

下水処理施設の最適点検・補修モデル*

An Optimal Inspection/Rehabilitation Model For Sewage Work Facilities*

堀倫裕**・小濱健吾*** 貝戸清之****・小林潔司*****

by Michihiro HORI**, Kengo OBAMA***, Kiyoyuki KAITO**** and Kiyoshi KOBAYASHI*****

1. はじめに

下水処理施設の点検業務においては、外部からの目視検査が不可能な施設が数多く存在する。たとえば、下水処理池の劣化状態を把握するためには、処理池から排水を行うことが必要となる。下水処理施設では、下水処理池が直列に配置され、処理システムのリダンダンシーが確保されていない場合も少なくない。このような下水処理施設では、下水処理池の点検・補修を実施する際、排水を実施するために下水処理施設の操作・運用を一時的に停止せざるを得ない。したがって、下水処理施設の点検・補修業務を、限られた時間の範囲の中で、集中的に実施することが必要となる。

現時点において、下水処理施設の劣化過程に関するデータは、ほとんど蓄積されていない。その理由としては、1) 限られた時間の中で、点検と補修作業が同時に実施されるため、点検結果を記録する時間的余裕が少ないこと、2) 1つのコンクリート版の中に劣化の程度が異なる損傷が複数個存在し、それぞれの損傷に対して処置が施されること、等があげられる。したがって、今後においても、下水処理施設の劣化状態に関するデータを獲得することは必ずしも容易ではない。本研究では、以上の状況を鑑み、下水処理池の補修工事記録として入手可能である補修タイプ別の補修工事量(補修面積)に関する情報に基づいて、コンクリート版の劣化過程に関する情報を獲得することを目的とする。

下水処理施設では、点検と補修を同時に実施せざるを得ず、施設の劣化過程のみを観測することは困難である。さらに、施設の劣化過程に、多くの不確実性が介在する。このために、劣化過程の不確実性を考慮しながら、施設の点検・補修工事間隔を適切に決定することが課題となる。本研究では、補修タイプ別の補修工事量という集計

的劣化情報を用いて、コンクリート版の劣化過程を記述するマルコフ劣化モデルを作成する。その上で、コンクリート版の最適点検・補修間隔を決定するためのマルコフ決定モデルを定式化する。

なお、下水処理施設の主な損傷は腐食であり、硫酸系腐食と非硫酸系腐食に大別することができる。このうち、本研究では、非硫酸系腐食、特に中性化による鉄筋腐食を念頭においている。硫酸系腐食の場合、腐食速度が経過時間に依存するため、非斉次型マルコフモデルが必要となる。この問題に関しては、今後の課題としたい。以下、2. では本研究の基本的な考え方を示す。3. で集計的マルコフ決定モデルを定式化し、4. で集計的劣化データを用いて、マルコフ推移確率を推計する方法を提案する。5. では、適用事例について述べる。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究概要

土木施設の劣化予測に関しては、数多くの研究事例がある。土木施設の統計的劣化予測モデルとしてマルコフ推移確率モデルが提案されている。マルコフ推移確率の推定方法として、1) 集計的推定方法と、2) 非集計的推定方法が存在する。前者の方法は、ある一定の観測期間の中で生じたレーティング間の推移状態に関するデータに基づいて、マルコフ推移確率を直接推定することを目的とする。もっとも単純な算定方法は、レーティング間の推移状態に関する実データの数え上げにより、推移確率を直接定義する方法¹⁾である。これに対して、最尤法により、推移確率を推定する方法²⁾も提案されている。マルコフ推移確率は、推移確率を定義する期間間隔に依存する。現実に点検業務を通して獲得されるレーティングデータには、観測期間長が異なる多様なデータが混在している場合が多い。この場合、実データが観測された期間間隔の差異がもたらす影響を補正することが必要となる。杉崎等は、異なる観測期間長を有する目視検査データを用いて、マルコフ推移確率を集計的に推定する方法を提案している³⁾。しかし、このような集計的劣化予測方法では、個々の施設が置かれている使用環境や、施設が有する構造的、機能的特性と推移確率との関係を

*キーワード: アセットマネジメント, 下水処理施設, 集計的ハザードモデル

**正会員 大成建設株式会社 原子力本部 原燃サイクル部
(〒163-0606 東京都新宿区西新宿1-25-1)

***学生会員 京都大学大学院工学研究科
(〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)

****正会員 大阪大学特任講師 大学院工学研究科
(〒565-0871 吹田市山田丘2-1)

*****フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院
(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

モデル化できないという限界がある。

これに対して、非集計的推定方法は、個々の土木施設の劣化過程に関する情報に基づいて、その背後にある劣化過程の統計的規則性を推定する方法である。このような非集計的推定方法として、貝戸等⁴⁾は、ニューヨーク市における橋梁の目視検査データを用いて、橋梁の劣化速度に着目した平均劣化曲線の算出方法を検討している。また、劣化速度を確率変数と捉えて、過去の検査履歴を反映したマルコフ推移確率の推定方法を提案した。その後、非集計的推定方法は、ハザードモデル^{5),6)}の適用により、飛躍的な発展を遂げている。その中で、Michalani and Madanat⁷⁾は、2つの隣接するレーティングのみを対象として、マルコフ推移確率を指数ハザードモデルを用いて表現する方法を提案した。これとは独立に、津田等⁸⁾は、2つ以上の任意のレーティング間における推移状態を表現する多段階指数ハザードモデルを提案し、マルコフ推移確率を推定する一般的なマルコフ劣化ハザードモデルを提案した。

マルコフ劣化ハザードモデルの推定には、個々の土木施設の劣化過程に関する情報が必要である。したがって、個々の土木施設の劣化過程に関する情報が得られず、土木施設全体に対して、個々の土木施設の劣化状態の割合に関する情報のみが得られる場合には、個々の土木施設のレーティングに関するデータベースを作成することが困難となり、マルコフ劣化ハザードモデルを非集計的に推定することができなくなる。本研究では、土木施設全体に対する個々の土木施設のレーティングの割合データのような集計的データを用いてマルコフ劣化ハザードモデル（以下、集計的マルコフ劣化ハザードモデルと呼ぶ）を推定する方法を提案する。また、これにより、集計的劣化予測手法においても、個々の施設が置かれている使用環境や、施設が有する構造的、機能的特性と推移確率との関係をモデル化することが可能になる。さらに、集計的マルコフ劣化ハザードモデルの推定結果を用いて、具体的に下水処理施設のアセットマネジメント政策を体系的に実施できるような最適点検・補修モデルを提案する。

(2) 下水処理施設のアセットマネジメント問題

下水道施設は、下水処理場、下水道管渠、ポンプ場等といった多くの施設で構成される大規模かつ複合的なシステムである。本研究では、下水道施設を構成する施設の中で、下水処理場の水処理施設（以下、下水処理施設）に着目する。標準的な下水処理施設の基本構成を図-1に示す。下水処理施設は、複数の構造物が直列に配置された処理系列を基本単位として構成されている。比較的規模の大きな下水処理場では、複数の処理系列を有する場合も多い。

