

生産者行動 2

公共経済学 2016年6月2日 担当・横松宗太

Contents

- 費用最小化問題
- 費用関数の性質

費用最小化問題

(前回の利潤最大化のときと同じ設定)

- 生産技術

$$y = f(\mathbf{x}) = f(\underbrace{x_1, x_2, \dots, x_{n'}}_{\mathbf{x}_v : \text{可変要素}}, \underbrace{x_{n'+1}, \dots, x_n}_{\mathbf{x}_f : \text{固定要素}})$$

- 可変要素価格ベクトル $\mathbf{w}_v = (w_1, \dots, w_{n'})$
- 固定要素 " $\mathbf{w}_f = (w_{n'+1}, \dots, w_n)$
- 産出物の価格 p
- 企業は価格受容者(price taker)であると仮定

費用最小化問題

$$\min_{x_i \ (i=1, \dots, n')} \sum_{i=1}^n w_i x_i = \sum_{i=1}^{n'} w_i x_i + \sum_{i=n'+1}^n w_i x_i$$

可変要素により最小化

固定要素にかかる費用

subject to $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 産出水準が指定される！

➡ ラグランジュ未定乗数法

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^n w_i x_i + \lambda \{y - f(x_1, x_2, \dots, x_n)\}$$

➡ 1階の最適化条件

$$w_i = \lambda^* \frac{\partial f(x^*)}{\partial x_i} \quad (i = 1, \dots, n')$$

費用最小化問題

要素jに関する同条件で割ると

$$\text{MRT}_{ij} = \frac{\text{MP}_i}{\text{MP}_j} = \frac{w_i}{w_j} \quad (i, j = 1, \dots, n', i \neq j) \quad (1)$$

限界変形率
(marginal rate of
transformation)

要素価格比

$$\left(\begin{array}{l} \text{限界生産性} \\ \text{MP}_1(x_1^0, x_2^0) = \frac{\partial f(x_1, x_2^0)}{\partial x_1} \Big|_{x_1=x_1^0} \end{array} \right)$$

利潤最大化問題で得られた関係式と同じ！

➡ (最適解としての) 要素需要関数(factor demand function)

$$x_i^*(w, y, x_f) \quad (i = 1, \dots, n')$$

cf. 利潤最大化問題では $x_i^*(p, w, x_f)$ であったことに注意.

➡ 要素需要関数を目的関数にフィードバックすると・・・

費用最小化問題

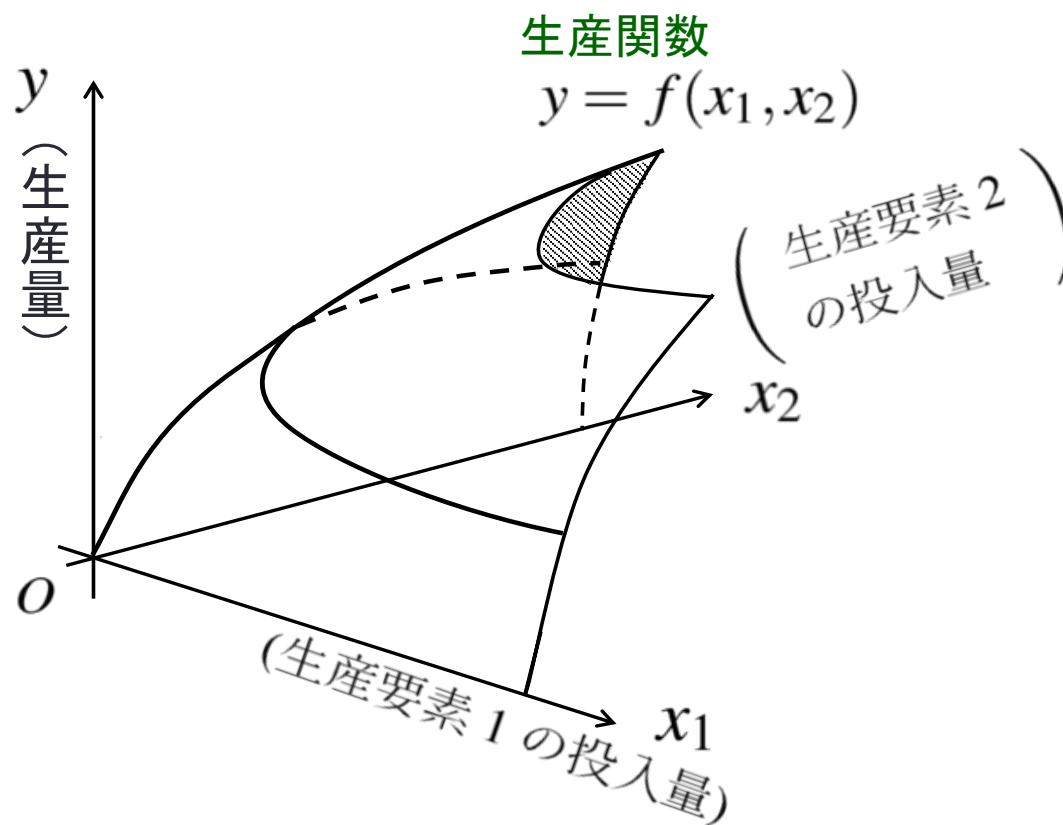
- 費用関数(cost function)

