$ は、要素1から $K$ のうち、要素 $j$ を除いたものの総和を意味する。この時、ギブスサンプリング・アルゴリズムを以下のように整理できる。

- Step 1) : 初期パラメータ値 $\boldsymbol{\theta}^0 = (m(0), \beta^1(0), \dots, \beta^K(0))$ を与える。  $i=0$ とし、サンプル数 $\bar{n}$ を設定する。
- step 2) :  $\boldsymbol{\theta}^{i+1} = (m(i+1), \beta^1(i+1), \dots, \beta^K(i+1))$ を次のように発生する。

$m(i+1)$ を $\pi(m|\boldsymbol{\beta}(i), \bar{\boldsymbol{\xi}})$ から乱数発生させる。

$\beta^1(i+1)$ を $\pi(\beta^1|m(i+1), \boldsymbol{\beta}^{-1}(i), \bar{\boldsymbol{\xi}})$ から乱数発生させる。

$\beta^k(i+1)$ を $\pi(\beta^k|m(i+1), \beta^1(i+1), \dots, \beta^{k-1}(i+1), \beta^{k+1}(i), \dots, \beta^K(i), \bar{\boldsymbol{\xi}})$ から乱数発生させる。  
( $k=2, \dots, K-1$ )

$\beta^K(i+1)$ を $\pi(\beta^K|m(i+1), \boldsymbol{\beta}^{-K}(i+1), \bar{\boldsymbol{\xi}})$ から乱数発生させる。

step 3) : 十分大きな $\underline{n}$ に対して $i \geq \underline{n}$ ならば $\boldsymbol{\theta}^{i+1}$ を記録する。

step 4) :  $i = \bar{n}$ ならば計算終了。  $i < \bar{n}$ ならば $i = i+1$ としてstep 2に戻る。

以上のギブスサンプリングにおいて、推移核 $K(\boldsymbol{\theta}^i, \boldsymbol{\theta}^{i+1}|\bar{\boldsymbol{\xi}})$ を

$$\begin{aligned} K(\boldsymbol{\theta}^i, \boldsymbol{\theta}^{i+1}|\bar{\boldsymbol{\xi}}) &= \pi(m(i+1)|\boldsymbol{\beta}(i), \bar{\boldsymbol{\xi}}) \prod_{j=1}^{K-1} \pi(\beta^j(i+1)|m(i+1), \\ &\quad \beta^1(i+1), \dots, \beta^{j-1}(i+1), \beta^{j+1}(i), \dots, \beta^K(i), \bar{\boldsymbol{\xi}}) \\ &\quad \cdot \pi(\beta^K(i+1)|m(i+1), \boldsymbol{\beta}^{-K}(i+1), \bar{\boldsymbol{\xi}}) \end{aligned} \quad (53)$$

と定義しよう。この時、 $\boldsymbol{\theta}^i$  ( $i=0, 1, \dots$ )は推移核 $K(\boldsymbol{\theta}^i, \boldsymbol{\theta}^{i+1}|\bar{\boldsymbol{\xi}})$ を持つマルコフ連鎖である。さらに、このマルコフ連鎖の定常状態を $\pi(\boldsymbol{\theta}|\bar{\boldsymbol{\xi}})$ と表そう。十分大きな $\underline{n}$ に対して、このようなマルコフ連鎖が定常状態に到達していると考えれば、ギブスサンプリングで求めた $\boldsymbol{\theta}^i$  ( $i = \underline{n}+1, \underline{n}+2, \dots, \bar{n}$ )は、事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta}|\bar{\boldsymbol{\xi}})$ からの標本サンプルと見なすことができる。これらの標本サンプルを用いて、パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の事後分布に関する各種の統計量を計算することができる。なお、ギブスサンプリングを行うためには $K+1$ 個の条件付き事後確率密度関数 $\pi(m|\boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\xi}})$ 、 $\pi(\beta^j|m, \boldsymbol{\beta}^{-j}, \bar{\boldsymbol{\xi}})$  ( $j=1, \dots, K$ )を求めることが必要となる。なお、式(51),(52)を $m$ 、 $\beta^j$  ( $j=1, \dots, K$ )の関数とみなした時、 $\ln[\pi(m|\boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\xi}})]$ 、 $\ln[\pi(\beta^j|m, \boldsymbol{\beta}^{-j}, \bar{\boldsymbol{\xi}})]$  ( $j=1, \dots, K$ )はいずれも凹関数である。このように対数事後確率密度関数が凹関数となる場合、事後分布から標本を効率的にサンプリングするために適応的棄却サンプリング<sup>30)</sup>が有効である。なお推計方法の詳細及び適用事例については参考文献を参照していただきたい<sup>8)</sup>。