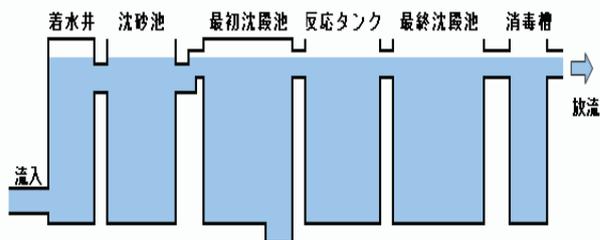


図-1 下水処理施設の基本構成

構造物の形態や環境により異なるが、一般に、流入部から最初沈殿池までは、生物化学的反応により生成された硫酸による腐食が顕著な構造物である。硫酸による腐食は激しく、多くの構造物で白亜化や鉄筋腐食が問題となっている。また、反応タンクから最終沈殿池までは、中性化による劣化が支配的な構造物である。中性化についても、遊離炭酸や弱酸等といった下水道特有の化学的な中性化促進要因の影響が懸念されているところである。橋梁等の一般の構造物と異なり、下水処理施設の劣化機構は複雑で、未解明な部分も多い。また局部的なばらつきも大きいので、劣化進行や損傷発生の不確実性を考慮したマネジメント戦略の検討が必要となる。

下水処理施設は、通常、年中無休で24時間稼働しており、処理池内には常に処理水が存在している。また臭気対策等のためカバーを有する構造物も多い。したがって、コンクリートの変状を観測するためには、処理池の排水を行う必要がある。しかしながら、処理能力の面で充分なりダンダンシーが確保されているケースは少なく、点検実施のために処理システムの稼働を停止するのは困難である。さらに、下水道で特徴的な化学的腐食は、外観から劣化深さを知ることが困難な場合が多く、補修工事で劣化部を除去した後、初めて劣化深さが計測できる場合も少なくない。このような事情により、下水処理施設の劣化状態に関するデータを獲得することは、今後においても必ずしも容易ではない。したがって、補修工事記録として入手可能である補修タイプ別の補修工事量（補修面積）等といった集計的劣化情報を有効活用していくことが重要である。以上の問題意識の下で、本研究では、集計的劣化情報に基づき、劣化過程の不確実性を考慮しつつ、点検・補修戦略に関する意思決定支援情報を提供できるような最適点検・補修モデルを定式化する。

(3) 最適点検・補修モデルの枠組み

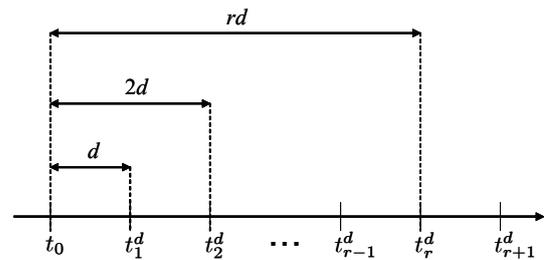
下水処理施設は、図-1に示すように、最初沈殿池、反応タンク、最終沈殿池等の多数の施設で構成される施設である。個別施設の維持・補修費用が、下水処理施設全体の維持・補修費用に占める割合はそれほど多くない。

一方、コンクリート版の腐食が進行し構造物全体が変状すると、下水処理施設全体が機能停止に陥り重大な損失リスク（例えば、事業主の物的・人的損失、利用者損失）を引き起こす可能性があるため、定期的な点検が不可欠である。しかし、下水処理施設の定期点検は2.(2)で述べたように困難であり、施設の点検・補修を実施するために、点検・補修チームを編成するための固定費用が必要となる。このため、ライフサイクル費用の縮減と一定の損失リスクの管理水準を確保するために、下水処理施設を構成する施設群に対して定期的に、一括して点検・補修を実施することが望ましい。このとき、点検・補修間隔を大きくすれば点検費用の節約が可能である。一方、損失リスクが大きくなり、コンクリート版の補修費用が増加する可能性がある。所与の損失リスクの管理水準に対して、ライフサイクル費用が最小となる点検・補修間隔を求めることが重要となる。本研究では、下水処理施設の最適点検・補修政策を求める問題を、損失リスクを直接損失として定量化するとともに、期待ライフサイクル費用と損失リスクの和で表わされる総費用を最小にするような点検・補修間隔と補修政策を同時に決定することが可能な最適点検・補修モデルとして定式化する。

3. 最適点検・補修モデル

(1) モデルの基本的な考え方

本研究では、コンクリート版の劣化・補修過程をマルコフ連鎖モデルとしてモデル化し、ライフサイクル費用を最小化するような最適点検・補修モデルを定式化する。従来より、劣化過程をマルコフ連鎖モデルとしてモデル化したような最適点検・補修モデル^{9)–11)}が提案されている。そこでは、対象とする土木施設の劣化状態を、離散的な状態変数で記述し、状態変数から状態変数へ推移する確率を制御する政策変数として補修政策をモデル化している^{12),13)}。しかし、本研究で対象とするようなコンクリート版のアセットマネジメントでは、施設の損傷・補修履歴が補修面積等の集計的情報を用いて記録される。このため、ある単一の部材や部位に着目し、その劣化状態を状態変数として記述するという方法を採用することができない。マルコフ決定モデルの状態変数として、各劣化状態にある面積が総面積に占める割合という集計の状態変数を用いることが必要となる。その上で、コンクリート版の劣化・補修過程を、集計の状態間の推移状態に着目してモデル化する。このような集計的マルコフ決定モデルに関しても、いくつかの研究事例が存在する。青木らは道路付帯施設のアセットマネジメントを対象とした集計的マルコフ決定モデル^{14),15)}を提案している。本研究で提案する最適点検・補修モデルも、基本的には青木らの集計的マルコフ決定モデルの考え方を踏



注) 時刻 $t_0, t_0 + d, t_0 + 2d, \dots$ に定期点検が実施され、必要な場合には同時に補修が実施される。

図-2 点検・補修過程

襲している。青木らが提案したマルコフ決定モデルは、個々の道路付帯施設ごとに劣化状態を定義し、個別施設を集計化したような集計的マルコフ決定モデルを提案している。しかし、本研究では集計的マルコフ劣化ハザードモデルを用いて、コンクリート版の補修・劣化過程を補修対象面積割合という集計の状態変数を用いたマルコフ連鎖モデルとして直接モデル化する点に新規性がある。その結果、コンクリート版の最適点検・補修モデルを、集計的マルコフ決定モデルとして定式化することが可能となる。