$$C(\boldsymbol{w}, y, \boldsymbol{x}_f) = \sum_{i=1}^{n'} w_i x_i^*(\boldsymbol{w}, y, \boldsymbol{x}_f) + \sum_{i=n'+1}^n w_i x_i$$

費用の最小値: 外生変数(要素価格や産出水準, 固定要素)の関数.
産出物価格 p には依存しない.

費用最小化問題の図解

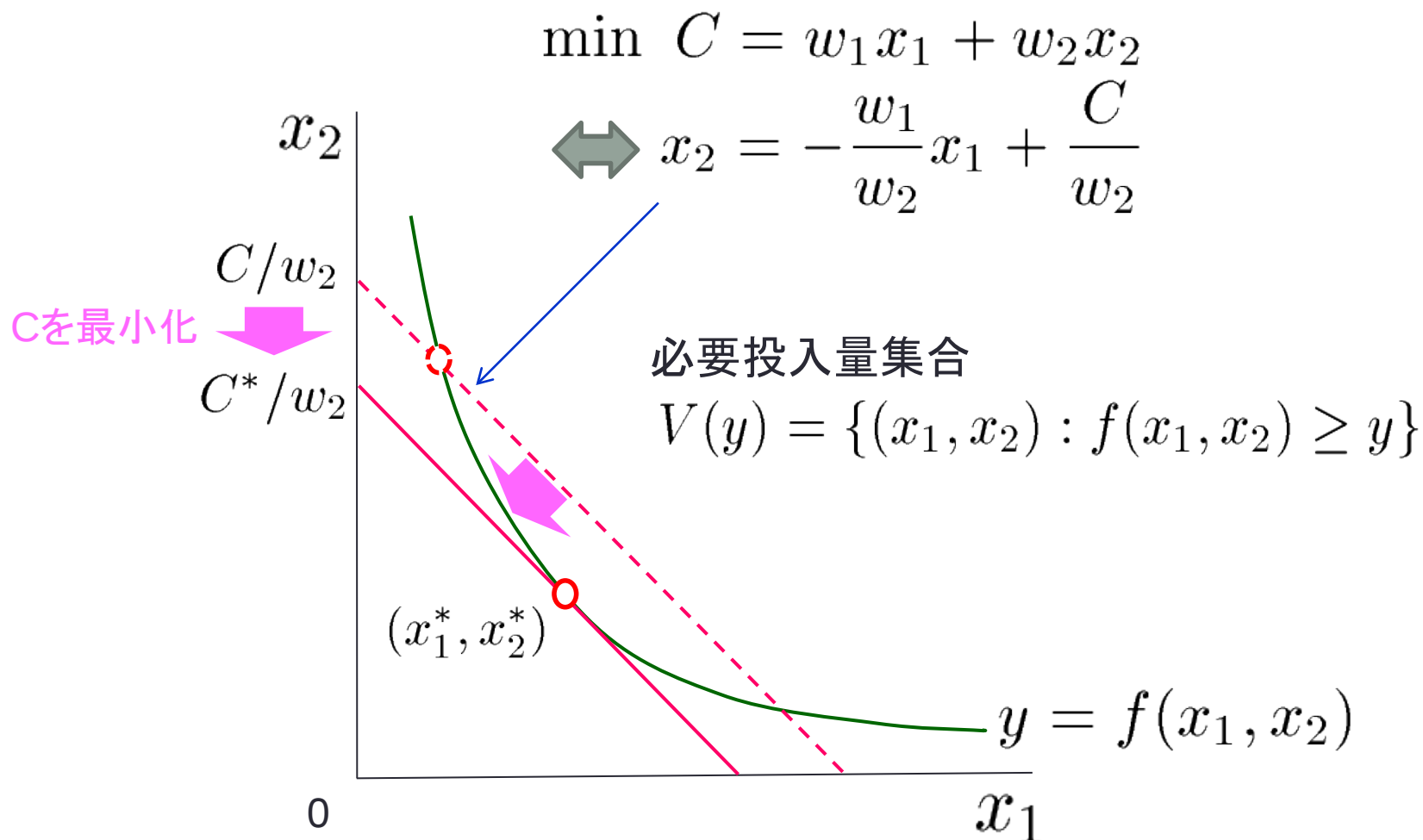
可変生産要素が2つで、固定要素がない場合



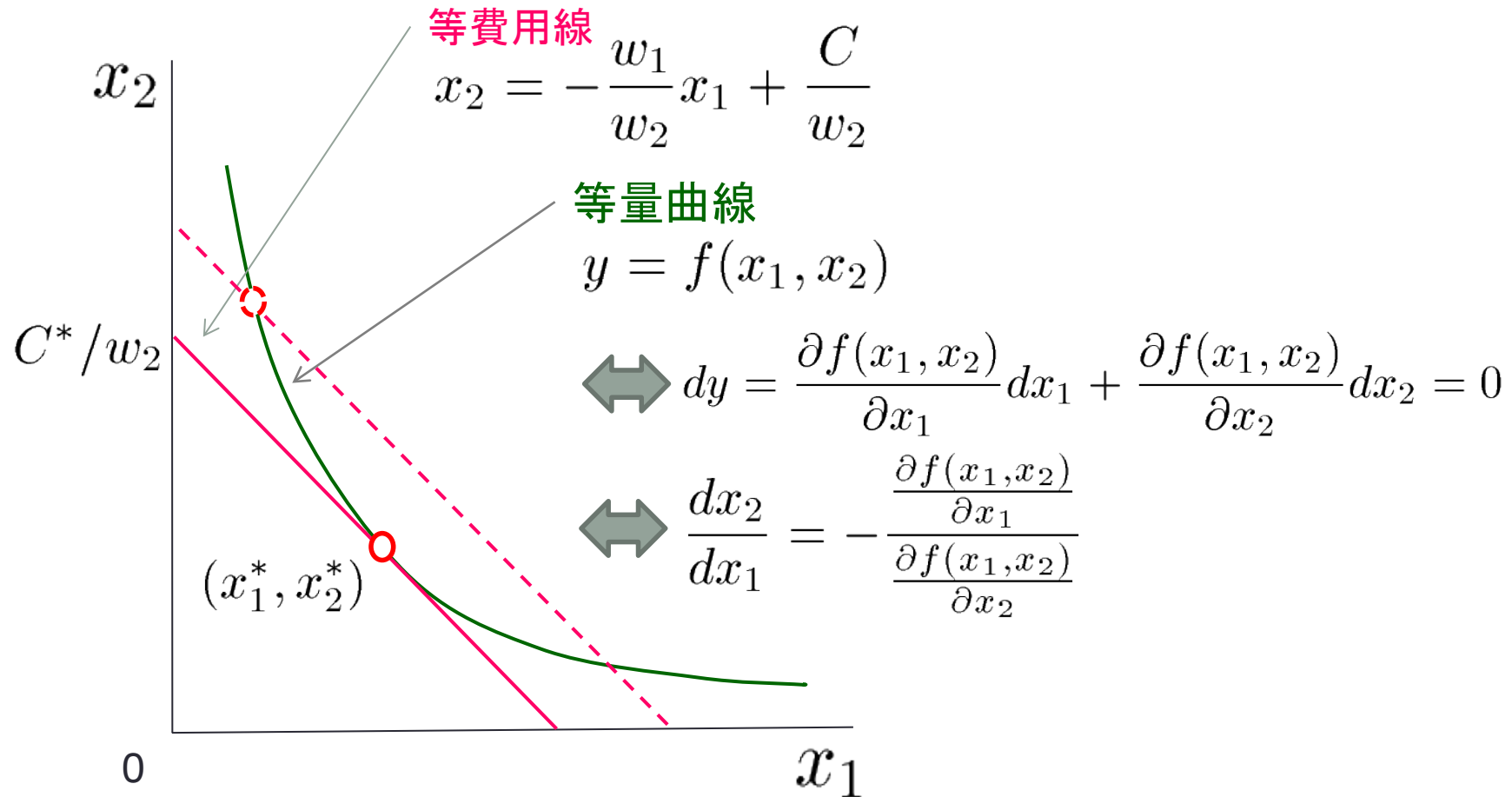
2種類の生産要素の場合の生産関数

費用最小化問題の図解

産出水準が、ある y に指定されているので、高さ y で切った (x_1, x_2) 平面
 の上で議論ができる。



最適化条件の図解



最適化条件: 等量曲線と等費用線が接する. $\Rightarrow (x_1^*, x_2^*)$ で傾きが等しい.

最適化条件の図解

接点の傾き = $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1}}{\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2}} = -\frac{w_1}{w_2}$

⇔ $\text{MRT}_{12} = \frac{\text{MP}_1}{\text{MP}_2} = \frac{\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1}}{\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2}} = \frac{w_1}{w_2}$ 最適化条件式(1)

限界変形率
(marginal rate of
transformation)

= 等量曲線の
傾きの大きさ

要素価格比

費用関数の性質

• 費用関数 $C(w, y, x_f) = \underbrace{w_v x_v^*(w, y, x_f)}_{\text{短期可変費用 (short run variable cost, SVC)}} + \underbrace{w_f x_f}_{\text{固定費用 (fixed cost, FC)}}$