#### (5) マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推計

ワイブル劣化ハザードモデルを拡張し、多段階指

数ハザードモデル（マルコフ劣化ハザードモデル）のベイズ推計法について解説する．2時点間の目視検査データを用いて，マルコフ劣化ハザードモデルのパラメータベクトル $\beta$ をベイズ推計ルールで推計する方法を考える．新規に獲得したデータを $\bar{\xi} = (\bar{\xi}^1, \dots, \bar{\xi}^K)$ と表そう．マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推計については，検査サンプル $k$ に関して獲得できる情報は $\bar{\xi}^k = (\delta_{ij}^k, z^k, \bar{x}^k)$ を想定している．このとき多段階指数ハザードモデルの尤度関数は，

$$\mathcal{L}(\beta|\bar{\xi}) = \prod_{i=1}^{J-1} \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^K \left\{ \sum_{h=i}^j \prod_{l=i}^{h-1} \frac{\theta_l^k}{\theta_l^k - \theta_h^k} \right. \\ \left. \prod_{l=h}^{j-1} \frac{\theta_l^k}{\theta_{l+1}^k - \theta_h^k} \exp(-\theta_h^k z^k) \right\}^{\delta_{ij}^k} \quad (54)$$

となる．さらに，ここでは， $\beta_i$ の事前確率密度関数が，標準的な事前確率密度関数として用いられる多次元正規分布に従うと仮定する．すなわち， $\beta_i \sim \mathcal{N}_M(\mu_i, \Sigma_i)$ である．このとき，事後確率密度関数 $\pi(\beta|\bar{\xi})$ は，

$$\pi(\beta|\bar{\xi}) \propto \mathcal{L}(\beta|\bar{\xi}) \prod_{i=1}^{J-1} g(\beta|\mu_i, \Sigma_i) \\ \propto \prod_{i=1}^{J-1} \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^K \left\{ \prod_{l=i}^{j-1} \theta_l^k \sum_{h=i}^j \prod_{l=i}^{h-1} \frac{1}{\theta_l^k - \theta_h^k} \right. \\ \left. \prod_{l=h}^{j-1} \frac{1}{\theta_{l+1}^k - \theta_h^k} \exp(-\theta_h^k z^k) \right\}^{\delta_{ij}^k} \\ \cdot \prod_{i=1}^{J-1} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta_i - \mu_i) \Sigma_i^{-1} (\beta_i - \mu_i)'\right\} \quad (55)$$

となる．ここで， $\beta$ から $\beta_{e,m}$ を除いた未知パラメータベクトルを $\beta^{-(e,m)}$ と表すと，式(55)より， $\beta^{-(e,m)}$ を既知とした時の $\beta_{e,m}$ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\beta_{e,m}|\beta^{-(e,m)}, \bar{\xi})$ は，

$$\pi(\beta_{e,m}|\beta^{-(e,m)}, \bar{\xi}) \propto \prod_{i=1}^e \prod_{j=e}^J \prod_{k=1}^K \left\{ \theta^{k \delta_{ij}^k - \delta_{ie}^k} \right. \\ \cdot \sum_{h=i}^j \prod_{l=i}^{h-1} \frac{1}{\theta_l^k - \theta_h^k} \prod_{l=h}^{j-1} \frac{1}{\theta_{l+1}^k - \theta_h^k} \exp(-\theta_h^k z^k) \left. \right\}^{\delta_{ij}^k} \\ \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta_e - \mu_e) \Sigma_e^{-1} (\beta_e - \mu_e)'\right\} \\ \propto \prod_{i=1}^e \prod_{j=e}^J \prod_{k=1}^K \left\{ \exp(\beta_{e,m} x_m^k)^{\delta_{ij}^k - \delta_{ie}^k} \right. \\ \cdot \sum_{h=i}^j \prod_{l=i}^{h-1} \frac{1}{\theta_l^k - \theta_h^k} \prod_{l=h}^{j-1} \frac{1}{\theta_{l+1}^k - \theta_h^k} \exp(-\theta_h^k z^k) \left. \right\}^{\delta_{ij}^k} \\ \cdot \exp\left\{-\frac{\rho_e^{mm}}{2}(\beta_{e,m} - \hat{\mu}_e^m)^2\right\} \quad (56)$$