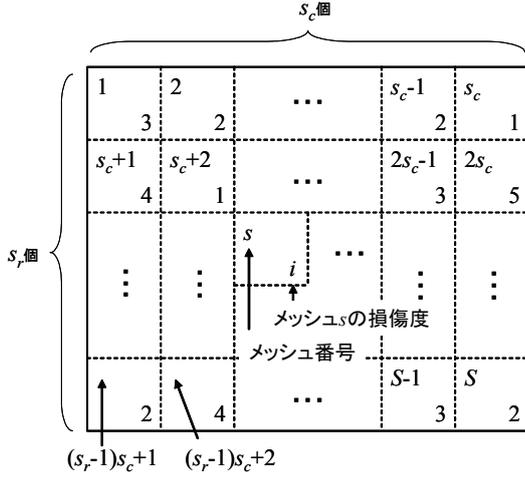
(2) モデル化の前提条件

コンクリート版の劣化・補修過程をモデル化しよう。劣化・補修過程の全体的な見通しをよくするため、3. では補修政策の内容を特定化せずに議論を進める。本研究では、対象とする下水処理池を構成するすべてのコンクリート版を、時間軸上における同一時刻において同時に点検・補修するような問題を考える。いま、カレンダー時間軸上に等間隔に設けられた離散的な時刻において点検を実施し、必要な場合にはコンクリート版の補修を同時に実施するような管理業務を考える(図-2参照)。以下、カレンダー時刻のことを「時刻」と呼ぶ。初期時刻 t_0 に、対象とする下水処理池が新規に建設されたと考える。さらに、初期時刻 t_0 を起点とし、無限遠に続く離散的な時間軸

$$t_r^d = t_0 + rd \quad (r = 0, 1, \dots) \quad (1)$$

を導入しよう。ここに、添え字 r ($r = 0, 1, \dots$) は点検・補修間隔 d の離散的な時間軸における時刻番号を表す。点検・補修間隔 d は政策変数である。

下水処理池は複数の大きさや劣化特性の異なる複数のコンクリート版で構成される。いま、対象とするコンクリート版の中から、ある代表的なコンクリート版に着目し、図-3に示すように S 個の同一面積のメッシュに分割しよう。コンクリート版が異なれば、メッシュ数 S が異なってもいい。現実には、図-3に示すようにメッシュごとの損傷に関するデータベースを作成することは困難であり、損傷度ごとの延べ面積(以下、損傷度別面積と



注) 上図では、コンクリート版を、行 s_r 個、列 s_c 個の合計 S 個の同一面積のメッシュに分割している。また、コンクリート版のメッシュ分割は、モデルを概念的に説明するために設けたものである。現実には、各損傷度に対応した補修工事が実施され、各タイプの補修工事量（補修面積）に関する実績データが記録される。図中の各メッシュには、損傷度が記述されているが、点検データとしては各損傷度に該当するメッシュ数が記録される。

図-3 コンクリート版のメッシュ分割

呼ぶ) に関するデータのみが記録される。本研究では、損傷度別面積という集計化された情報を用いて、コンクリート版の劣化・補修過程をモデル化する。このような集計化操作に関しては、のちに 3. (4) で議論することとし、当面の間、メッシュごとの損傷度データが入手可能として議論を進める。

メッシュ s ($s = 1, \dots, S$) の損傷度を M 個の離散的なレーティング指標 i ($i = 1, \dots, M$) で表現する。ただし、レーティング指標 i の値が大きくなるほど、劣化が進展していることを表す。時刻 t_r^d におけるメッシュ s ($s = 1, \dots, S$) の損傷度を状態変数

$$h_s(t_r^d) = i \quad (s = 1, \dots, S; r = 1, \dots) \quad (2)$$

を用いて表現する。あるメッシュの劣化過程は、状態空間 $\mathcal{S}_M = \{1, \dots, M\}$ 上で定義されるマルコフ過程に従うと仮定する。さらに、すべてのメッシュの推移確率が同一であるとする。コンクリート版が異なれば、推移確率は異なる。時刻 $t_r^d = \tau_0 + rd$ において、メッシュ s の劣化状態が $h_s(t_r^d)$ であり、かつ時刻 t_{r+1}^d において劣化状態 $h_s(t_{r+1}^d)$ に推移する条件付確率を

$$\text{Prob}[h_s(t_{r+1}^d) = j | h_s(t_r^d) = i] = p_{ij} \quad (3)$$

で表そう。 p_{ij} は、2つの状態変数 i と j の間の推移確率である。推移確率 p_{ij} は点検・補修間隔 d に依存するが、記述の簡便化のために点検・補修間隔 d を省略している。損傷度 M は吸収状態であり、補修をしない限り損傷度 M の状態に留まると考える。すなわち、 $p_{MM} = 1$ が成

立する。劣化確率の定義より、

$$\sum_{j=i}^M p_{ij} = 1 \quad p_{ij} = 0 (i > j \text{ の場合}) \quad (4)$$

が成立する。ここで、コンクリート版の推移確率行列を定義しよう。推移確率行列 \mathbf{p} を

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1M} \\ 0 & p_{22} & \cdots & p_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_{MM} \end{pmatrix} \quad (5)$$

と定義する。

(3) 点検・補修過程

補修政策 $\xi \in \Xi$ を補修前の各損傷度 j ($j = 1, \dots, M$) に対して、その時点で実施する補修アクションルールとともに定義しよう。ただし、 Ξ は補修政策の集合である。補修アクション $\eta^\xi(j)$ は、損傷度 j に対して補修を実施し、損傷度が $\eta^\xi(j)$ に推移することを意味している。たとえば、補修アクション $\eta^\xi(j) = j'$ は損傷度が j の時に補修を実施し、損傷度が j' に回復することを意味している。補修アクションの中には「補修をしない」というアクションも含まれる。損傷度が j の時に補修をしないというアクションが選択される場合には、 $\eta^\xi(j) = j$ と表される。いま、時刻 t_r^d において点検・補修が実施された直後のメッシュ s の損傷度を状態変数 $\tilde{h}_s(t_r^d)$ を用いて表そう。つぎに、時刻 t_{r+1}^d に点検が実施される。点検後（補修アクションが実施される前）の施設状態を $h_s(t_{r+1}^d)$ と表す。つぎに、補修政策 $\xi \in \Xi$ に従って、補修アクションが実施された後の状態変数は $\tilde{h}_s(t_{r+1}^d) = \eta^\xi(h_s(t_{r+1}^d))$ と表される。この時、コンクリート版の劣化・補修過程は、1) 時刻 t_r^d の補修後の状態変数ベクトル $\tilde{\mathbf{h}}(t_r^d) = \{\tilde{h}_s(t_r^d) : s = 1, \dots, S\}$ 、2) 時刻 t_{r+1}^d の点検後に観測される状態変数ベクトル $\mathbf{h}(t_{r+1}^d) = \{h_s(t_{r+1}^d) : s = 1, \dots, S\}$ 、3) 時刻 t_{r+1}^d の補修後に定義される状態変数ベクトル $\tilde{\mathbf{h}}(t_{r+1}^d) = \{\tilde{h}_s(t_{r+1}^d) : s = 1, \dots, S\}$ を用いて記述できる。

