

複数リスクを考慮した
企業の保険需要に関する研究

平成20年2月19日

京都大学工学部地球工学科土木工学コース

寺西 裕之

要 旨

本研究では、保険可能なリスクと、保険不可能なリスクを有する、企業の保険購入行動を定式化する。保険不可能なリスクが存在するとき、企業は流動性資産を保有する。企業が直面するリスクが発生したとき、企業自ら負担する流動性ショックの確率分布を変化させることができる、直接効果と、事前に保有できる流動性資産の大きさに影響を与える間接効果があることを指摘する。さらに、レイヤー型保険の最適なリスク戦略の決定メカニズムを明らかにする。

目 次

1	はじめに	1
2	本研究の基本的考え方	4
2.1	既存の研究内容	4
2.2	流動性の概念と流動性制約	7
2.3	流動性ショック時の保険の役割	8
2.4	企業の直面する複数のリスク	9
2.5	流動性需要と保険需要	10
2.6	複数リスクとポートフォリオ効果	11
3	リスクファイナンスモデル	12
3.1	モデルの前提条件	12
3.2	流動性保有によるリスクヘッジ	13
3.3	保険の効果	15
3.4	保険戦略変更の効果	16
4	レイヤー型保険モデル	18
4.1	保険金上限値決定問題	18
4.1.1	モデルの前提条件	18
4.1.2	保険金上限額決定問題	19
4.2	保険金下限額決定問題	21
4.2.1	モデルの前提条件	21
4.2.2	保険の下限值決定問題	22
5	おわりに	24

1 はじめに

保険の保有動機についてこれまで危険回避選好による、議論がなされてきた。危険回避的な経済主体が保険を保有すれば、災害などによって、資産の価値を、状態依存的に失うことを避けることができるため、その経済主体の期待効用は増大する。これは伝統的な保険理論である。経済主体の危険回避選好（効用関数の凹型）に基づいて保険需要を説明すると、保険料が保険料支払い額の期待値であるなら（リスク中立的な保険）リスク回避的な経済主体は保険加入可能なリスクには可能な限り保険に入ることが合理的であると考えられる。

家計のように極めて危険回避選好が強いという研究成果が多々出されている¹⁾²⁾。このような経済主体では危険回避選好による保険保有動機が大変説得力がある。

しかし、企業の保険契約保有動機は必ずしも危険回避選好に基づくものでないことが指摘されている⁸⁾。企業に災害などによる流動性ショックが発生したとき、喪失する資産の補填だけでなく事業経営継続のための追加投資に用いる資金、（以下、流動性）調達を目的として保険に加入し、支払保険金による資金調達を目的とすると考えられる。

企業は突然流動性が必要とすることがある。このような現象を流動性ショックという。企業は資産を十分に保有していても、決済のときに必要な流動性を確保できなければ、黒字倒産する可能性がある。企業に流動性ショックが生じれば、経営を継続するために追加資金が突然必要になる。

急激な資金需要に対して、企業はどのように対応するだろうか。近年多種多様なリスクファイナンスの手段が存在するが、大きく分けると、1)流動性資産をあらかじめ保有し必要なときに、取り崩して追加支払いにあてる、2)流動性ショックが生じたときに、市場から（金融機関から）資金を調達する。3)事前に保険契約等を結び、リスクを外部に移転しておき、そのリスクが発生したときに、保険金を受けとる。という対策があるだろう。

企業の保有するリスクの中には保険締結によってリスクを外部に移転可能なものと、不可能なものが存在する。たとえば、地震、風水害などは保険契約締結可能な場合が多い。しかし、企業は多くの保険で対応不可能なリスクを抱えている。保険の議論を行うときに、モラルハザードは重要なテーマとなる。特にモラルハザードが極めて発生しやすい事象に対しては保険契約は締結しにくい。

保険契約において、必ずしも損害額のすべてをカバーする保険契約が締結されるとは限らない。免責率を定める共同保険契約や、一定額以下、または一定額以上を保険契約でカバーしないことが多い。このような保険契約を締結する本質的な意味はどのようなところにあるのであろうか。

一般に存在する保険の保険料には必ず保険金支払いの期待額にリスクプレミアムが付加されているが、その保険会社に支払う保険料に上乗せされている、リスクプレミアムを節約するためや、モラルハザードを抑制するためとも考えられる。しかし、本研究ではこのような保険契約の本質的な意味を追求するため、保険数理上公正な保険料を仮定し、保険に加入したことによって、そのリスクのリスク削減の努力が行われななどの、モラルハザードは発生しないものとする。

企業が流動性ショックに備えて、事前に流動性資産を保有することも企業のリスクヘッジの手段となる。保険に加入できないリスクについては、流動性資産によるリスクヘッジしか手段がない。しかし、事前の流動性資産の保有は、余分な資本コストを発生させて、企業のコストを膨らませる。したがって企業は実物資産への投資を増やし、流動性資産への投資を最小限に抑えようとするだろう³⁾。流動性ショックが生じた際に市場から調達したほうが低コストで対応できて効率がよいようにも考えられる。貸し手側も企業の業績が、企業の不意の資金需要が発生しても、企業価値に基づいて追加融資に躊躇なく応じると考える。つまり実物資産の収益を担保として追加融資で流動性ショックに対処することが可能である³⁾。

しかし、実際には追加融資には頼らず、事前に一定の流動性資産を保有する。その原因として、企業と金融機関との間の、流動性発生時の情報の非対称性、過重債務問題、などがあげられる⁹⁾¹⁰⁾。

事業継続中に流動性ショックが生じたときも、企業が将来のキャッシュフローを担保に流動性を調達できるのであれば、借り入れ制約は発生しない。しかし、多くの企業は過去の投資に対して負債を有している。既存の負債に対する債権者は追加融資者に対して優先権を保有している。このため、金融機関が返済に対して劣後にある追加投資に応じない可能性がある。企業が流動性ショック後に経営を継続する価値があっても清算される危険性がある。

保険契約と流動性資産保有は、企業が直面する流動性ショック時の事業継続のための資金確保のための手段として考える。また以前の大西ら⁸⁾の単一のリスクのみを考え、企業に過重債務問題が生じることを前提とした研究ではモラルハザード

を考慮しない限り，危険中立的な企業は保険数理上公正な保険に加入可能なだけ加入するインセンティブを持っている⁸⁾ということが証明された．しかし，本研究では，企業は保険契約によりヘッジ可能なリスクと不可能なリスクの双方を保有し，加入不可能なリスクに対してはすべて流動性資産によってのみ対応可能という事実や，過剰な保険契約によって本来清算されるべき状況にある企業が存続する非効率を考慮し，利潤最大化の観点から，危険中立的な企業の保険契約需要と流動性需要を同時に考察する．

2 本研究の基本的考え方

2.1 既存の研究内容

これまでの保険理論では、不確実性な将来に対して、危険回避選好に基づいて経済主体の保険保有行動を説明している、保険契約によって、その経済主体の資産の価値の減少が抑えられれば、期待効用が増加する。家計は危険回避選好があるという研究が蓄積されており¹⁾²⁾、家計は危険回避的な経済主体と考えられる。したがって、家計の場合は、伝統的な保険理論（経済主体が危険回避的選好を持つとする理論）に基づく保険保有動機の議論は大変説得力のあるものである。一方、多くの企業は家計より大きい経済主体である。しかも、企業は有限責任制度で保護されている。甚大な損失を企業が被った場合においても、投資家は自らの出資額以上を失うことはないのである。したがって、ある規模よりも大きな損害に対しては、非効率な事前の保険契約によって企業を存続させようとするよりも、企業の清算することを選択する方が、有利な場合もあるかもしれない。また資本市場を通じて信用リスクを移転することができる。資本市場が完備であれば、企業の収益リスクを資本市場に完全に移転することができる。このため企業は家計とは異なり、危険回避度が少ない経済主体と考えられる。伝統的な保険理論によれば、危険中立的な企業はリスクプレミアムの上乗せされた保険を購入しないことになる。しかし、実際の企業は多くの保険契約を締結している。危険中立的により近い大企業ほどより多くの保険を保有している。このことを伝統的な（危険回避選好による）理論だけで、企業の保険保有行動を分析するのは十分ではない。