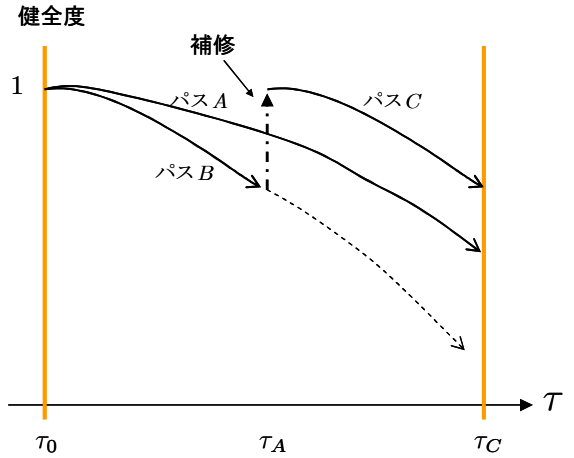


図-7 補修によるサンプル欠損

$$\hat{\mu}_e^m = \mu_e^m + \sum_{h=1, \neq m}^M (\beta_{e,h} - \mu_e^h) \rho_e^{hm}$$

と表せる．但し， $\delta_{ie}^k$ は，検査サンプル $k$ の事前レーティング $d(\tau_A^k) = i$ とギブスサンプリングにおける事前レーティング $e$ が一致した場合に1を，そうでない時に0となるダミー変数である． $\mu_e^m$ は事前期待値ベクトル $\mu_e$ の第 $m$ 要素であり， $\rho_e^{hm}$ は事前分散共分散行列 $\Sigma_e^{-1}$ の第 $(h, m)$ 要素である．また， $\Sigma_{h=1, \neq m}^M$ は1から $M$ までの要素のうち $m$ を除いた要素の総和を意味する．これらの条件付き確率密度関数から標本を発生させ，その標本を用いパラメータ $\beta$ の事後分布に関する各種の統計量を計算することができる．以後，同様にギブスサンプリングにより事後確率密度関数からのパラメータの標本を算出することができる．推計方法の詳細及び適用事例については参考文献を参照していただきたい<sup>9)</sup>．

## 6. サンプル欠損バイアスを考慮したハザードモデル

### (1) サンプル欠損バイアス

土木施設はその劣化により補修が行われる．補修行為によりモニタリングデータが欠損し劣化予測モデルの推定結果にバイアスを生じる可能性がある．たとえば道路舗装の場合，個々の損傷箇所に対応した小さな区間のみを補修することは少なく，複数の損傷区間を同時に補修する．そのため，劣化が進行していない比較的良好な状態の舗装も同時に補修される．図-7に示すような2つの舗装劣化のサンプルパスを考える．時刻 $\tau_0$ において補修が実施され良好な状態にあったそれぞれの舗装区間が，時間の経過と共に異なる供用性曲線に従った劣化が進行している様子を示す．サンプルパス A では，測定時刻 $\tau_C$ まで補修が実施されず劣

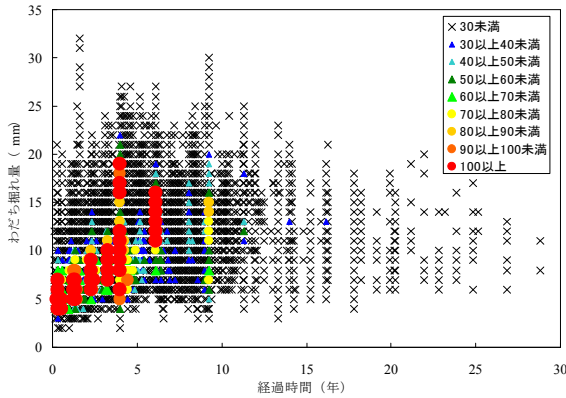


図-8 実測サンプルの分布

化が進行した状態が観測されている。一方、サンプルパス B では、時刻 $\tau_A$ において補修により健全度が回復している。仮に、サンプルパス B において時刻 $\tau_A$ に補修が実施されなければ、図中の破線で示した供用性曲線に従って劣化が進行し、測定時において劣化が進行した状態が観測される。しかし、時刻 $\tau_A$ において補修が実施されているために、測定時においてはサンプル B が観測されず、時刻 $\tau_A$ から新たに発生したサンプル C といった良好な状態の舗装区間のパフォーマンスが観測されることとなる。このように、舗装の補修が実施されることにより、劣化が進行した状態に関する実測サンプルが系統的に欠損し、点検によって状態が良いサンプルが相対的に多く獲得される。このような状態が良いサンプル集合を用いて劣化予測を推定すると、劣化確率を過小評価するという問題が発生する。このように補修によりサンプルが欠損するために、劣化予測モデルの推定結果が歪められる問題をサンプル欠損バイアスと呼ぶ。図-8は、実際の道路舗装の観測データから、直近の補修時刻からの経過時間と観測されたわだち掘れ量の関係を図示している。この図に示すように、経過時間が6年以内のサンプル数は、比較的豊富に存在している。しかし、経過時間が6年以上になると急速にサンプル数が減少しており、経過時間が多くなるとサンプル欠損が増加する。また、経過時間に対して、健全度が多様に分布しており、経過時間と健全度の間に確定的な関係を見いだすことは困難である。本章では、補修によるデータ欠損に対する補正を考慮するために、選択肢サンプリング法<sup>37)</sup><sup>39)</sup>を用いた多段階指数ハザードモデルの推定方法を提案する。