補修政策 $\xi \in \Xi$ に基づく補修アクション内容は、メッシュ s の損傷度 $h_s(t_{r+1}^d)$ に対して、上述した補修アクションルールによって記述される。いま、点検後のメッシュ s のコンクリート版の状態を $h_s(t_{r+1}^d) = j$ としよう。さらに、補修政策 ξ を適用することにより、補修前後の当該メッシュの損傷状態は変化するが、このような損傷状態の推移関係は

$$q_{jj'}^\xi = \begin{cases} 1 & \eta^\xi(j) = j' \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (j = 1, \dots, M; j' = 1, \dots, j) \quad (6)$$

と表すことができる。ここで、補修政策 ξ の下で、時刻 t_r^d の補修アクション実施後の構造部の状態 $\tilde{h}_s(t_r^d) = i$ から、時刻 t_{r+1}^d における補修アクション実施後における

メッシュの状態 $\tilde{h}_s(t_{r+1}^d) = j'$ へ推移する確率 $P_{ij'}^\xi$ は、

$$P_{ij'}^\xi = \sum_{j=1}^M p_{ij} q_{jj'}^\xi \quad (7)$$

と表される。したがって、補修政策 ξ の下におけるコンクリート版の推移確率行列は

$$\mathbf{P}^\xi(d) = \begin{pmatrix} P_{11}^\xi & P_{12}^\xi & \cdots & P_{1M}^\xi \\ P_{21}^\xi & P_{22}^\xi & \cdots & P_{2M}^\xi \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{M1}^\xi & P_{M2}^\xi & \cdots & P_{MM}^\xi \end{pmatrix} \quad (8)$$

と定義される。

(4) 劣化・補修過程の集計化

現実には、メッシュごとの損傷度に関するデータを獲得することは困難である。そこで、**3. (2)** で定義したメッシュ単位の劣化・補修過程を集計化し、対象とするコンクリート版全体の劣化・補修過程をモデル化しよう。そこで、対象とするコンクリート版に存在する損傷度別の損傷面積を、損傷別メッシュ数を用いて表現しよう。例えば、1メッシュ当たりの単位面積を 1m^2 に基準化しよう。損傷度 i のメッシュ数が m_i 個存在すれば、損傷度 i の損傷面積は $m_i\text{m}^2$ となる。補修政策 $\xi \in \Xi$ の下で、時刻 t_r^d におけるコンクリート版の劣化状態は、各損傷度別の延べ面積を表す状態変数を用いて

$$\mathbf{a}_i^\xi(t_r^d) = m_i \quad (i = 1, \dots, M) \quad (9)$$

と表せる。ただし、 m_i は、損傷度が i であるようなメッシュの個数を表す。各状態の延べ面積の総和をとると、コンクリート版の総面積 S に一致するため

$$\sum_{i=1}^M m_i = S \quad (10)$$

が成立する。さらに、損傷度別の延べ面積ベクトルを

$$\mathbf{a}^\xi(t_r^d) = \{a_1^\xi(t_r^d), \dots, a_M^\xi(t_r^d)\} \quad (11)$$

と表現する。さらに、損傷別延べ面積 $a_i^\xi(t_r^d)$ を総面積 S を用いて基準化し、損傷度 i の相対頻度 $\pi_i^\xi(t_r^d) = a_i^\xi(t_r^d)/S$ を要素とする相対頻度ベクトル

$$\boldsymbol{\pi}^\xi(t_r^d) = \{\pi_1^\xi(t_r^d), \dots, \pi_M^\xi(t_r^d)\} \quad (12)$$

を定義する。相対頻度の定義より、

$$\sum_{i=1}^M \pi_i^\xi(t_r^d) = 1 \quad (13)$$

が成立する。なお、相対頻度は、時刻 t_r^d における補修アクションが実施された後の状態で定義されている。さらに、時刻 t_r^d から時刻 t_{r+1}^d まで、推移確率 (7) に従って状態が推移する。この時、時刻 t_r^d と時刻 t_{r+1}^d の相対頻度の間には

$$\boldsymbol{\pi}_j^\xi(t_{r+1}^d) = \sum_{i=1}^M P_{ij}^\xi \pi_i^\xi(t_r^d) \quad (14)$$

が成立する。上式をベクトル表記すれば、

$$\boldsymbol{\pi}^\xi(t_{r+1}^d) = \boldsymbol{\pi}^\xi(t_r^d) \mathbf{P}^\xi(d) \quad (15)$$

と表すことができる。さらに、初期時刻における相対頻度 $\boldsymbol{\pi}^\xi(t_0)$ を与件とすれば、任意の定期点検時刻 $t_r^d = t_0 + rd$ における期待相対頻度 $\boldsymbol{\pi}^\xi(t_r^d)$ は

$$\boldsymbol{\pi}^\xi(t_r^d) = \boldsymbol{\pi}^\xi(t_0) \{\mathbf{P}^\xi(d)\}^r \quad (16)$$

と表される。ここに、 $\{\mathbf{P}^\xi(d)\}^r$ は推移確率行列 $\mathbf{P}^\xi(d)$ を r 回乗じた行列を意味する。点検・補修政策 ξ に対する推移確率行列 $\mathbf{P}^\xi(d)$ を与えれば、式 (16) を用いてシステムの平均的な劣化・補修過程を記述できる。

(5) 最適点検補修モデルの定式化

最適点検・補修モデルを定式化するために、下水処理施設のライフサイクル費用の平均値を定義しよう。いま、コンクリート版の損傷度を j から j' ($1 \leq j' \leq j \leq M$) へ修復するための補修費用を $c_{jj'}^\xi$ と表そう。ただし、補修費用は条件

$$c_{jj'}^\xi \leq \cdots \leq c_{ll'}^\xi \leq \cdots \leq c_{Ml'}^\xi \quad (17)$$

$$(j \leq l \leq M; j' = 1, \dots, j)$$

を満足すると仮定する。また、 $c_{jj}^\xi = 0$ を仮定する。条件 (17) は補修前の劣化水準が悪い方が、同一の劣化水準に回復するための費用が大きくなることを意味する。

いま、施設の点検・補修過程が点検間隔 d で繰り返され、長期定常状態に到達したとする。この時、コンクリート版の推移確率行列 $\mathbf{p}(d)$ 、および補修政策 ξ のもとでのコンクリート版の推移確率行列 $\mathbf{P}^\xi(d)$ が一意に定まる。以下、簡便のために d を省略することとする。補修政策 ξ のもとでの、コンクリート版 k の損傷度に関する定常確率ベクトルを $\boldsymbol{\pi}^{k\xi} = (\pi_1^{k\xi}, \dots, \pi_M^{k\xi})$ と表そう。定常確率は、

$$\boldsymbol{\pi}^{k\xi} = \boldsymbol{\pi}^{k\xi} \mathbf{P}^{k\xi} \quad (18)$$

を満足するような $\boldsymbol{\pi}^{k\xi}$ として定義される。この時、コンクリート版 k の単位期間費用 w_k^ξ は、

$$w_k^\xi = \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^M \sum_{j'=1}^j p_{ij}^k q_{jj'}^\xi c_{jj'}^\xi S^k \pi_i^{k\xi} \quad (19)$$