これに対して本研究では企業が保険契約を保有する目的として、企業の流動性需要であることと考える。流動性ショックが発生したときの流動性需要という観点から、保険契約保有行動を研究した事例は多くはない。そのなかで赤石沢ら⁴⁾は、企業が地震保険に加入する動機が、喪失した資産の補償ではなく、経営継続のための資金調達にあるとし、企業の地震保険の保有行動を分析している。そこでは、企業の地震保険の保有行動分析している。企業の危険回避性が企業の財務体質に依存すると仮定し、企業の規模が大きくなるほど、あるいは総資産に対する損失の大きさが小さくなるほど、確実同値額と期待損失との差が縮小し、保険加入の合理性を説明することが難しくなると指摘している。赤石沢らの問題意識は本研究と共通点もあるが、企業の危険回避選好に基づいた保険需要である点が、本研

究とは異なる。流動性ショック発生時の企業の流動性確保のための保険購入行動に対する研究はすでに行われている⁸⁾。大西⁸⁾らの研究ではモラルハザードを考えないならば可能な限り保険に加入することが望ましいとする研究成果が出されている。しかし、その研究では、企業の単一リスクのみに焦点が当てられていて、企業が保険に加入可能なリスクと不可能なリスクの双方を保有するという点に焦点が当てられていない。また企業が、流動性ショックにより過重債務問題が生じる状況を前提とし、この場合、企業が流動性資産を保有することが可能であったとしても、非効率な清算を完全に回避することはできない。さらに常に流動性ショックが起きてもその企業は存続されることが、常に社会的には望ましい場合のみを考えている。この場合、企業が流動性資産を保有することが可能であったとしても、非効率な清算を完全に回避することができないことを指摘した上で、流動性保有に対する保険契約の優位性を主張している。ただし、大西ら⁸⁾が提案したモデルでは、企業が流動性を保有して流動性ショックによる非効率な清算を緩和するメカニズムがない。そのため、大西ら⁸⁾の枠組みでは、企業のリスクファイナンス手段として、常に保険契約が優位性を確保しており、企業の流動性保有には価値がない。流動性ショックが起こる前に流動性資産を保有していても、流動性ショックに直面したときの追加資金調達可能量を増やすことはできない。

保険契約は流動性ショックが生じる前に締結され、保険の掛け金を事前に支払われていなければ、当然保険金は支払われない。そして、保険契約不可能なリスクについては、流動性資産を活用するか、追加融資を受けて対応するほかない。したがって、流動性ショック事前の保険契約のときに保険金の支払が支払われるために、保険契約されていないリスクによる流動性ショックに対応するための、企業の流動性資産調達能力を制約して、保険に保険契約不可能なリスクへの対応能力をそぐ恐れもある。また、企業が存続されることが非効率な場合であっても、企業を存続させることが可能なほどの過剰な保険契約を締結することは、リスク中立的な企業の利潤最大化の観点から、ふさわしくないかもしれない。本研究では流動性ショック発生に備えた、流動性保有と保険購入が完全に代替的にはならず、補完的になる点も存在すると考え、企業の保険需要と流動性資産保有需要とを分析する。

また本研究では流動性ショック時の流動性需要に基づいた保険契約と流動性資産保有に焦点を絞るため、危険中立的な企業を仮定する。財務構造の問題を捨象するために、企業の資金調達手段は負債のみを仮定する。

その上で危険中立的な企業が流動性ショック発生時に流動性を確保するために、流動性資産保有と保険契約締結のメカニズムについて分析する。

企業家は、十分な収益が見込めない場合、事業完遂のための必要な努力を怠る可能性がある。なぜならば、企業家は努力しないことで自分自身の私的な利益が発生する可能性があるからである。したがって、その企業家が努力を怠ることによる、私的便益を鑑み、十分な利益がプロジェクト完遂時に、企業家に渡るようにすべきである。企業による、プロジェクト完遂のための努力を怠るというモラルハザードを考慮すれば、流動性ショックが発生する前からの、流動性資産保有と発生後の流動性資産保有は無差別とならない。

本研究では、このようなモラルハザードが生じることを防止するために、投資懐妊中にいかなる流動性ショックが発生しようとも、モラルハザードを防止するために、プロジェクト完遂時の企業家への報酬を確約する。したがって、流動性ショック発生前と、発生後の流動性資産調達可能量は、無差別とはならない。また資本コストは発生しないものと仮定し、事前の流動性保有と流動性ショック発生時の緊急融資を確約する、クレジットライン契約は、無差別となる。

2.2 流動性の概念と流動性制約

流動性は柔軟性や即時性という性質，もしくは，そうした性質を備えた資産(流動性資産)を示している³⁾。

流動性資産のより具体的な定義は，突然の資金需要が発生した時に，1)低い取引コストで速やかに現金化できる．2)換金された価値が必要とされる価値に不足なく確実にカバーできる．この2つの特性を備えたものである³⁾．売買のマッチングが円滑になされ，市場に出された注文が速やかに履行される状態を，「市場流動性が高い」と表現される³⁾。

流動性需要とは，緊急の資金ニーズに備えて流動性資産を保有する動機を示している³⁾。

市場が完備であり，将来のあらゆる流動性ショックを想定して，制約されることなく融資契約を締結できるならば，将来の資金ニーズに備えて流動性資産を保有しておく必要はない．資金が必要になる要素ごとに契約を結び，資金を確保すればよい。

クレジットライン契約などの事前の契約が有効な場合，流動性重要と追加融資が無差別となることが示された³⁾．また自己資金がゼロかつ，期待収益を上回るような流動性ショックが発生しても，完備契約のケースでは，流動性資産の所有と追加融資が無差別となることが示されている³⁾。

手元の流動性が不足して，最適な設備投資水準が達成できない状態を流動性制約と呼ぶ³⁾．資金の貸し手と借り手の情報の非対称性があるときや，企業の初期投資時に背負った既存の債務が大きい場合，プロジェクト実行中にプロジェクト継続のための追加融資が生じた際に企業が借入制約に陥る状況である。

企業行動を観察できず，企業が最後までプロジェクトを完遂する努力を怠るといふ，モラルハザードが発生する可能性がある場合，企業が価値のあるプロジェクトを実行しようとしていても，資金調達ができない可能性がある．Holmstrom and Tirole⁶⁾(以下H = Tモデル)が分析したように，流動性ショック後にこのようなモラルハザードの可能性がある場合，企業は追加投資に必要な資金を全額外部から調達することはできない．そのため，事前に流動性を保有する動機があることを指摘した．以上のような情報の非対称性による問題として，企業の自己資本比率や担保が企業の経営健全性を示す指標として有効であると指摘されている。

2.3 流動性ショック時の保険の役割

企業は多くのリスクを抱えていて、これらの追加融資契約にすべて盛り込むのは不可能である。融資契約では、融資者が企業の保有するリスクをひとつひとつ精査し、そのリスクがそれぞれ発生したとき、どのような企業の救済策をとるかをそれぞれ契約書に定めるような、状況依存的な、返済スキームを設計することではない。金融機関の役割は、企業が保有するリスクを総合的に考えて、企業の信用リスクとして評価して、企業に対する融資の是非を決める。融資契約では、融資額と満期日に返済される約定額のみ決められることになる。