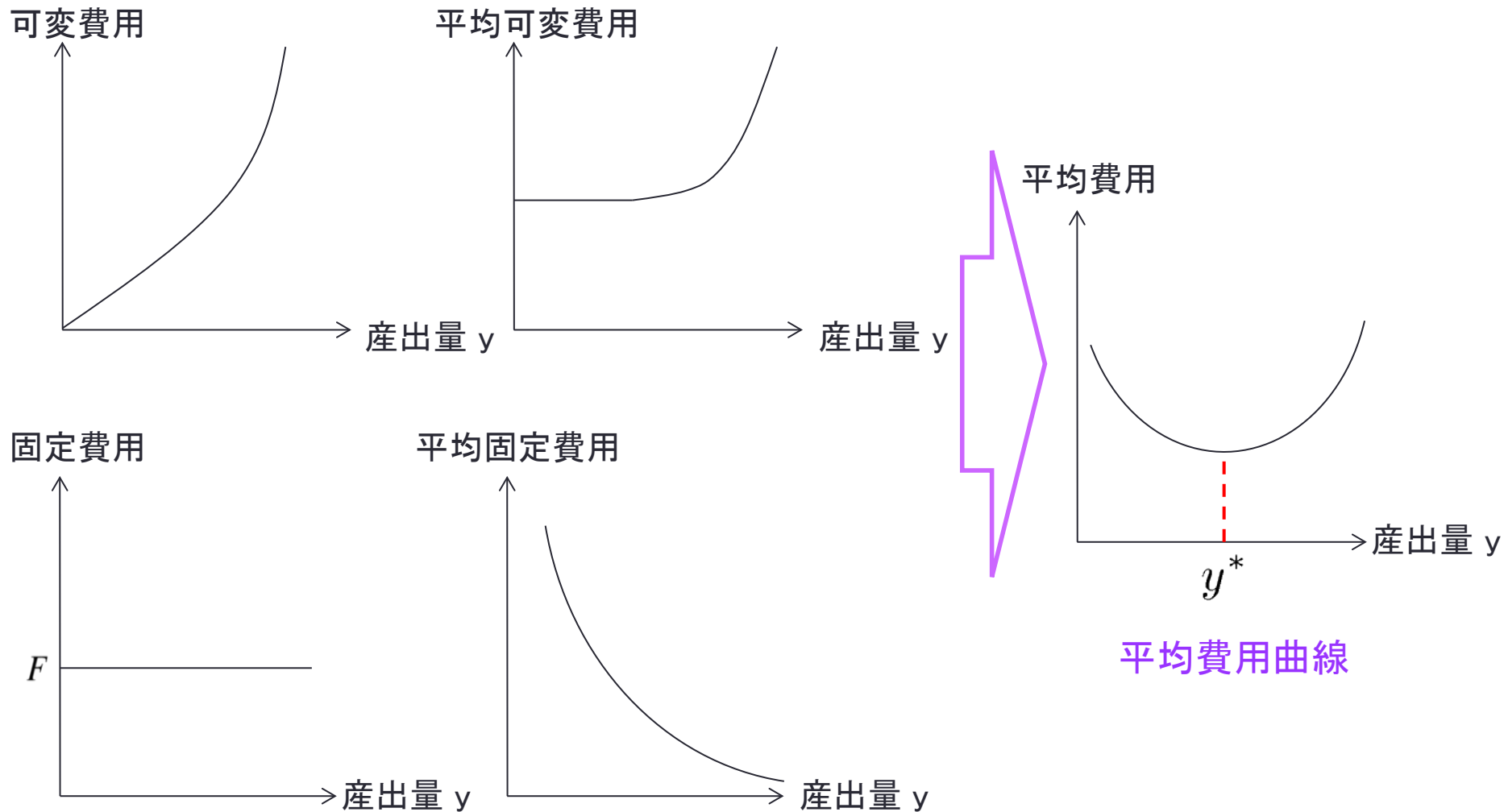
短期平均可変費用(short run average variable cost, SAVC) = $\frac{w_v x_v^*(w, y, x_f)}{y}$

短期平均固定費用(short run average fixed cost, SAFC) = $\frac{w_f x_f}{y}$

短期平均費用(short run average cost, SAC) = $\frac{C(w, y, x_f)}{y} = \text{SAVC} + \text{SAFC}$

短期限界費用(short run marginal cost, SMC) = $\frac{\partial C(w, y, x_f)}{\partial y}$