## (2) サンプル欠損を考慮した最尤推定法

サンプル欠損を考慮した多段階指数ハザードモデ

ルの推定方法を、道路舗装を例に解説する。道路区間 $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) に対して、時刻 $\tau_A^k$ に健全度 $h(\tau_A^k) = i^k$ が、時刻 $\tau_B^k = \tau_A^k + z^k$ に健全度 $h(\tau_B^k) = j^k$ が観測されたと考える。ここに、 $z^k$ は時刻 $\tau_A^k$ から時刻 $\tau_B^k$ までの期間長であり、測定間隔を表す。また、期間 $[\tau_A^k, \tau_B^k]$ を観測期間、時刻 $\tau_A^k$ に観測された健全度を事前健全度、時刻 $\tau_B^k$ に観測された健全度を事後健全度と呼ぶこととする。さらに、道路舗装の劣化速度に影響を及ぼす舗装材質や使用環境を表す道路特性を $\mathbf{x}^k = (x_1^k, \dots, x_M^k)$ と表す。いま、すべての道路区間とすべての隣接する測定時刻 $\tau_A^k, \tau_B^k$ のペアの集合に対して、舗装の健全度 $h(\tau_A^k), h(\tau_B^k)$ と道路特性 $\mathbf{x}$ に関する合計 $K$ 個の実測サンプルが獲得できたと考える。実測サンプル $k$ の情報を、 $\xi^k = (\bar{h}(\tau_A^k), \bar{h}(\tau_B^k), z^k, \mathbf{x}^k)$  ( $k = 1, \dots, K$ )と表そう。記号「 $\bar{\cdot}$ 」は実測値であることを示す。また、健全度の観測値を $\bar{h}(\tau_A^k) = \bar{i}^k, \bar{h}(\tau_B^k) = \bar{j}^k$ と記述する。

測定間隔 $z$ と道路特性 $\mathbf{x}$ を、それぞれ $N, L$ 個の離散的なカテゴリ $z_n, \mathbf{x}_l$ に分割しよう。その上で、各サンプル属性 $(i, z_n, \mathbf{x}_l)$  ( $i = 1, \dots, J-1; n = 1, \dots, N; l = 1, \dots, L$ )が出現する相対頻度を $\mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)$ と表す。相対頻度分布は、舗装データベースから観測可能であり、既知関数である。一方、サンプル母集団からサンプル $(i, j, z_n, \mathbf{x}_l)$ が抽出される同時確率(尤度)を $f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l; \boldsymbol{\beta})$ と表そう。但し、 $\boldsymbol{\beta}$ は、未知パラメータである。

事前健全度が $i$ であるサンプルの中で、劣化の進展が早いサンプルに対して補修が実施される確率が大きくなると考え、事後健全度 $j$ と対応してサンプル欠損率が決定されるようなサンプル欠損メカニズムを取り上げる。いま、サンプル集合 $\Omega$ を健全度ペア $(i, j)$  ( $i \leq j$ )に着目して $(J-1)(J+2)/2$ 個の排他的なサンプル部分集合 $\Omega_{ij}$  ( $j = i, \dots, J; i = 1, \dots, J-1$ )に分割する。すなわち、 $\Omega_{ij} \cap \Omega_{i'j'} = \phi$  ( $(ij) \neq (i'j')$ )であり、サンプル集合は $\Omega = \cup_{i=1}^{J-1} \cup_{j=i}^J \Omega_{ij}$ と表現できる。 $\phi$ は空集合を表す。その上で、各サンプル部分集合内で、サンプル欠損率が一定であると考え、事後健全度に関する情報が存在するサンプルに関しては、当該のサンプルがどのサンプル部分集合に属するかを識別することができる。観測期間中に予防補修が実施されているサンプルは、どのサンプル部分集合にも属さず、当該サンプルは欠損することになる。