企業は初期投資を実施してから、収益が得られるまでの間に流動性ショックに直面し、追加投資が必要となるリスクに直面している。事業継続のために必要な追加支払いができなければ、企業は清算されることになる。融資契約は不完備契約にならざるを得ない。⁸⁾流動性ショック発生が発生し追加支払いが必要になったとき、企業は金融機関と追加融資契約を締結せざるを得ない。しかし、流動性ショックが発生しても、既存の債務契約の内容が変更される訳ではない。したがって、これまでの研究⁸⁾で示されているような、借入制約に直面することになる。H=Tモデルは、緊急の支払いのための流動性需要が発生した時の借入制約に備えるために、企業が機会費用を負担しながらも、流動性制約を事前に保有するメカニズムを分析した。企業の流動性需要の程度は、借入制約に直面した時のロスと流動性資産を保有しておくことの機会費用の大きさに依存している⁸⁾。

保険契約の役割は、あるリスク要因（地震保険は地震による損害額、火災は火災による損害額）に対象を絞り込んで、その要因に基づいた損失額に対して状況依存的な支払スキームを設計する点にある。保険契約の設計においては、対象とするリスクの評価など、専門的な技術が必要となる。したがって、融資契約が保険契約の役割を果たすことは現実的でなく、融資契約は不完備契約、保険契約は完備契約となる。融資契約の不完備性が保険需要に関係している。

各種保険は状況依存的な保険金支払いを規定することにより、融資契約の不完備性を補完する役割を果たすことになる。企業は保険を購入することにより、状況依存的な流動性を確保することができる。ただし、企業は保険契約が存在しないリスクも多数保有しているところにも注意しなければならない。保険契約不可能なリスクによる流動性ショックが発生した場合には、流動性資産または追加融資

によってこれを賄わなければならない。

しかし、保険契約において、すべての状況に対して保険契約が締結できるとは限らない。また、締結可能であっても、締結しないかもしれない。企業への投資家は有限責任にて保護されていることは先に述べた。保険によって一定額以上または以下の損害がカバーされていなかったり(レイヤー型保険)、ある免責率によって免責される契約(共同保険)等もありうる。企業にとって存続させることが、非効率な場合にまで、保険をかけてカバーすることは、その分、過剰な保険料支払いによって、企業の収益を圧迫しする。本研究では、適度な保険契約は企業の期待利潤を増大させ、流動性保有可能量を増加させる一方、過剰な保険金の支払いが、企業の流動性保有可能量を制約し、保険に加入できないリスクへの対応力を弱めることを明らかにする。

2.4 企業の直面する複数のリスク

企業は様々なリスクに直面している。大きく分けて、為替リスクなどのように、利益をあげる可能性と損害を被る可能性の両方を持つ投機的リスクと呼ばれるもの、地震による損害のように、損害ばかりを被る純粋リスクと呼ばれるものがある。また企業のライフスパンのなかで頻繁に発生するリスクもあれば、一度起こるか、起こらないかのリスクまで頻度もまちまちである。保険の議論を行うとき、モラルハザードの問題が非常に注目される。ここでいうモラルハザードとは、保険契約を締結したがゆえに、そのリスクを軽減する努力を怠り、反対にリスクを増大させてしまうことである。またモラルハザードを恐れて、保険契約できないリスクも企業は多々抱えている。このような保険に加入できないリスクの存在が、リスクに対応する手段としての保険契約保有と流動性保有の補完性と密接な関係があると思われる。本研究のテーマである複数リスクを考慮して企業の流動性需要と保険需要のメカニズムを同時に研究する意義がここにある。本研究では、企業のライフスパンに一度あるかないかという程度の、企業にとって一たび発生すれば、その存続を脅かされる程のリスクに焦点を当て、そのリスク発生時の流動性資産の確保という観点から分析している。

2.5 流動性需要と保険需要

企業は日頃から取引を決済するためには、現金等の流動性資産を保有する必要がある。仮に、企業が資産を十分に保有していても、決済時点で流動性資産を十分に保有していなければ、いわゆる黒字倒産が発生する可能性がある。企業に何らかのリスクが発生して経営継続のために、急激かつ大規模な追加投資を必要とすることがある。このように予想外の出来事により、企業が短期的に流動性資産を必要とする現象を流動性ショックと呼ぶことは先に述べた。企業が流動性ショックに直面しても、その企業が十分な流動性資産を保有していたり、または市場から必要な資金が追加融資により調達できれば問題はない。しかし、現実には企業が流動性ショックに対して必要な資金を調達できず、企業は借入制約に直面する。資本市場が完全であれば、このような可能性は存在しない。

企業が流動性ショックによる非効率な清算を緩和するためのリスクファイナンス手法として、1) 流動性資産をあらかじめ保有しておく方法と、2) 保険を購入する方法がある。Holmström and Tirole⁶⁾は、企業が流動性資産を事前に保有しておくことにより、流動性ショックによる非効率な清算を回避することができることを示した。Holmström and Tirole⁶⁾が提示したモデルの枠組みにおいて、発生した流動性ショックをカバーする保険が購入できる場合には、中泉⁷⁾が示したように、保険契約によっても流動性ショックによる非効率な清算を回避できる。したがって、この枠組みでは、企業が流動性ショックによる非効率な清算を回避するための手段として、保険が購入できる状況下においては、流動性保有と保険購入がリスクファイナンス手段として完全に代替的となる。すなわち、企業にとって、リスクファイナンス手段としての流動性保有と保険購入が無差別となる。

一方、大西ら⁸⁾が提示したモデルでは、企業が、流動性ショックにより過重債務問題 (debt-overhang problem) が生じる状況を前提としている。この場合、企業が流動性資産を保有することが可能であったとしても、非効率な清算を完全に回避することができないことを指摘した上で、流動性保有に対する保険契約の優位性を主張している。ただし、大西ら⁸⁾が提案したモデルでは、企業が流動性を保有して流動性ショックによる非効率な清算を緩和するメカニズムがない。そのため、大西ら⁸⁾の枠組みでは、企業のリスクファイナンス手段として、常に保険契約が優位性を確保しており、企業の流動性保有には価値がない。流動性ショックが起こる前に

流動性資産を保有していても、流動性ショックに直面したときの追加資金調達可能量を増やすことはできない。

しかし、現実的な企業は、保険によりある部分はリスクをヘッジしながらも、流動性資産を保有している。このことは、企業のリスクファイナンス手段、流動性保有と保険購入が完全に代替的ではなく、一定の補完性を有していることを示している。例えば、企業は地震リスクをしばしば保険によりヘッジする。しかし、H=Tモデルによれば、地震によって生じうる最大被害額だけ流動性資産として保有することにより、完全に非効率な清算を回避することができる。したがって、「なぜ企業は流動性保有のみによって地震リスクをヘッジしようとししないのか、あるいはできないのか」という新たな疑問が生じる。一つには、流動性供給機能を果たす融資者と保険会社の供給サイドのメカニズムにより、流動性供給の価値が異なる。企業への出資者は有限責任で保護されている。したがって、過剰な保険契約は、もし企業が存続させることが効率的でないほどの事業継続のための追加投資が生じたときでも再生させることができる。しかし、このような場合までカバーする保険料を支払うのは、リスク中立的な企業にとって非効率となる。企業が流動性資産と保険を同時に需要するメカニズムを分析する研究は大変珍しい。

2.6 複数リスクとポートフォリオ効果

ここでは、極めて単純なモデルによる思考実験により、流動性保有動機を有する企業にとっての保険の役割とその効果に関する概念を説明する。いま、ある企業が有するプロジェクトの懐妊期間中に、予期できない流動性需要が生じるリスクがあるモデルを考えよう。複数リスクを想定するために、流動性需要は2つのリスク要因によって生じると仮定する。2つのリスクともに、リスクが生じた場合の流動性需要の大きさは確定的な値 ρ である。また、リスクが生じる確率もともに $\lambda < 1$ であると仮定する。2つのリスクが独立に生起する場合（ケース1）および、2つのリスクが完全に相関して生起する場合（ケース2）におけるこの企業で生起する流動性ショックの確率分布は、表-1のように表される。ケース1、ケース2ともに、企業に生じる流動性需要の期待値は $2\lambda\rho$ である。