と表すことができる。点検間隔 d を変化させることにより、単位期間費用 w_k^ξ は変化する。単位期間費用が点検間隔 d の関数であることを明示するために、単位期間費用を $w_k^\xi(d)$ としよう。この時、補修政策 ξ における下水処理施設全体の平均費用 $W^\xi(d)$ は、

$$W^\xi(d) = \frac{\sum_{k=1}^K w_k^\xi(d) + J}{d} \quad (20)$$

と定義できる。ただし、 J は下水処理施設全体を1回点検するために必要な点検費用である。

つぎに、施設のリスク管理のために下水処理施設の損失期待値 $R^\xi(d)$ を定義しよう。いま、下水処理施設の管理において、重大損失が起きる確率を $\boldsymbol{\nu} = (\nu_1, \dots, \nu_M)$ とする。 ν_i ($i = 1, \dots, M$) は、損傷度 i のメッシュが重大損失を引き起こす確率である。重大損失が生じた時の復旧補修費用単価を c_R とし、復旧補修後は損傷度1まで

回復する。このとき、点検間隔 d のもとでの下水処理施設の損失期待値 $R^\xi(d)$ を、

$$R^\xi(d) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^M p_{ij}^k \nu_j c_{RS}^k \pi_i^{\xi} \quad (21)$$

と定義する。以上より、点検間隔、および補修政策を求める最適な点検・補修政策モデルは、

$$\min_{d, \xi} \left\{ W^\xi(d) + R^\xi(d) \right\} \quad (22)$$

と定式化できる。

4. モデルの作成

(1) データベースの作成

本研究では、津田らが開発したマルコフ劣化ハザードモデル⁸⁾を用いて、コンクリート版の劣化予測を試みる。マルコフ劣化ハザードモデルの推計方法に関する既存の研究^{16)–19)}は、すべて個別の部材や施設に関する損傷度の履歴データに基づいて、マルコフ劣化ハザードモデルを構成する多段階指数ハザードモデルのパラメータを推計する方法論が採用されている。しかしながら、多くの下水処理池の点検・補修過程では、損傷が発生した面積に関するデータのみが利用可能な場合が少なくない。しかも、個々のコンクリート版は面積が異なる場合が少なくない。そこで、このような異質なコンクリートの損傷度別面積データに基づいて、マルコフ推計確率を推計することが必要となる。いま、下水池の劣化過程に関する情報が、点検・補修時における損傷度別補修面積データとして記録されていると考えよう。施設管理者は、複数の下水処理池を同時に管理しており、これらの下水処理池は、面積が異なる K 個のコンクリート版で構成されている。いま、コンクリート版 k ($k = 1, \dots, K$) に関して、初期時刻 t_0 を含めた時刻 t_{r_k} ($r_k = 0, \dots, T^k$) で点検・補修工事が実施され、合計 T^k 回の工事実績データが残存しているとしよう。ここに、記号「 $\bar{\cdot}$ 」は、実績値であることを意味する。点検・補修時刻 t_{r_k} においては、前回の点検時刻 $t_{r_{k-1}}$ からの経過時間 z_{r_k} と、時刻 t_{r_k} における損傷度別面積 \bar{a}_{r_k} 、及び補修後の損傷度面積 $\bar{\alpha}_{r_k}$ に関するデータ $\theta_{r_k} = \{z_{r_k}, \bar{a}(t_{r_k}), \bar{\alpha}(t_{r_k})\}$ が入手可能である。さらに、すべての点検履歴データの集合を $\Theta = \{\theta_{r_k} : r_k = 0, \dots, T^k; k = 1, \dots, K\}$ と表そう。劣化予測を行うためには、これらの過去の点検履歴情報から、マルコフ推移確率を推計することが必要となる。

(2) マルコフ劣化モデル

マルコフ推移確率は、マルコフ劣化ハザードモデルを用いて推定できる。マルコフ劣化ハザードモデルの詳細は参考文献⁸⁾に譲り、ここではモデルの概要のみを説明する。いま、説明の便宜上、再びコンクリート版 k のあるメッシュの劣化過程に着目しよう。メッシュの

添え字 s の記述を省略する。コンクリート版 k の損傷度 i ($i = 1, \dots, M-1$) の寿命 (その損傷度が継続する時間長) を確率変数 ζ_i^k で表す。損傷度 i の寿命が、確率密度関数 $f_i^k(\zeta_i^k)$ 、分布関数 $F_i^k(\zeta_i^k)$ に従うと仮定する。対象とするメッシュにおいて、損傷度が変化した時刻 t_i^k ($i = 0, \dots, M-1$) を起点とする時間軸 (以下、サンプル時間軸と呼ぶ) を考えよう。損傷度 i のサンプル時間軸上で、カレンダー時刻 t_{i-1}^k からの経過時間を y_i^k と表記する。定義より、時刻 t_{i-1}^k では $y_i^k = 0$ となる。ここで、時刻 t_{i-1}^k に損傷度が i となり、そこから時間 y_i^k が経過した時刻において損傷度が $i+1$ に変化する確率密度を指数ハザード関数

$$\lambda_i^k(y_i^k) = \lambda_i^k \quad (23)$$

を用いて表現する。指数ハザード関数を用いることにより、劣化過程が過去の履歴に依存しないというマルコフ性を表現できる。指数ハザード関数を用いれば、損傷度 i の寿命が y_i^k 以上となる確率 $\bar{F}_i^k(y_i^k)$ は、

$$\bar{F}_i^k(y_i^k) = \exp(-\lambda_i^k y_i^k) \quad (24)$$

と表現できる。したがって、時刻 t_{r_k} において損傷度が i と判定され、次の検査時刻 $t_{r_{k+1}} = t_{r_k} + z_{r_k}$ においても損傷度が i と判定される確率は、

$$p_{ii}^k = \exp(-\lambda_i^k z_{r_k}) \quad (25)$$

となる。ただし、 z_{r_k} は2つの点検・補修時刻の間隔を表す。さらに、検査時刻 t_{r_k} と $t_{r_{k+1}}$ の間で損傷度が i から j ($j > i$) に推移するマルコフ推移確率 $p_{ij}^k(z_{r_k})$ ($i = 1, \dots, M-1; j = i, \dots, M$) は、

$$\begin{aligned} p_{ij}^k(z_{r_k}) &= \text{Prob}[h(t_{r_k}) = j | h(t_{r_{k-1}}) = i] \\ &= \sum_{m=i}^j \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\lambda_s^k}{\lambda_s^k - \lambda_m^k} \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\lambda_s^k}{\lambda_{s+1}^k - \lambda_m^k} \exp(-\lambda_m^k z_{r_k}) \\ &\quad (i = 1, \dots, M-1; j = i+1, \dots, M) \end{aligned} \quad (26)$$