サンプル部分集合 $\Omega_{ij}$ のそれぞれに対して、状態変数 $(z_n, \mathbf{x}_l)$ が同時に生起する同時生起確率を $Q(z_n, \mathbf{x}_l | i, j)$ と表そう。このような同時生起確率は、サンプル部分集合ごとに定義される。言い換えれば、サンプル部分集合ごとにサンプル発生メカニズムが異なる。測定結果により得られたサンプルの内、サン

ル部分集合 $\Omega_{ij}$ に属するサンプル数を $N_{ij}$ と表そう。この時、実測サンプル $\xi = (\xi^1, \dots, \xi^K)$ は、各サンプル部分集合 $\Omega_{ij}$ から、それぞれ $N_{ij}$ 個ずつランダムに抽出されたランダムサンプルと考えることができる。

但し、 $\sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=1}^J N_{ij} = \bar{K}$ である。サンプル欠損が存在するため、 $N_{ij}$ の総和は道路区間総数 $K$ でなく、補修が実施された道路区間を除いたサンプル数 $\bar{K}$ に一致する。さらに、サンプル部分集合ごとにサンプル抽出率が異なることになる。時刻 $\tau_B$ における理論的健全度分布は、事前健全度 $i$ に依存して変化する。事前健全度 $i$ 、測定間隔 $z_n$ と道路特性 $\mathbf{x}_l$ を与件とした事後健全度分布に関する条件付き確率密度関数 $\tilde{P}(j|i, z_n, \mathbf{x}_l; \beta) = \pi_{ij}(z_n, \mathbf{x}_l; \beta)$ を用いれば、時刻 $\tau_B = \tau_A + z_n$ における理論的健全度分布は、

$$\tilde{Q}(j|i; \beta) = \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L \tilde{P}(j|i, z_n, \mathbf{x}_l; \beta) \nu(z_n, \mathbf{x}_l|i) \quad (57)$$

$(i = 1, \dots, J-1; j = 1, \dots, J)$

と表される。 $\nu(z_n, \mathbf{x}_l|i)$ は事前健全度が $i$ であるサンプルの測定間隔 $z_n$ と道路特性 $\mathbf{x}_l$ に関する周辺分布 $\nu(z_n, \mathbf{x}_l|i)$ は既知関数である。この時、同時確率 $f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l; \beta)$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l; \beta) &= \tilde{Q}(j|i; \beta) Q(z_n, \mathbf{x}_l|i, j; \beta) \mu(i) \\ &= P(j|i, z_n, \mathbf{x}_l; \beta) \mu(i, z_n, \mathbf{x}_l) \end{aligned} \quad (58)$$

但し、 $\mu(i)$ は事前健全度 $i$ の相対頻度分布を表す。式(58)より以下の式が成立する。

$$Q(z_n, \mathbf{x}_l|i, j; \beta) = \frac{P(j|i, z_n, \mathbf{x}_l; \beta) \mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)}{\tilde{Q}(j|i; \beta) \mu(i)} \quad (59)$$

条件付き同時確率 $Q(z_n, \mathbf{x}_l|i, j; \beta)$ は、サンプル部分集合 $\Omega_{ij}$ から、実測サンプル $(i, j, z_n, \mathbf{x}_l)$ がランダム抽出される確率を表している。条件付き同時確率 $Q(z_n, \mathbf{x}_l|i, j; \beta)$ を用いることにより、サンプル欠損バイアスを補正した修正対数尤度関数を定義することができる。ここで、理論的健全度分布(57)に含まれる測定間隔 $z_n$ と道路特性 $\mathbf{x}_l$ に関する周辺分布 $\nu(z_n, \mathbf{x}_l|i)$ を、質点 $(i, z_n, \mathbf{x}_l)$ に対して付与される経験的重み $w_{n,l|i}$

$$w_{n,l|i} = \frac{\#\{k \in \Omega_i | i^k = i, z^k = z_n \text{ and } \mathbf{x}^k = \mathbf{x}_l\}}{\#\{k \in \Omega_i | i^k = i\}} \quad (60)$$

を用いて表現しよう。ここに、 $\#\{k|B\}$ は条件 $B$ が成立するサンプル数を意味する。但し、 $i^k, z^k, \mathbf{x}^k$ は、

サンプル集合 $\Omega_i = \cup_{j=i}^J \Omega_{ij}$ に属するサンプルを対象としていることを断っておく。この時、理論的健全度分布 $\tilde{Q}(j|i; \beta)$ は、

$$\tilde{Q}(j|i; \beta) = \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L w_{n,l|i} \pi_{ij}(\bar{z}_n, \bar{\mathbf{x}}_l; \beta) \quad (61)$$