いま、プロジェクト資金の初期の調達時点で結ばれる契約において、流動性ショック全体の大きさが ρ であれば、流動性保有や融資者とのクレジットライン契約などによりプロジェクトが継続可能であるが、 2ρ に達した場合には、プロジェクトの継

続が困難となる状況を考えよう。さらに、企業にとっては 2ρ が生じた場合にもプロジェクトを継続することが望ましいとする。このとき、ケース1においてプロジェクトが中止される確率は λ^2 となるのに対して、ケース2では中止される確率が λ となる。2つのリスクの生起が独立であればポートフォリオ効果が働き、明らかに相関のあるケースよりも規模の大きい流動性ショックが生起する確率は小さくなる。

ここで、一方のみ、保険によるヘッジが可能であるとすると、企業に生じる流動性ショックはケース3で示すようになる。いま、保険を購入しても、企業は大きさ ρ の流動性ショックに対して継続可能であるとしよう。もちろん、保険購入の資金調達には、流動性保有能力に影響を与えるが、詳細な議論は以下に譲る。この場合、保険購入により企業は完全にプロジェクトの清算リスクを回避することが可能となる。このように、保険はプロジェクトの安定性を確保し、プロジェクトの継続を可能にするという価値が生じている。さらに、ケース1を参照点とした場合とケース2を参照点をした場合では、プロジェクトの継続確率の改善は異なることも特筆すべきことである。複数のリスクが存在する場合には、ポートフォリオ効果が働いており、流動性保有で対応できる確率が、相関のある場合と比較して大きくなっている。したがって、複数リスクに相関のあるケースの方が、独立のケースと比較して、保険に対する支払い意思額が大きいことが直感的に理解できるであろう。

この思考実験では、直感的な理解のために極めて簡単なモデルを提示したが、現実には、さまざまな保険プログラム (ex. 共同保険, レイヤー型など) が存在する。また、保険の購入そのものが、流動性保有能力に対しても影響を与えるであろう。以下では、より厳密なモデルを定式化し、このような問題について明らかにする。

3 リスクファイナンスモデル

3.1 モデルの前提条件

企業が図-2に示すような時間的順序にしたがって、プロジェクトを実施する3期モデルを定式化する。モデルで想定する経済主体はすべてリスク中立的である。また、企業は有限責任であり、利得は必ず非負である。企業がプロジェクトを実施するためには、初期投資が必要であり、その必要額を I と表す。企業は自己資本を保有しない状況を考え、第0期に融資者との負債契約によって、初期投資のための資金を調達する。第1期には、第0期に確定的には予期できない追加投資が必要とな

り、流動性資産を調達しなければならない。これを流動性ショックと呼ぶ。本研究では、流動性ショックを及ぼすリスク要因が2つ存在するモデルを定式化する。流動性ショックの大きさ ρ は、2つの確率変数 $\rho_1 \in [0, \infty)$, $\rho_2 \in [0, \infty)$ の和で表される。すなわち、

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 \quad (3.1)$$

である。2つの確率変数ともに、累積確率分布関数 $F(\cdot)$ および確率密度関数 $f(\cdot)$ にしたがって生起する。また、2つの確率変数は独立であると仮定する。ただし、累積確率分布関数 $F(\cdot)$ は、

$$F' > 0, F'' < 0 \quad (3.2)$$

を満たすと仮定する。これは規模の大きい流動性ショックほど生起しにくいことを表している。また、流動性ショック ρ がしたがう累積確率分布関数を $G(\cdot)$, $g(\cdot)$ と表す。

追加投資を実施すれば、企業は第2期まで継続する。第2期では企業は第三者には観察できない努力水準に依存して確率的に収益を獲得する。企業は努力する場合には、確率 p_H でプロジェクトが成功し収益 R を獲得する。一方、確率 $1 - p_H$ でプロジェクトは失敗し、収益は0となる。企業が努力しない場合には私的便益 B を確定的に得るが、確率 p_L でプロジェクトは成功し収益 R を獲得し、確率 $1 - p_L$ でプロジェクトは失敗し収益は0となる。ただし、 $p_H > p_L$ である。

3.2 流動性保有によるリスクヘッジ

負債契約では、プロジェクトが成功した場合に企業に帰属する利得 R_b と、第1期に流動性ショックが発生したとき、プロジェクトを継続する流動性ショックの最大値 ρ^* が取り決められる。すなわち、融資者は流動性ショックが $\rho \leq \rho^*$ の場合には、融資者は追加投資を確約し、プロジェクトは継続される。一方、流動性ショックの大きさが $\rho > \rho^*$ の場合には、追加投資は実施されず、プロジェクトは中止し、企業が清算される。

融資者は、企業の努力水準を観察できない。そのため、企業のモラルハザードが生じる可能性があり、適切な報酬スキームを設計する必要がある。企業に努力のインセンティブを与えるためには、プロジェクトが成功した場合の企業の獲得利得 R_b が

$$p_H R_b \geq p_L R_b + B$$

$$\Leftrightarrow R_b \geq \frac{B}{\Delta p} \quad (3.3)$$

を満たさなければならない。ただし、 $\Delta p = p_H - p_L$ である。言い換えれば、 $R_b < B/\Delta p$ の場合は、プロジェクトが成立しない。企業は成功時には、最低限 $B/\Delta p$ の準レント (quasi rent) を獲得することがプロジェクト実施のための制約条件となる。したがって、融資者がプロジェクト成功時に返済される最大可能額は $R - B/\Delta p$ である。ここでいうモラルハザードとは、企業家がプロジェクト完遂のための努力をしないことである。企業家が努力を怠ると、努力を怠ることによる私的便益が企業家に発生するため、プロジェクト完遂時に十分な報酬が確約されなければ、努力を怠る可能性がある。

貸出市場は完全競争的であり、融資者の利潤は0であると仮定する。負債契約で取り決められた ρ^* はひとまず所与として考える。このとき、プロジェクト成功時に企業が融資者に対して返済できる最大額 $\mathcal{P}(\rho^*)$ は、

$$\mathcal{P}(\rho^*) = G(\rho^*)p_H \left(R - \frac{B}{\Delta p} \right) - \int_0^{\rho^*} \rho g(\rho) d\rho \quad (3.4)$$

である。左辺の第1項は、プロジェクトの継続確率を考慮した最大の期待返済額を表し、第2項はプロジェクトの継続のための追加融資額を表す。表記の簡単化のため、 $p_H(R - B/\Delta p) = \rho_0$ と表すと、 $\mathcal{P}(\rho^*)$ は、

$$\mathcal{P}(\rho^*) = \int_0^{\rho^*} (\rho_0 - \rho) g(\rho) d\rho \quad (3.5)$$

と変形できる。したがって、 $\mathcal{P}_2(\rho^*)$ は、 $\rho^* < p_H(R - B/\Delta p)$ において、 ρ^* に関して増加関数であり、 $\rho^* \geq p_H(R - B/\Delta p)$ において減少関数である。いま、

$$\mathcal{P}(\rho_1) < I < \mathcal{P}(\rho_0) \quad (3.6)$$

が成立している状況を前提とする。ただし、 $\rho_1 = p_H R$ である。社会的効率性の観点から考えれば、流動性ショックが発生した事後においては、 $\rho \leq p_H R = \rho_1$ の場合においては、プロジェクトの継続が望ましい。しかし、 $\mathcal{P}(\rho_1) < I$ は、企業への準レント支払いのために、融資者が $p_H R$ の水準までプロジェクトの継続にコミットすれば、プロジェクトは実施されないことを意味している。したがって、閾値 ρ^* は、 $\rho^* \in [p_H(R - B/\Delta p), p_H R]$ の範囲に存在している。を満たす。貸出市場の完全競争条件から、企業は融資者の参加条件を満足する限りにおいて、最大の ρ^* を選択する。