と表すことができる⁸⁾。ただし、表記上の規則として、

$$\begin{cases} \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\lambda_s^k}{\lambda_s^k - \lambda_m^k} = 1 & (m = i \text{ の時}) \\ \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\lambda_s^k}{\lambda_{s+1}^k - \lambda_m^k} = 1 & (m = j \text{ の時}) \end{cases}$$

が成立すると考える。さらに、表記の便宜上、

$$\begin{aligned} &\prod_{s=i, s \neq m}^{j-1} \frac{\lambda_s^k}{\lambda_s^k - \lambda_m^k} \exp(-\lambda_m^k z_{r_k}) \\ &= \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\lambda_s^k}{\lambda_s^k - \lambda_m^k} \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\lambda_s^k}{\lambda_{s+1}^k - \lambda_m^k} \exp(-\lambda_m^k z_{r_k}) \end{aligned}$$

と簡略化する。また、 $p_{iM}^k(z_{r_k})$ に関しては、マルコフ推移確率の条件より次式で表せる。

$$p_{iM}^k(z_{r_k}) = 1 - \sum_{j=i}^{M-1} p_{ij}^k(z_{r_k}) \quad (27)$$

$(i = 1, \dots, M-1)$

(3) モデルの推計方法

マルコフ劣化ハザードモデル (25), (26) を、点検履歴情報 Θ を用いて推計する方法を提案する。いま、あるコンクリート版 k ($k = 1, \dots, K$) に着目しよう。コンク

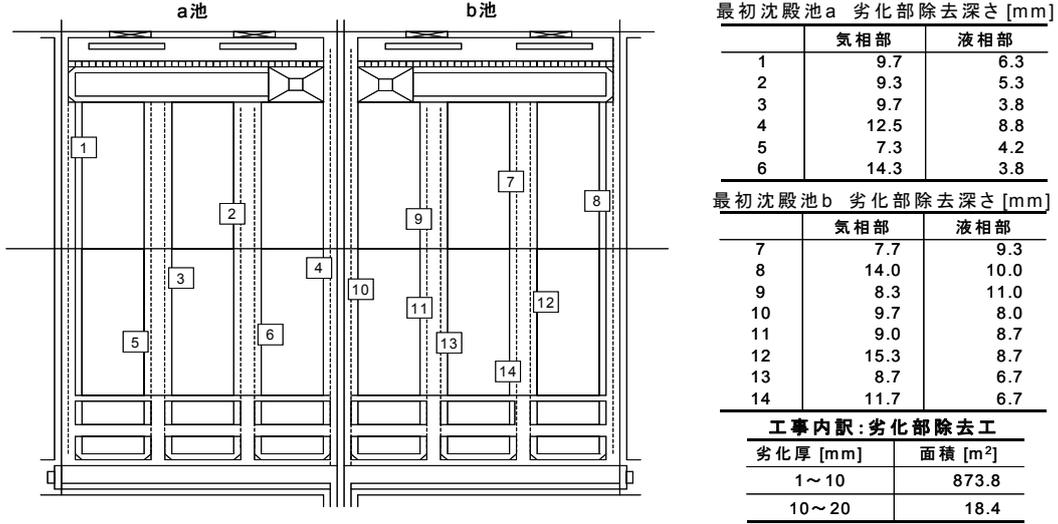


図-4 工事实績データの事例

リート版 k の劣化過程を特徴づけるハザード率 λ_i^k ($i = 1, \dots, I-1; k = 1, \dots, K$) は施設の特性ベクトルに依存して変化すると考え、ハザード率 λ_i^k を特性ベクトル \mathbf{x}^k を用いて

$$\lambda_i^k = \mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}'_i \quad (28)$$

と表そう。ただし、 $\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,H})$ は未知パラメータ $\beta_{i,h}$ ($h = 1, \dots, H$) による行ベクトル、記号「 \cdot 」は転置操作を表す。また、 $x_1^k = 1$ より、 $\beta_{i,1}$ は定数項を表す。ここで、前回の点検時刻 \bar{t}_{r_k-1} における損傷度別相対頻度分布を

$$\bar{\boldsymbol{\pi}}^{r_k-1} = (\bar{\pi}_1^{r_k-1}, \dots, \bar{\pi}_M^{r_k-1}) \quad (29)$$

と表そう。ただし、 $\bar{\pi}_i^{r_k-1}$ ($i = 1, \dots, M$) は、点検時刻 \bar{t}_{r_k-1} において、コンクリート版 k の総面積に損傷度 i の損傷箇所の面積が占める割合を表す。時刻 \bar{t}_{r_k-1} と時刻 $\bar{t}_{r_k} = \bar{t}_{r_k-1} + \bar{z}_{r_k}$ において点検・補修間隔 \bar{z}_{r_k} における推移確率行列を

$$\mathbf{p}^k(\bar{z}_{r_k}) = \begin{pmatrix} p_{11}^k(\bar{z}_{r_k}) & \cdots & p_{M1}^k(\bar{z}_{r_k}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{M1}^k(\bar{z}_{r_k}) & \cdots & p_{MM}^k(\bar{z}_{r_k}) \end{pmatrix} \quad (30)$$

と表せば、時刻 \bar{t}_{r_k-1} で評価した時刻 \bar{t}_{r_k} における損傷度別相対頻度の予測値 $\boldsymbol{\pi}_i^{r_k}$ は

$$\boldsymbol{\pi}_i^{r_k} = \bar{\boldsymbol{\pi}}^{r_k-1} \mathbf{p}^k(\bar{z}_{r_k}) \quad (31)$$

と表される。式(31)を具体的に書けば、

$$\pi_j^{r_k} = \sum_{i=1}^j \bar{\pi}_i^{r_k-1} p_{ij}^k(\bar{z}_{r_k}) \quad (r = 1, \dots, I) \quad (32)$$

と表される。行和と列和の順序を入れ替えれば、相対頻度 $\pi_j^{r_k}$ に関して

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^I \pi_j^{r_k} &= \sum_{j=1}^I \sum_{i=1}^j \bar{\pi}_i^{r_k-1} p_{ij}^k(\bar{z}_{r_k}) \\ &= \sum_{i=1}^I \sum_{j=i}^I \bar{\pi}_i^{r_k-1} p_{ij}^k(\bar{z}_{r_k}) = \sum_{i=1}^I \bar{\pi}_i^{r_k-1} = 1 \end{aligned}$$

が成立する。ここで、時刻 \bar{t}_{r_k} において観測された損傷

度別頻度分布の観測値を $\bar{e}_j^{r_k}$ と表そう。この時、観測値ベクトル

$$\mathbf{e}_{r_k} = (\bar{e}_1^{r_k}, \dots, \bar{e}_M^{r_k}) \quad (33)$$

が生起する確率密度(尤度) $\mathcal{L}_{r_k}(\boldsymbol{\theta}_{r_k}; \boldsymbol{\beta})$ は、多項分布

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{r_k}(\boldsymbol{\theta}_{r_k}) &= f(\bar{\mathbf{e}}_{r_k}) \\ &= \frac{S^{r_k}!}{\bar{e}_1^{r_k}! \cdots \bar{e}_M^{r_k}!} \prod_{j=1}^M (\pi_j^{r_k})^{\bar{e}_j^{r_k}} \end{aligned} \quad (34)$$