と表すことができる。次に、サンプル部分集合 $\Omega_{ij}$ から確率(59)に従って実測サンプルがランダム抽出されると考えよう。この時、測定データ $\bar{\xi} = (\bar{\xi}_1, \dots, \bar{\xi}_K)$ に対して、サンプル欠損バイアスを補正した修正対数尤度関数は、

$$\begin{aligned} \ln \tilde{\mathcal{L}}(\bar{\xi}, \beta) &= \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i}^J \left\{ \sum_{k=1}^{\bar{K}} \delta_{ij}^k \ln \pi_{ij}(z^k, \mathbf{x}^k; \beta) \right. \\ &\quad \left. - N_{ij} \ln \tilde{Q}(j|i; \beta) \right\} \end{aligned} \quad (62)$$

と定義される。但し、 $N_{ij}$ はサンプル部分集合 $\Omega_{ij}$ に属する実測サンプル数を表す。 $\delta_{ij}^k$ は $\bar{h}(\tau_A^k) = i$ 、 $\bar{h}(\tau_B^k) = j$ の時に1、それ以外の時に0の値を示すダミー変数である。この修正尤度関数(62)を最尤推定法により、サンプル欠損を考慮した多段階指数ハザードモデルを推定することができる。

## 7. アセットマネジメントへの適用事例

土木施設の劣化予測モデルは、戦略レベルにおけるアセットマネジメント戦略を検討する場合に用いられる。ライフサイクル費用評価や最適補修戦略導出方法は対象とする土木施設の特性によって様々<sup>10-13)</sup>であるが、本章では、ワイブル劣化ハザードモデルを用いて劣化予測モデルを推定し、高速道路上のトンネル照明システムの最適点検・更新政策を検討する方法論<sup>11)</sup>を簡単に紹介する。

トンネル照明システムのアセットマネジメントにおいては、個々の照明ランプの取替え費用だけでなく、点検・更新業務を実施するために固定費用が発生する。さらに、点検・更新業務により、道路混雑等の外部不経済が発生する可能性もある。したがって、トンネル照明システムを管理する場合、照明ランプの点検・更新のタイミングを同期化することにより、これらの固定費用を削減し、結果的にライフサイクル費用を低減することが可能となる。点検・更新戦略として、1) 定期点検の時間間隔と、2) 照明ランプの最大使用時間長を考えることができる。定期点検の時間間隔を広げれば、点検・更新業務に付随して発生する固定費用を削減することができる。さらに、照明ランプの取替え費用を削減することも可能となろう。一方で、点検・更新間隔を広げれば、不点となる照明ランプの数が多くなり、不点リスクが増加する。照明ランプの最



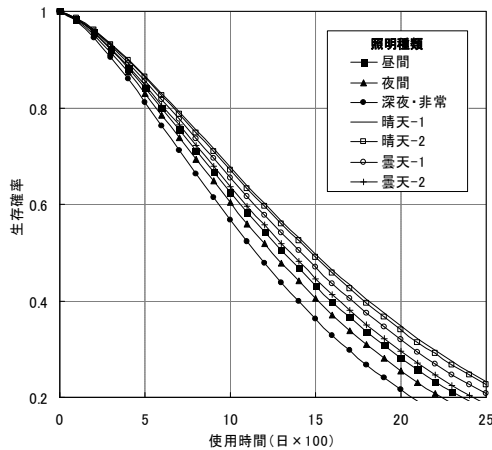


図-9 トンネル照明ランプの生存関数

大使用時間長に関しても、同様のトレードオフの関係が成立する。このように、定期点検間隔と最大使用時間長は、ライフサイクル費用および不点リスクに関してトレードオフの関係が存在する。

まず、式(6)で定義される2値状態変数を取り扱うワイブル劣化ハザードモデルを用いて、トンネル照明ランプの劣化予測モデルを推定することができる。ここでは、トンネル照明の使用開始日と不点となった日が記録されている不点履歴データベースを用いて、図-9に示す生存関数を推計した。ワイブル劣化ハザードモデルの説明変数として、1) 照明用光源タイプ、2) 照明種類別点灯時間を取り上げており、本図には、低圧ナトリウムランプの照明種類別生存関数を図示している。この劣化予測モデルをインプット情報として、トンネル照明システムのライフサイクル費用と不点リスクの関係をマルコフ決定モデルを用いて分析した結果を、図-10に示す。本図は、照明ランプ数  $N = 100$  としたときのトンネル照明システムのライフサイクル費用(縦軸)と不点管理限界(横軸)の関係を、費用-リスク曲線として表現したものである。ライフサイクル費用は、照明ランプの交換費用のほか、点検費用、交通規制費用等の固定費用を含んでいる。また、不点管理水準は所与の点検間隔と使用時間長を設定した場合の照明ランプが不点となる確率を  $VaR(\text{Value at Risk})$  で指標化したものである。同図に示すように、点検・更新区間および最大使用時間長を表すパラメータが大きくなるほど、ライフサイクル費用が小さくなるが、不点リスクが大きくなるというトレードオフの関係が見いだせる。不点管理限界を0.1以下に抑制しようとするれば、ライフサイクル費用が急速に増加する。一方、不点管理限界を0.2以上に増加させても、ライフサイクル費用の抑制にはそれほど貢献しないことが理解できる。言い換えれば、不点確率限