したがって，均衡解における ρ^* は，

$$G(\rho^*)\rho_0 - \int_0^{\rho^*} \rho g(\rho) d\rho = I \quad (3.7)$$

を満たす．また，第0期における企業の期待余剰 $W(\rho^*)$ は，期待社会的余剰と一致し，

$$\begin{aligned} W(\rho^*) &= G(\rho^*)\rho_1 - \int_0^{\rho^*} \rho g(\rho) d\rho - I \\ &= G(\rho^*)p_H \frac{B}{\Delta p} \end{aligned} \quad (3.8)$$

となる．

3.3 保険の効果

企業が保険を購入することにより，確率変数 ρ_1 のリスクを第3者にヘッジすることが可能な場合を考える．保険によるリスクのヘッジをする方法は多様である．リスクを第3者にヘッジすることにより，企業全体の流動性ショック ρ がしたがう確率分布を変化させることができる．リスクヘッジ戦略 \mathcal{S} のもとで，流動性ショック ρ_1 が生起した場合に，企業が実際に負担する額を $\mathcal{S}(\rho_1)$ とすると，企業に生じる流動性ショック全体は，

$$\rho = \mathcal{S}(\rho_1) + \rho_2 \quad (3.9)$$

と表される．新たに生成された確率変数 ρ の確率分布関数およびその密度関数を $H(\rho; \mathcal{S}), h(\rho; \mathcal{S})$ と表す．また，保険によってリスクヘッジ戦略 \mathcal{S} を実施するための保険料を $\Psi(\mathcal{S})$ と表す．リスクヘッジ戦略 \mathcal{S} を所与とした場合に，負債契約で選択されるプロジェクト継続の閾値 ρ^{**} は，

$$H(\rho^{**}; \mathcal{S})\rho_0 - \int_0^{\rho^{**}} \rho h(\rho; \mathcal{S}) d\rho = I + \Psi(\mathcal{S}) \quad (3.10)$$

で表される．さらに，第0期における企業の期待余剰 $W(\rho^*; \mathcal{S})$ は，

$$\begin{aligned} &W(\rho^{**}; \mathcal{S}) \\ &= H(\rho^{**}; \mathcal{S})\rho_1 - \int_0^{\rho^{**}} \rho h(\rho; \mathcal{S}) d\rho - I - \Phi(\mathcal{S}) \\ &= H(\rho^{**}; \mathcal{S})p_H \frac{B}{\Delta p} \end{aligned} \quad (3.11)$$

となる．保険を購入しない場合の期待利潤(3.8)との差は，

$$\begin{aligned} \Delta W &= W(\rho^{**}; \mathcal{S}) - W(\rho^*) \\ &= \{H(\rho^{**}; \mathcal{S}) - G(\rho^*)\}p_H \frac{B}{\Delta p} \end{aligned} \quad (3.12)$$

となり，継続確率の増分による期待利潤の増加が保険の経済的価値となる。

3.4 保険戦略変更の効果

保険戦略が社会的厚生に及ぼす影響を明確化するために，リスクヘッジ戦略を \mathcal{S} から $\mathcal{S} + d\mathcal{S}$ へ微小に変更した場合を考える． $d\mathcal{S}$ とは，すでにリスクヘッジ戦略 \mathcal{S} を参照点として，追加的に ρ_1 の生起に依存した第三者へのリスクヘッジ戦略を付与することを意味する．第三者へのリスクの移転が確率分布に与える影響について考えよう．確率密度関数 $h(\rho; \mathcal{S})$ は，任意の \mathcal{S} について， ρ に関して単調減少である区間について限定する．この場合，損失の可能性を第三者に移転することにより，新たに生成される確率密度関数は，既存の確率密度関数と $\rho = 0$ の点を除く一点で必ず交差する．したがって， $h(\rho; \mathcal{S})$ が単調減少のとき，次の補題1が成立する．

補題1 $h(\rho; \mathcal{S})$ は， (ρ, \mathcal{S}) に関して差分減少を満たす．すなわち，任意の $\rho' > \rho$ ， $\mathcal{S}' > \mathcal{S}$ に対して，

$$H(\rho', \mathcal{S}') - H(\rho, \mathcal{S}') \leq H(\rho', \mathcal{S}) - H(\rho, \mathcal{S}) \quad (3.13)$$

を満たす．

また，このとき任意の ρ ， $\mathcal{S}' > \mathcal{S}$ に対して，

$$H(\rho; \mathcal{S}') \geq H(\rho; \mathcal{S}) \quad (3.14)$$

が成立し， $H(\rho; \mathcal{S})$ が \mathcal{S} に関して単調増加であることが示される（証明略）．これは，保険を付保することで，発生する流動性ショック ρ^p が付保する前の流動性ショック ρ^a を1次の確率優位するということに他ならない．いま，式(3.12)を \mathcal{S} で偏微分すると，

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta W}{\partial \mathcal{S}} &= \frac{\partial H(\rho^{**}; \mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} p_H \frac{B}{\Delta p} \\ &= \left\{ \frac{\partial H(\rho^{**}; \mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial H(\rho^{**}; \mathcal{S})}{\partial \rho^{**}} \frac{\partial \rho^{**}}{\partial \mathcal{S}} \right\} p_H \frac{B}{\Delta p} \end{aligned} \quad (3.15)$$

が得られる．式(3.15)の括弧内第1項は，リスクヘッジ戦略 \mathcal{S} の変更により，確率分布 $H(\rho; \mathcal{S})$ が変形することで，閾値 ρ^{**} まで継続することを前提とした場合の企業の継

続確率の変化を表す. 括弧内第2項は, リスクヘッジ戦略 \mathcal{S} の変更により, 融資者の参加条件(3.10)を満たす ρ^{**} が変化することによって生じる効果を表す. 以下, 前者の効果を生リスクヘッジ戦略 $d\mathcal{S}$ の直接効果, 後者を間接効果と呼ぶ. 式(3.14)から明らかのように, リスクヘッジ戦略 $d\mathcal{S}$ の直接効果が非負であることが示される.

命題 1 任意の追加的なリスクヘッジ戦略 $d\mathcal{S}$ について, その直接効果は非負である.

次に, 間接効果について比較静学を行う. 累積確率分布関数の性質から,

$$\frac{\partial H(\rho^{**}; \mathcal{S})}{\partial \rho^{**}} > 0 \quad (3.16)$$

は明らかである. 一方, 式(3.10)の両辺を \mathcal{S} で全微分すると,

$$\begin{aligned} & \rho_0 \left\{ \frac{\partial H(\rho^{**}; \mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} + \frac{\partial H(\rho^{**}; \mathcal{S})}{\partial \rho} \frac{\partial \rho^{**}}{\partial \mathcal{S}} \right\} d\mathcal{S} \\ & - \left\{ \int_0^{\rho^{**}} \rho \frac{\partial h(\rho; \mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} d\rho + \rho^{**} h(\rho^{**}; \mathcal{S}) \frac{\partial \rho^{**}}{\partial \mathcal{S}} \right\} d\mathcal{S} \\ & = \frac{\partial \Psi(\mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} d\mathcal{S} \end{aligned} \quad (3.17)$$

となり, 変形すると,

$$\frac{\partial H(\rho^{**}; \mathcal{S})}{\partial \rho} = h(\rho^{**}; \mathcal{S}) \quad (3.18)$$