短期の可変費用, 固定費用, 平均費用の代表的な形



長期の費用

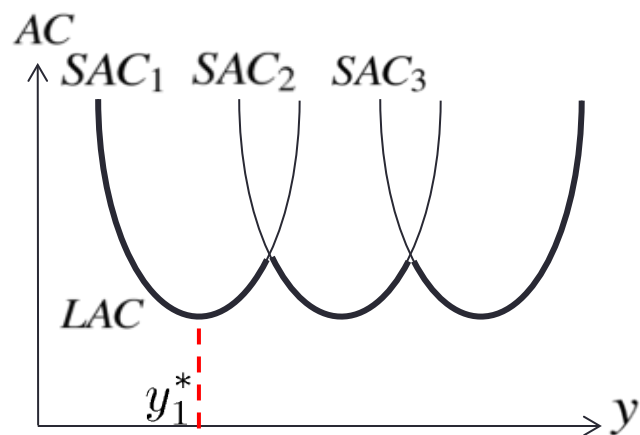
- 長期費用関数: x_f を最適に選択

$$C(w, y) = w_v x_v^*(w, y) + w_f x_f^*(w, y)$$

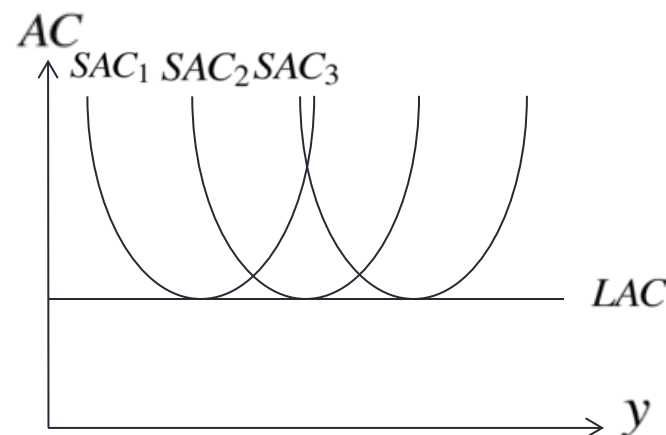
$$\text{長期平均費用(long run average cost, LAC)} = \frac{C(w, y)}{y}$$

$$\text{長期限界費用(long run marginal cost, LMC)} = \frac{\partial C(w, y)}{\partial y}$$