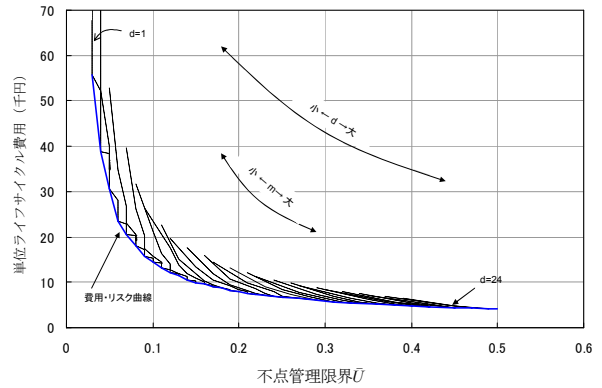


図-10 費用-リスク曲線

界が0.2以上の場合、予算をわずかに削減しても、照明ランプの不点確率は大幅に増加することを示している。以上のような分析結果に基づいて、トンネル照明システムの予算計画と点検・更新戦略を決定する際の有用な情報を得ることができる。なお、本章で紹介した分析事例のほか、橋梁<sup>10,13)</sup>、あるいは多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いた照明灯具<sup>12)</sup>等を対象とした研究事例が報告されている。

## 8. おわりに

本稿では、土木施設のモニタリングデータを用いた統計的劣化予測モデルに関する研究成果を体系的に整理した。そのなかで、土木施設の劣化特性やモニタリングデータの構造特性に適合する各種の劣化予測モデルの推計方法を紹介した。また、モニタリングデータの蓄積が不十分な状況下において、主観情報と継続的に蓄積されるモニタリングデータをもとに、劣化予測モデルの精度を向上させるようなベイズ更新モデルを紹介した。さらに、筆者らが提案している劣化予測モデルが予算計画や管理水準の決定等を検討するマクロレベルでの検討のためのインプット情報としての役割のほか、持続的マネジメントサイクルの進化の過程において学習機能を有するアセットマネジメントシステムの開発に向けた新たな研究の要素技術として位置づけられることを言及した。今後は、これらの研究成果の更なる適用範囲の拡大に向けて、各種土木施設を対象とした実証分析を試みるとともに、持続的な土木施設管理の支援を目的とした次世代アセットマネジメントシステムの開発のための技術開発に取り組んでいきたい。なお、本稿で紹介した劣化予測モデルの実データを用いた推計結果の事例及びライフサイクル費用評価や最適補修戦略導出モデル等、アセットマネジメントへの適用事例については、講演時に発表させていただきたい。