より,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho^{**}}{\partial \mathcal{S}} \\ & = \frac{\frac{\partial \Psi}{\partial \mathcal{S}} + \int_0^{\rho^{**}} \rho \frac{\partial h(\rho; \mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} d\rho - \rho_0 \frac{\partial H(\rho; \mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}}}{(\rho_0 - \rho^{**}) h(\rho^{**}; \mathcal{S})} \\ & = \frac{\frac{\partial \Psi}{\partial \mathcal{S}} - \int_0^{\rho^{**}} (\rho_0 - \rho) \frac{\partial h(\rho; \mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} d\rho}{(\rho_0 - \rho^{**}) h(\rho^{**}; \mathcal{S})} \end{aligned} \quad (3.19)$$

が得られる. ここで, 前提条件から $\rho_0 - \rho^{**} < 0$ が成立するので, (分母) < 0 が成立する. 一方, $\partial \Psi / \partial \mathcal{S} > 0$ である. いま,

$$\Xi = \int_0^{\rho^{**}} (\rho_0 - \rho) \frac{\partial h(\rho; \mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} d\rho \quad (3.20)$$

と表す. **補題 1**が成立するとき, $\partial h(\rho; \mathcal{S}) / \partial \mathcal{S}$ が ρ に関して単調減少となる. したがって, Ξ の符号は一意に決定することができず,

$$\frac{\partial \rho^{**}}{\partial \mathcal{S}} \begin{cases} < 0 & \Xi < \frac{\partial \Psi}{\partial \mathcal{S}} \text{のとき} \\ \geq 0 & \Xi \geq \frac{\partial \Psi}{\partial \mathcal{S}} \text{のとき} \end{cases} \quad (3.21)$$

となる。 $\partial\Psi/\partial\mathcal{S}$ は、保険を購入するための限界費用を表す。限界費用が比較的割高な場合には、プロジェクト継続の閾値は ρ^{**} は減少し、間接効果は負となる。一方、限界費用が比較的割安な場合には、 ρ^{**} は増加し、間接効果は正となる。

4 レイヤー型保険モデル

4.1 保険金上限値決定問題

4.1.1 モデルの前提条件

前節では、第三者にリスクを移転することが可能な保険の効果を示した。保険によるリスクヘッジ戦略を \mathcal{S} と表したが、保険によるリスク移転スキームは多様である。例えば、一般的な保険では、損失がカバーされる支払い上限額が設定される。本章では、確率分布関数を特定化し、レイヤー型保険の最適設計問題を分析する。 $f(\cdot), F(\cdot)$ の関数形を

$$f(\rho) = \exp(-\rho) \quad (4.1)$$

$$F(\rho) = 1 - \exp(-\rho) \quad (4.2)$$

と特定化する。企業が流動性ショック ρ_1 をレイヤー型の保険でヘッジすることができる場合を考える。流動性ショックの大きさが $\rho_1 \leq \bar{\rho}_1$ のとき、リスクは保険会社が負担し、 $\rho_1 > \bar{\rho}_1$ のとき、上限額を超えた部分については、企業が負担するスキームを考える。このとき、企業が流動性ショック ρ は、

$$\rho = \begin{cases} \rho_2 & \text{if } \rho_1 \leq \bar{\rho}_1 \\ \rho_1 + \rho_2 - \bar{\rho}_1 & \text{if } \rho_1 > \bar{\rho}_1 \end{cases} \quad (4.3)$$

と表すことができる。流動性ショック ρ_1, ρ_2 は独立であると仮定する。したがって、流動性ショック ρ がしたがう確率密度関数 $\phi(\rho; \bar{\rho}_1)$ は、

$$\begin{aligned} \phi(\rho; \bar{\rho}_1) &= \int_0^{\bar{\rho}_1} f(\rho_1) f(\rho) d\rho_1 + \Gamma(\rho; \bar{\rho}_1) \\ &= F(\bar{\rho}_1) f(\rho) + \Gamma(\rho; \bar{\rho}_1) \end{aligned}$$

と表すことができる。ここに、

$$\Gamma(\rho; \bar{\rho}_1) = \int_{\bar{\rho}_1}^{\bar{\rho}_1 + \rho} f(\rho_1) f(\rho - \rho_1 + \bar{\rho}_1) d\rho_1 \quad (4.4)$$

である．また，累積確率分布関数 $\Phi(\rho; \bar{\rho}_1)$ は，

$$\begin{aligned}\Phi(\rho; \bar{\rho}_1) &= \int_0^\rho \phi(t; \bar{\rho}_1) dt \\ &= F(\bar{\rho}_1)F(\rho) + \int_0^\rho \Gamma(t; \bar{\rho}_1) dt\end{aligned}\quad (4.5)$$

と表すことができる．式(4.5)の第1項は，企業に ρ 以下の流動性需要が生じるとき，流動性ショック1が保険金限度額以内におさまる確率を表し，第2項は流動性ショック1が保険金上限額以上に達する確率を表している．

企業は，保険会社が支払う期待支払額に等しい保険数理上公正な保険料を支払うものと仮定する．すなわち，保険料 $\Psi(\bar{\rho}_1)$ は，

$$\Psi(\bar{\rho}_1) = \int_0^{\bar{\rho}_1} \rho_1 f(\rho_1) d\rho_1 \quad (4.6)$$

である．

4.1.2 保険金上限額決定問題

企業が最適保険金支払いの上限額を決定する問題は，

$$\begin{aligned}\max_{\bar{\rho}_1} & \Phi(\rho^*; \bar{\rho}_1) \\ \text{s.t.} & \Phi(\rho^*; \bar{\rho}_1)\rho_0 - \int_0^{\rho^*} \rho \phi(\rho; \bar{\rho}_1) d\rho = I + \Psi(\bar{\rho}_1)\end{aligned}$$

と定式化できる．最大化問題の目的関数は，企業のプロジェクト継続確率であり，制約条件式は融資者の参加条件を表している．

最適化の一階条件により，最適な上限額は，直接効果と間接効果の和が0となる $\bar{\rho}_1$ で決まる．すなわち，

$$\frac{\partial \Phi(\rho^*; \bar{\rho}_1)}{\partial \bar{\rho}_1} + \frac{\partial \Phi(\rho^*; \bar{\rho}_1)}{\partial \rho} \frac{\partial \rho^*}{\partial \bar{\rho}_1} = 0 \quad (4.7)$$

と導かれる．第1項は，上限額を変化させることで継続確率の変化が高まる直接効果を表し，第2項は，閾値が変化することで継続確率に影響を与える間接効果を表す．直接効果は，式(4.5)から，

$$\frac{\partial \Phi(\rho^*; \bar{\rho}_1)}{\partial \bar{\rho}_1} = F(\rho^*)f(\bar{\rho}_1) + \int_0^{\rho^*} \frac{\partial \Gamma(t; \bar{\rho}_1)}{\partial \bar{\rho}_1} dt \quad (4.8)$$

が導かれる．ここで，

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Gamma(t; \bar{\rho}_1)}{\partial \bar{\rho}_1} &= f(\rho_1 + t)f(0) - f(\bar{\rho}_1)f(t) \\ &\quad + \int_{\bar{\rho}_1}^{\bar{\rho}_1 + t} f(\rho_1)f'(t - \rho_1 + \bar{\rho}_1) d\rho_1\end{aligned}$$

である．さらに，直接効果のさらに $\bar{\rho}_1$ で偏微分すると，

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \Phi(\rho^*; \bar{\rho}_1)}{\partial \bar{\rho}_1^2} \\ &= F(\rho^*) f'(\bar{\rho}_1) + \int_0^{\rho^*} \frac{\partial^2 \Gamma(t; \bar{\rho}_1)}{\partial \bar{\rho}_1^2} dt \end{aligned} \quad (4.9)$$