短期平均費用曲線と長期平均費用曲線の関係

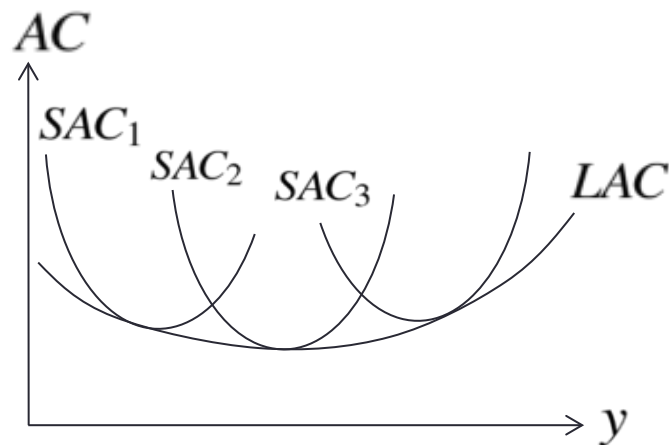


(a) 短期平均費用曲線の下側の包絡線



(b) 固定要素が分割可能な場合

➡ 平均費用が逓増することはない。
 (最適水準 y^* を生産する過程を
 何度も繰り返すことができるから。)

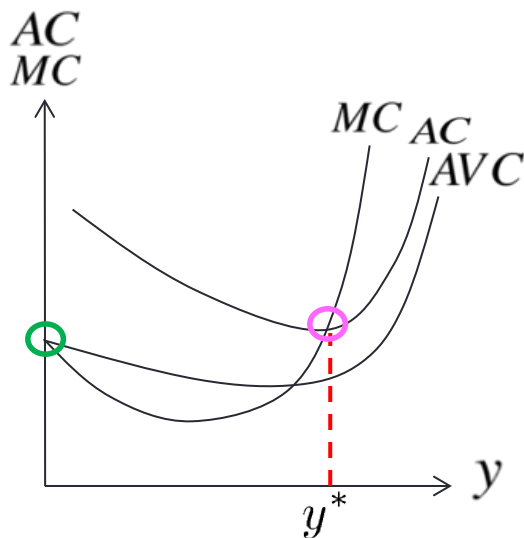


(c) 長期的固定要素が存在する場合

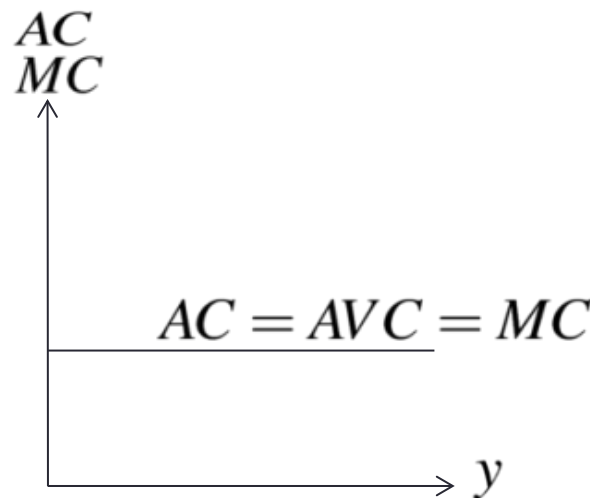
➡ 長期的固定要素の例:

社会全体にとっての土地や人口,
 ある種の天然資源, エネルギー
 企業にとってのインフラストラクチャ

平均費用(AC), 平均可変費用(AVC), 限界費用(MC)の関係



(a) 固定要素がある場合



(b) 規模に関する収穫一定の場合

(a)の場合:

平均費用ACを最小化する y^* において, 平均費用ACと限界費用MCは一致する.

証明) $y \leq y^*$ において平均費用は減少するので, $\frac{d}{dy} \left(\frac{c(y)}{y} \right) = \frac{yc'(y) - c(y)}{y^2} \leq 0$

整理すると, $c'(y) \leq \frac{c(y)}{y}$ for $y \leq y^*$ 同様の議論によって, $c'(y) \geq \frac{c(y)}{y}$ for $y \geq y^*$

上の二つの不等式から, $c'(y) = \frac{c(y)}{y}$ for $y = y^*$

シェパードの補題(Shephard's lemma)

費用関数

$$C(\boldsymbol{w}, y, \boldsymbol{x}_f) = \sum_{i=1}^{n'} w_i x_i^*(\boldsymbol{w}, y, \boldsymbol{x}_f) + \sum_{i=n'+1}^n w_i x_i$$

が $(\boldsymbol{w}, y)$ において微分可能であれば, 第 i 投入要素は次式を満たす.

$$x_i^*(\boldsymbol{w}, y) = \frac{\partial C(\boldsymbol{w}, y)}{\partial w_i}$$

シェパードの補題の証明

費用関数を w_i で微分し, 費用最小化問題の1階の条件

$$w_i = \lambda^* \frac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial x_i} \quad (i = 1, \dots, n') \text{ を考慮すると,}$$

$$\frac{\partial C(\mathbf{w}, y)}{\partial w_i} = x_i^*(\mathbf{w}, y) + \sum_{j=1}^{n'} w_j \frac{\partial x_j^*(\cdot)}{\partial w_i} = x_i^*(\mathbf{w}, y) + \lambda \sum_{j=1}^{n'} \frac{\partial f(\mathbf{x}^*(\cdot))}{\partial x_j} \frac{\partial x_j^*(\cdot)}{\partial w_i} \quad (1)$$

また, 制約条件(最適化条件でも満たされる)

$$y = f(x_1^*(\mathbf{w}, y), x_2^*(\mathbf{w}, y), \dots, x_{n'}^*(\mathbf{w}, y), x_{n'+1}, \dots, x_n)$$

の両辺を w_i で微分すると,

$$0 = \sum_{j=1}^{n'} \frac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial x_j} \frac{\partial x_j^*}{\partial w_i}$$

したがって,

$$\frac{\partial C(\mathbf{w}, y)}{\partial w_i} = x_i^*(\mathbf{w}, y) \quad (\text{証明終})$$

ストックとフロー

ストック(stock)

時間を通じて蓄積されたり, 切り崩されたりして量が変わるモノの, ある時点における量

例: 貯水池にたまっている水の量, 銀行口座の預金残高, ある年度末の時点の道路の総延長

フロー(flow)

ある期間のストックの変化量

例: ある期間に貯水池に流れ込んだ水の量, ある月に銀行口座に振り込まれた給料, ある年度に建設された道路の長さ

生産設備にかかる費用

工場や機械設備:

ストック:ある時点での設備の総量

フロー:ある期の設備投資, 新しい機械の導入, 維持補修

ストックにも**固定費用**がかかる.

- 維持・修繕費用(maintenance and repair cost)
- 利子費用(interest cost)
- 機会費用(opportunity cost)

設備投資に使わずに, 別の用途に使っていれば得られたであろう逸失利益.

- 減価償却費用(depreciation cost)

耐用年数の間, 少しずつ減少していく価値を費用として計上したもの.