## 参考文献

- 1) 小林潔司：分権的ライフサイクル費用評価と集計的効率性，土木学会論文集，No.793/IV-68，pp.59-71，2005.
- 2) 小林潔司，上田孝行，2003，インフラストラクチャ・マネジメント研究の課題と展望，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.15-27.
- 3) 青木一也，山本浩司，小林潔司：劣化予測のためのハザードモデルの推計，土木学会論文集，No.791/VI-67，pp.111-124，2005
- 4) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.69-82，2005
- 5) 青木一也，山本浩司，津田尚胤，小林潔司：多段階ワイブルハザードモデル，土木学会論文集，No.798/VI-68，pp.125-136，pp.125-136，2005
- 6) 貝戸清之，熊田一彦，林秀和，小林潔司：階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化，土木学会論文集F，2007.9（登載決定）
- 7) 小林潔司，熊田一彦，佐藤正和，岩崎洋一郎，青木一也：サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル，土木学会論文集F，Vol. 63，No.1，pp1-15，2007.1
- 8) 津田尚胤，貝戸清之，山本浩司，小林潔司：ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法，土木学会論文集F，Vol.62，No.3，pp.473-491，2006.7
- 9) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集A，Vol.63，No.2，pp.336-355，2007.6
- 10) 貝戸清之，保田敬一，小林潔司，大和田慶：平均費用法に基づいた橋梁部材の最適補修戦略，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.69-82，2005.
- 11) 青木一也，山本浩司，小林潔司：トンネル照明システムの最適点検・更新政策，土木学会論文集，No.805/VI-69，pp.105-116，2005
- 12) 青木一也，山本浩司，小林潔司：時間依存型劣化過程を有するシステムの集計的最適点検・補修モデル，土木学会論文集F，Vol. 62，No. 2，pp240-257，2006
- 13) 青木一也，貝戸清之，小林潔司：ライフサイクル費用評価が複数橋梁の劣化・補修過程に及ぼす影響，土木計画学・研究論文集，土木学会，Vol.23，No.1，pp.39-50，2006.9
- 14) 鍵本広之，佐藤道生，川村満紀：アルカリシリカ反応により劣化した施設の劣化度評価と細孔溶液分析による劣化進行の予測，土木学会論文集，No.641/V-46，pp.241-251，2002.
- 15) 小林孝一，宮川豊章：分極抵抗法を用いた鉄筋の腐食速度評価に関する研究，土木学会論文集，No.669/V-50，pp.173-186，2001.
- 16) 堤知明，白井伸一，安田登，松島学：塩害劣化に関する影響要因の実データに基づく定量評価，土木学会論文集，No.544/V-32，pp.33-41，1996.
- 17) 大野俊夫，魚本健人：コンクリートの収縮ひび割れ発生予測に関する基礎的研究，土木学会論文集，No.662/V-49，pp.29-44，2000.
- 18) 元路寛，関博，高木言芳：中性化したコンクリートにおける乾湿繰返し作用による鉄筋腐食に関する研究，土木学会論文集，No.697/V-54，pp.1-11，2002.
- 19) 佐伯竜彦，大即信明，長瀧重義：中性化によるモルタル中の鉄筋腐食の定量的評価，土木学会論文集，No.532/V-30，pp.55-66，1996.
- 20) 貝戸清之，阿部允，藤野陽三：実測データに基づく構造物の劣化予測，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.29-38，2003.10
- 21) 武山泰，嶋田洋一，福田正：マルコフ連鎖によるアスファルト舗装の破損評価システム，土木学会論文集，No.420/V-13，pp.135-141，1990.
- 22) 小牟禮建一，濱田秀則，横田弘，山路徹：RC栈橋上部工の塩害による劣化進行モデルの開発，港湾空港技術研究所報告，Vol.41，No.4，pp3-37，2002.
- 23) 内山典之，平野廣和，佐藤尚次：床版の劣化予測を考慮した橋梁維持管理システムの構築，土木学会第59回年次学術講演会，I-137，2004.
- 24) Shin,H.C., and Madanat, S.M. : Development of stochastic model of pavement distress initiation, *Journal of Infrastructure Planning and Management*, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.
- 25) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 26) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 27) Tobin, J.: Estimation of relationships for limited dependent variables, *Econometrica*, 26, pp.24-36, 1958.
- 28) Amemiya, T. and Boskin, M.: Regression analysis when the dependent variable is truncated lognormal, with an application to the determinants of the duration of welfare dependency, *International Economic Review*, Vol.15, p. 485, 1974.
- 29) 磯田和男，大野豊：数値計算ハンドブック，オーム社，1990.
- 30) 東京大学教養学部統計学教室編：自然科学の統計学，東京大学出版会，1992.
- 31) 和合肇：ベイズ計量経済分析，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用，東洋経済新報社，2005.
- 32) Geman, S. and Geman, D.: Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images, *Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 6, pp.721-741, 1984.
- 33) Gelfand, A.E. and Smith, A.F.M.: Sampling-based approaches to calculating marginal densities, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.85, pp.398-409, 1990.
- 34) 繁枅算男：ベイズ統計入門，東京大学出版会，1985.
- 35) Ibrahim, J.G., Ming-Hui, C. and Sinha, D.: *Bayesian Survival Analysis*, Springer Series in Statistics, 2001.
- 36) Gilks, W.R. and Wild, P.: Adaptive rejection sampling for Gibbs sampling, *Applied Statistics*, Vol.41, pp.337-348, 1992.
- 37) Manski, C. and Lerman, S.: The estimation of choice probabilities from choice-based samples, *Econometrica*, Vol.45, pp.1977-1988, 1977.
- 38) Cosslett, S.: Maximum likelihood estimator for choice-based samples, *Econometrica*, Vol.9, pp.1298-1316, 1981.
- 39) Cosslett, S.: "Efficient estimation of discrete choice models", in *Structural Analysis of Discrete Data*, ed. by Manski, C.F. and McFadden, D., Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1981.