となる．ここで以下のように関数形 $f(\rho)$ を特定化する．

$$f(\rho) = \exp(-\rho) \quad (4.10)$$

$$F(\rho) = 1 - \exp(-\rho) \quad (4.11)$$

したがって流動性ショック ρ が従う確率密度関数は

$$\phi(\rho) = (1 - \exp(-\bar{\rho}_1)) \exp(\rho) + \rho \exp(-\bar{\rho}_1 - \rho) \quad (4.12)$$

となる．累積確率分布関数は

$$\Phi(\rho) = 1 - \exp(-\bar{\rho}_1) - \rho \exp\{-(\rho + \bar{\rho}_1)\} \quad (4.13)$$

となる．

ここで

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \rho} = \rho^* \exp(-\bar{\rho}_1 - \rho^*) > 0 \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho^2} = -\rho^* \exp(-\bar{\rho}_1 - \rho^*) < 0 \quad (4.15)$$

したがって次の命題が成り立つ．

命題 2 直接効果は常に $\bar{\rho}$ について減少する．

間接効果は

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \frac{\partial \rho^*}{\partial \bar{\rho}} = \frac{(\bar{\rho}_1 - 1) \exp(\bar{\rho}_1) + (\rho^{*2} - \rho_0 \rho^* + \rho^* + 1) \exp(-\bar{\rho}_1 - \rho^*)}{\rho_0 - \rho^*} \quad (4.16)$$

となる

さらに間接効果 E の $\bar{\rho}_1$ に関する偏微分は

$$\frac{\partial E}{\partial \bar{\rho}_1} = \frac{\exp(-\bar{\rho}_1)}{\rho_0 - \rho^*} \{2 - \bar{\rho}_1 - (\rho^* - \rho_0 \rho^* + \rho^* + 1) \exp(-\rho^*)\} \quad (4.17)$$

間接効果が $\bar{\rho}_1 = 0$ のとき正であるならば間接効果 E の $\bar{\rho}_1$ に関する偏微分は $\bar{\rho}_1 = 0$ が十分小さいとき負の値をとり1回だけ符号が変化して正の値をとる．間接効果は $\bar{\rho}_1$ が無大に近づけば0に接近する．したがって以下の命題が成立

命題 3

間接効果が $\bar{\rho}_1 = 0$ のとき正であるならば，間接効果はある $\bar{\rho}_1$ のとき符号が1回だけ正から負へ変化する．

このことは，保険のカバーする領域を上昇させていくと，初期は期待利潤増加によって ρ^* は増大し間接効果は正の値を示すが，次第に保険料支払いによって， ρ^* は減少に転じ始め，間接効果は負になることを示している．

直接効果と間接効果の合計は，

$$TE = \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} + \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \frac{\partial \rho^*}{\partial \rho} \quad (4.18)$$

$$= \frac{(\bar{\rho}_1 - 1) \exp(\bar{\rho}_1) + (\rho^* + 1) \exp(-\bar{\rho}_1 - \rho^*)}{\rho_0 - \rho^*} \quad (4.19)$$

ここで $TE(\bar{\rho}_1 = 0) > 0$ より以下の命題が成立

命題 4

保険金支払上限額 $\bar{\rho}_1$ は有限である

つまりフルカバーの保険に加入すると，企業を再生することが社会的に非効率な場合にまで再生させることになる．したがって必ず有限な上限値が存在する．

4.2 保険金下限額決定問題

4.2.1 モデルの前提条件

上限値決定問題と同様に関数を特定化する．企業はしばしば，保険金が支払われるために生じるべき最低限の損失額を定めることが多い．企業が流動性ショック ρ_1 をレイヤー型の保険でヘッジすることができる場合を考える．流動性ショックの大きさが $\rho_1 \leq \underline{\rho}_1$ のとき，リスクは企業が負担し， $\rho_1 > \underline{\rho}_1$ のとき，保険会社が下限額を超過した額を負担する．このとき，企業が流動性ショック ρ は，

$$\rho = \begin{cases} \rho_1 + \rho_2 & \text{if } \rho_1 \leq \underline{\rho}_1 \\ \underline{\rho}_1 + \rho_2 & \text{if } \rho_1 > \underline{\rho}_1 \end{cases} \quad (4.20)$$

と表すことができる．流動性ショック ρ_1 , ρ_2 は独立であると仮定する．したがって，流動性ショック $\rho(\rho; \underline{\rho}_1, \bar{\rho}_1)$ がしたがう確率密度関数 ϕ は，

$$\phi(\rho; \underline{\rho}_1) = \begin{cases} \Gamma(\rho) & \text{if } \rho \leq \underline{\rho}_1 \\ \Gamma(\underline{\rho}_1) + \{F(\rho) - F(\underline{\rho}_1)\} f(\rho - \underline{\rho}_1) & \text{if } \rho > \underline{\rho}_1 \end{cases} \quad (4.21)$$

と表すことができる．ここに，

$$\Gamma(\rho) = \int_0^\rho f(\rho_1) f(\rho - \rho_1) d\rho_1 \quad (4.22)$$

である．また，累積確率分布関数 $\Phi(\rho; \underline{\rho}_1)$ は，

$$\Phi(\rho; \underline{\rho}_1) = \begin{cases} \int_0^\rho \Gamma(t) dt & \text{if } \rho \leq \underline{\rho}_1 \\ \int_0^{\underline{\rho}_1} \Gamma(t) dt + \{F(\rho) - F(\underline{\rho}_1)\} f(\rho - \underline{\rho}_1) & \text{if } \rho > \underline{\rho}_1 \end{cases} \quad (4.23)$$

保険料 $\Psi(\underline{\rho}_1)$ は，

$$\Psi(\underline{\rho}_1) = 1 - \int_0^{\underline{\rho}_1} \rho_1 f(\rho_1) d\rho_1 \quad (4.24)$$

である．

4.2.2 保険の下限值決定問題

$$\begin{aligned} & \max_{\underline{\rho}_1} \Phi(\rho^*; \underline{\rho}_1) \\ & \text{s.t. } \Phi(\rho^*; \underline{\rho}_1) \rho_0 - \int_0^{\rho^*} \rho \phi(\rho; \underline{\rho}_1) d\rho = I + \Psi(\underline{\rho}_1) \end{aligned}$$

と定式化できる．最大化問題の目的関数は，企業のプロジェクト継続確率であり，制約条件式は融資者の参加条件を表している．

最適化の一階条件により，最適な上限額は，直接効果と間接効果の和が0となる $\underline{\rho}_1^\circ$ で決まる．すなわち，

$$\frac{\partial \Phi(\rho^*; \underline{\rho}_1^\circ)}{\partial \underline{\rho}_1} + \frac{\partial \Phi(\rho^*; \underline{\rho}_1^\circ)}{\partial \rho} \frac{\partial \rho^*}{\partial \underline{\rho}_1} = 0 \quad (4.25)$$

と導かれる。第1項は、下限額を変化させることで継続確率の変化が高まる直接効果を表し、第2項は、閾値が変化することで継続確率に影響を与える間接効果を表す。直接効果は、式(4.5)から、

$$\frac{\partial \Phi(\rho^*; \underline{\rho}_1)}{\partial \underline{\rho}_1} = F(\rho^*)f(\underline{\rho}_1) + \int_0^{\rho^*} \frac{\partial \Gamma(t; \underline{\rho}_1)}{\partial \underline{\rho}_1} dt \quad (4.26)$$

このとき、直接効果は、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Phi(\rho^*; \underline{\rho}_1)}{\partial \underline{\rho}_1} \\ = & \begin{cases} 0 & \text{if } \rho^* \leq \underline{\rho}_1 \\ (\underline{\rho}_1^2 - \underline{\rho}_1 - \rho^* \underline{\rho}_1 + \rho^* - \frac{1}{2}) \exp(-\underline{\rho}_1) + \frac{\exp(\underline{\rho}_1 - 2\rho^*)}{2} & \text{if } \rho^* > \underline{\rho}_1 \end{cases} \end{aligned} \quad (4.27)$$