と表される。したがって、観測値が生起する同時生起分布は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\boldsymbol{\Theta}_{r_k}) &= \prod_{k=1}^K \prod_{r_k=1}^{T^k} f(\bar{\mathbf{e}}_{r_k}) \\ &\propto \prod_{k=1}^K \prod_{r_k=1}^{T^k} \prod_{j=1}^M (\pi_j^{r_k})^{\bar{e}_j^{r_k}} \end{aligned} \quad (35)$$

と表される。ただし、 $\pi_j^{r_k}$ は式(32)で表される。さらに、式(32)に含まれる推移確率 $p_{ij}^k(\bar{z}_{r_k})$ が、マルコフ劣化ハザードモデル(25),(26)を用いて表現されることに着目しよう。推移確率 $p_{ij}^k(\bar{z}_{r_k})$ が、ハザード率(28)の未知パラメータ $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}_1, \dots, \boldsymbol{\beta}_{M-1})$ の関数であることを明示的に示すために $p_{ij}^k(\bar{z}_{r_k}; \boldsymbol{\beta})$ と表記しよう。したがって、対数尤度関数は(定数項を省略すれば)、

$$\begin{aligned} \ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\Theta}; \boldsymbol{\beta}) &= \sum_{k=1}^K \sum_{r_k=1}^{T^k} \sum_{j=1}^M \bar{e}_j^{r_k} \ln \pi_j^{r_k} \\ &= \sum_{k=1}^K \sum_{r_k=1}^{T^k} \sum_{j=1}^M \bar{e}_j^{r_k} \ln \left\{ \sum_{i=1}^j \bar{\pi}_i^{r_k-1} p_{ij}^k(\bar{z}_{r_k}; \boldsymbol{\beta}) \right\} \end{aligned} \quad (36)$$

と表される。対数尤度関数(36)を最大にするようなパラメータ値 $\boldsymbol{\beta}$ の最尤推定量は

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\Theta}; \hat{\boldsymbol{\beta}})}{\partial \beta_{ih}} = 0 \quad (37)$$

$$(i = 1, \dots, M-1; h = 1, \dots, H)$$

を同時に満足する $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\hat{\beta}_{1,1}, \dots, \hat{\beta}_{i,h}, \dots, \hat{\beta}_{M-1,H})$ とし与えられる。さらに、パラメータの漸近的な共分散行

表-1 損傷度ランクの定義

損傷度ランク	劣化過程	劣化過程の定義
1	潜伏期	中性化深さが鋼材の腐食発生限界に到達するまでの期間
2	進展期	鋼材の腐食開始から腐食ひび割れ発生までの期間
3	加速期	腐食ひび割れ発生により鋼材の腐食速度が増大する期間
4	劣化期	鋼材の腐食量の増加により耐荷力の低下が顕著な期間

列の推定量 $\hat{\Sigma}(\hat{\beta})$ は,

$$\hat{\Sigma}(\hat{\beta}) = \left[\frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}(\Theta : \hat{\beta})}{\partial \beta_{ih} \partial \beta_{i'h'}} \right]^{-1} \quad (38)$$

と表すことができる^{20),21)}. ただし, 上式の右辺の逆行列は $\partial^2 \ln \mathcal{L}(\Theta : \hat{\beta}) / \partial \beta_{ih} \partial \beta_{i'h'}$ を要素とする $(M-1)H \times (M-1)H$ 次の Fisher 情報行列²¹⁾の逆行列である. パラメータの最尤推定量は, $(M-1)H$ 次元の非線形連立方程式(37)を解くことにより得られる. 本研究では, ニュートン・ラフソン法により最尤推定量を求めることとした. 最尤推定量 $\hat{\beta}$ を求めれば, 共分散行列の推定量 $\hat{\Sigma}(\hat{\beta})$ を用いて t -検定統計量を推定できる.

5. 適用事例

(1) 適用事例の概要

本研究で提案した最適点検・補修モデルの有効性を検証するために, 下水処理施設のアセットマネジメントを分析対象としてとりあげる. 下水処理施設は, 処理前の下水が流入する着水井から, 処理の最終段階にあたる消毒槽までの一連の施設により構成される(図-1)が, 本研究では損傷として非硫酸系腐食の劣化過程をモデル化するために, 好気型の反応タンク, 最終沈殿池のコンクリート版を具体的な対象とする. 残念ながら, 現時点において下水処理池のコンクリート版の劣化過程に関するデータはほとんど蓄積されていない. コンクリート版の補修工事実績に関するデータのみが利用可能である. 本研究では, これまで蓄積された数少ない工事実績データに基づいて, 集計的マルコフ劣化ハザードモデルを推計した. 工事実績データは, 図-4に示すように, コンクリート版における補修箇所ならびに損傷の程度, 補修工法が記載されているのみである(ただし, 図-4はあくまでも工事実績データの記載事例を示したものであり, モデル推計に用いた実績データとは異なっていることを断っておく). 現在のところ, 工事実績データも1つの下水道処理場に関するコンクリート版に関するデータのみが入手可能である. このように本研究で用いるデータベースは, 試行的に作成したデータベースのプロトタイプとも言うべきものである. 今後, 工事実績データが増加すれば, 下水処理施設の劣化過程を表す本格的なデータベースを作成することが可能である. このように, 本研究では極めて限られたプロトタイプ・データベースを用いて集計的マルコフ劣化ハザードモデルを推計する.

表-2 損傷度ランクと中性化深さの関係

損傷度ランク	中性化深さ
1	0~3.5cm
2	3.5~6.0cm
3	6.0~8.0cm
4	8cm以上

表-3 マルコフ劣化ハザードモデルの推定結果

損傷度	定数項	利用目的
	$\beta_{i,1}$	$\beta_{i,2}$
1	0.1119	-0.0835
	(59.08)	(-32.69)
2	0.0770	-0.0476
	(17.55)	(-7.24)
3	0.1006	-0.0736
	(16.01)	(-8.89)

注) 括弧内は t -値を示している.

当然のことながら, 本モデルの実用性を検討するためには, 今後工事実績データを蓄積して, マルコフ劣化ハザードモデルの推計精度を向上させることが必要である.

対象とした下水処理施設は, 4つの汚水処理池で構成される. 1つの処理池は, 5つのコンクリート版で構成されている. 各コンクリート版 k ($k = 1, \dots, 20$) に関して, 初期時刻と補修時刻 t_k における損傷度別の延べ面積ベクトル $\tilde{\alpha}_k$ に関する情報が入手可能である. ただし, 初期時点からの経過時間は \bar{z}_k と表される. 本来であれば, 説明変数として, コンクリート版の構造特性, 環境条件などを表現する指標を取り上げるべきである. しかし, データの入手上の制約から, 好気型反応タンク(以下, タイプAと呼ぶ), 最終沈殿池(タイプB)という処理池の利用目的を表すダミー変数のみを採用することとした. 下水処理場のアセットマネジメントの実際を考えれば, コンクリート版が液相部にあるか, 気相部にあるかといった環境条件を採用することが望ましいが, データの制約で環境条件を説明変数として取り上げることは断念した. なお, 本研究では下水処理施設の非硫酸系腐食, すなわちコンクリート版の中性化を念頭においているため, 下水処理施設の損傷度は, 土木学会コンクリート標準示方書²²⁾に従って, 表-1に示す4段階 ($M=4$) とする. また, 実際の中性化に対する損傷度については, 腐食状態の指標として中性化深さが採用されている. 損傷度と中性化の関係を表-2に示している.