となる。間接効果は

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Phi(\rho^*; \underline{\rho}_1)}{\partial \underline{\rho}_1} \frac{\partial \rho^*}{\partial \rho} \\ = & \begin{cases} -\underline{\rho}_1 \exp(-\underline{\rho}_1) & \text{if } \rho^* < \underline{\rho}_1 \\ (\rho^* - \underline{\rho}_1) \left(\rho_0 + \frac{\exp(\underline{\rho}_1 + \rho^*)}{2} \right) (\underline{\rho}_1 \exp(\underline{\rho}_1) + \exp(\underline{\rho}_1)) \\ + \frac{(2\rho_0 - 2\rho^* - 1) \exp\{- (2\rho^* - \underline{\rho}_1)\}}{4} & \\ - \frac{(2\rho_0 - 2\underline{\rho}_1 - 1) \exp(-\underline{\rho}_1)}{4} & \\ -\underline{\rho}_1 \exp(-\underline{\rho}_1) & \text{if } \rho^* > \underline{\rho}_1 \end{cases} \end{aligned} \quad (4.28)$$

となる。ある所与の ρ^* に対して、 $\underline{\rho}_1 (> \rho^*)$ の均衡解として、存在しえない。なぜなら、 $\underline{\rho}_1 > \rho^*$ の領域で、直接効果と間接効果の和は常に正となる。 $\underline{\rho}_1$ の増加は、自らが負担する、レイヤー部分を拡大する一方で保険料の支払いを削減する。しかし、この領域では、 $\underline{\rho}_1$ を増加させることの便益は0である。また保険金支払いがトリガーされる流動性ショックが生じた場合は、すでに、企業の流動性保有の限界を超えており、企業は清算される。そのため、下限値を増加させても、保険金支払いの削減のみが生じる。したがって、企業は、 $\underline{\rho}_1$ を無限に増加させることに便益を得る。また $\underline{\rho}_1 = 0$ のとき直接効果及び間接効果は正となる、すなわち、効果の和は正となる。間接効果は $\underline{\rho}_1 = \rho^*$ のとき直接効果は0、間接効果は負になる。すなわち、効果の和は負となる。

命題 5

$0 < \underline{\rho}_1 < \rho^*$ の領域に下限値 $\underline{\rho}_1$ の最適解が存在する。

このことは、常にフルカバーの保険よりもレイヤーの下限値の値を設定したほうが効率がよいことを示している。企業は保険契約不可能なリスクに対応するために流動性資産を保有する。その流動性資産は、すべてのリスクに対してヘッジ可能である。したがって、その流動性資産を用いて、保険契約可能なリスクについても、ヘッジすることができる。したがって、小さな流動性ショックに関しては、保険料を事前に支払って、保険契約によってリスクを移転するよりも、流動性資産を用いて、リスクに対応するほうが、効率がよい。また、 ρ^* 以上の下限値を設定しても、その下限までの流動性を用意できないため、企業にとって意味がないことを示す。

[命題の証明]

$\rho_1 = 0$ のとき、直接効果 T は

$$T = \frac{\partial \Phi(\rho^*; \rho_1)}{\partial \rho_1} = \left(\rho^* - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \exp(-2\rho^*) \quad (4.29)$$

ここで T を ρ^* で偏微分すると $\rho^* > 0$ に注意すると

$$\frac{\partial T}{\partial \rho^*} = 1 - \exp(-2\rho^*) > 0 \quad (4.30)$$

となる。したがって、

$$T(\rho^* = 0) = \frac{\partial \Phi(\rho^*; \rho_1)}{\partial \rho_1} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \exp(-2\rho^*) = 0 \quad (4.31)$$

したがって、直接効果は常に正になる。

一方、 $\rho_1 = 0$ のとき間接効果 E は、

$$E = \frac{4\rho^*\rho_0 + \{2\rho^* + 2\rho_0(\exp(-2\rho^*) - 1)\} + 2\rho^*(1 - \exp(-2\rho^*)) + (-\exp(-2\rho^*) + 1)}{4} \quad (4.32)$$

$\rho^* > \rho_0$ に注意すると、間接効果も常に正であることがわかる。

以上より直接効果と間接効果の合計 TE は $\rho_1 = 0$ のとき正となる。

$\rho_1 = \rho^*$ のとき、は直接効果0かつ間接効果は $-\rho_1 \exp(-\rho_1)$ となり、常に負となる。

したがって、 TE は連続関数なので、少なくとも1つの解が $0 < \rho_1 < \rho^*$ に存在する。

5 おわりに

保険可能なリスクと、保険不可能なリスクを有する企業の保険購入行動を定式化しその保険購入行動を分析してきた。企業が直面するリスクが発生したとき、企業自ら負担する流動性ショックの確率分布を変化させることができる、直接効果

と、事前に保有できる流動性資産の大きさに影響を与える間接効果があることを指摘した。あるリスク戦略が企業は直接効果と間接効果の合計が正のときそのリスク戦略を実行すべきであることが示された。またレイヤー型保険の考察によって、有限な上限値と0より大きい下限値が最適解となることが示された。このことから、企業が存続することが望ましくないほど大きな流動性ショックや、企業が保有できる、流動性資産により、十分対応可能な小さな流動性ショックをカバーしないように契約することで、レイヤー型保険契約におけるカバー領域が調整されることが示された。

保険購入による直接効果と間接効果を考慮して、企業の期待利潤（本研究では社会余剰に一致）を最大化を実現するカバー領域が存在することや、その最適戦略の決定メカニズムが解明できた。過剰な保険契約、つまりその企業にとって大きすぎるリスクや、小さすぎるリスクへの保険契約は企業の期待利潤（本研究では社会余剰に一致）をかえって、低下させることが示された。これまで、保険加入可能なリスク、不可能なリスク、双方を保有し、企業の保険保有行動と流動性資産保有行動の双方を同時に分析した本研究によって、企業のリスクファイナンス戦略にとって重要な道しるべを提供できた。

今後、共同保険型など、さまざまな保険のパターンのモデルを解析し、最適な保険戦略について、更なる研究を続けていきたい。そして、プロジェクトファイナンスなどへの応用を考えていきたい。

参考文献

- 1) 石川達也, 矢嶋康次: 家計の資産選択によるリスクテイクー現金・預貯金に対する選好とも持ち家及び負債との関係
- 2) 中川忍, 片桐智子: 日本の家計の金融資産選択行動, 日本銀行調査月報, 1999
- 3) 酒井泰弘: 不確実性の経済学, 有斐閣, 1982
- 4) 赤石沢総光, 福島誠一郎, 安田登: 企業財務を考慮した地震保険によるリスク移転の評価に関する考察, 土木学会論文集 No.763/VI-63, pp.95-106, 2004
- 5) Tirole, J.: *The Theory of Corporate Finance*, Princeton University Press, 2005.
- 6) Holmström, B. and J. Tirole: Private and public supply of liquidity, *Journal of Political Economy*, Vol. 106, No. 1, pp.1-40, 1998.
- 7) 中泉拓也: 企業における流動性需要発生のメカニズム (齋藤誠, 柳川範之編著: 流動性の経済学, 第1章), 東洋経済新報社, 2002.
- 8) 大西正光, 横松宗太, 小林潔司: 流動性リスクと地震保険需要, 土木学会論文集, No. 793/IV-68, pp.105-120, 2005.
- 9) Myers, S. The determinants of corporate borrowing, *Journal of Financial Economics*
- 10) Hart, O. *Firms, Contracts, and Financial Structure*, Oxford University Press, 1995