(2) 推計結果

前節で設定したプロトタイプ・データベースに基づ

表-4 タイプAのマルコフ推移確率

損傷度	1	2	3	4	ハザード率
1	0.8942	0.1018	0.0039	0.0001	0.1119
2	0	0.9259	0.0704	0.0037	0.0770
3	0	0	0.9043	0.0957	0.1006
4	0	0	0	1.0000	-

表-5 タイプBのマルコフ推移確率

損傷度	1	2	3	4	ハザード率
1	0.9721	0.0275	0.0004	0.0000	0.0283
2	0	0.9711	0.0285	0.0004	0.0293
3	0	0	0.9733	0.0267	0.0271
4	0	0	0	1.0000	-

いて、マルコフ劣化ハザードモデルを推定した。同データベースでは損傷度が4段階のレーティングで評価されている。したがって、損傷度4の状態を除く合計3つのレーティングに対して、3つのマルコフ劣化ハザードモデルを定義できる。コンクリート版の構造特性や環境条件を表す説明変数 $\mathbf{x}^k = (x_1^k, x_2^k)$ として、 $x_1^k = 1$: 定数項、 x_2^k : 処理池の利用目的という説明変数を採用した。これより、マルコフ劣化ハザードモデルを具体的に書き表せば、

$$\theta_i^k = \beta_{i,1} + x_2^k \beta_{i,2} \quad (39)$$

$(i = 1, \dots, 3; k = 1, 2)$

となる。また、 x_2^k は、

$$x_2^k = \begin{cases} 0 & \text{好気型反応タンクするとき} \\ 1 & \text{最終沈殿池するとき} \end{cases} \quad (40)$$

である。このようにマルコフ劣化ハザードモデルを定義すれば、3つのレーティングのそれぞれに対して $\beta_{i,1}, \beta_{i,2} (i = 1, \dots, 3)$ という2つの未知パラメータが存在するため、合計6個の未知パラメータが推計対象となる。その中で、符号条件を満足し、かつ説明変数の説明力に関する仮説を有意水準5%の t -検定で棄却されないような説明変数の組み合わせを抽出し、対数尤度をもっとも大きくなるような説明変数の組み合わせを選択した。表-3には以上の手順で推定したマルコフ劣化ハザードモデルのパラメータの最尤推定値 $\hat{\beta}$ を示している。また、同表には各説明変数の t -値も併せて記している。同表からは、採用した説明変数 x_2^k に対応する $\beta_{i,2}$ が全て負値を示しているため、タイプBの劣化がAよりも遅くなる事が理解できる。次に、プロトタイプ・データベースを用いてマルコフ劣化ハザード関数を推定するとともに、各タイプのマルコフ推移確率を算定した。表-4、表-5に、タイプA、タイプBそれぞれのマルコフ推移確率とハザード率を示す。ただし、マルコフ推移確率行列の点検間隔は \bar{z}_r である。また、当該損傷度にはじめて到達した時点から、劣化が進展して次の損傷度に進むまでの損傷度の期待寿命は、生存関数 $\bar{F}_i^k(y_i^k)$ を用いて

$$RMD_i^k = \int_0^{\infty} \bar{F}_i^k(y_i^k) dy_i^k \quad (41)$$

と表される。ここで、マルコフ劣化ハザード関数を用い

表-6 各タイプのレーティング期待寿命

損傷度	タイプA(年)	タイプB(年)
1	8.99	35.30
2	12.99	34.08
3	9.94	36.93

表-7 レーティング期待寿命

損傷度	$E[\lambda_i]$	$E[RMD_i^k]$ (年)
1	0.0701	22.12
2	0.0531	23.54
3	0.0639	23.43

た生存関数 $\bar{F}_i^k(y_i^k)$ が式(24)で表されることに留意すれば、各損傷度の期待寿命は

$$RMD_i^k = \int_0^{\infty} \exp(-\lambda_i^k y_i^k) dy_i^k = \frac{1}{\lambda_i^k} \quad (42)$$

と表される。そこで、各タイプに対して各損傷度の期待寿命 RMD_i^k を求めた。タイプA、タイプBの各損傷度の期待寿命を表-6に示す。同表に示すように、タイプごとで期待寿命が大きく異なる事が理解できる。

続いて、プロトタイプ・データベースを用いてマルコフ劣化ハザード関数を推定するとともに、期待ハザード率 $E[\lambda_i]$ を求めた。期待ハザード率 $E[\lambda_i]$ は、対象とするコンクリート版母集団を Θ 、母集団 Θ における構造特性、環境条件の分布関数 $\Gamma(\mathbf{x})$ とした時、

$$E[\lambda_i] = \int_{\Theta} \mathbf{x} \beta'_i d\Gamma(\mathbf{x}) \quad (43)$$

と表せる。以上の結果を表-7に示す。さらに、各損傷度の期待寿命 RMD_i^k の平均値 $E[RMD_i^k]$ を求めた。その結果も表-7に併記している。劣化速度が全レーティングを通してほぼ一定となっている事がわかる。

また、表-7の期待ハザード率 $E[\lambda_i]$ を用いて算出した平均的マルコフ推移確率を表-8に示す。ただし、マルコフ推移確率行列の点検間隔は \bar{z}_k である。続いて、利用目的が異なる2種類のコンクリート版における損傷度別の頻度分布の経年変化を図-5、図-6に示す。図-5に示すコンクリート版では、損傷度1の割合が50%となるのにおよそ6年であるのに対し、図-6に示すコンクリート版ではおよそ25年である。このように損傷度別の頻度分布の経年変化が大きくなる下水処理施設に対しては、最適な点検・補修政策を設定する必要がある。

(3) 最適点検・補修政策

点検・補修政策 ξ 、および点検間隔 d を設定することで、式(18)で示される定常確率 π^{ξ} を求めることができる。下水処理施設の点検・補修過程においては、先に述べたように、限られた時間の範囲で点検・補修作業を実施する必要があるため、損傷度の頻度分布を考慮して補修を実施することは現実的ではない。劣化が進行していると判断された箇所は速やかに補修が実施される。したがって、本適用事例では、表-9に示す4つの点検・補修政策を設定した。いずれの政策においても、補修が実施

表-8 平均的マルコフ推移確率

損傷度	1	2	3	4
1	0.9323	0.0659	0.0018	0.0000
2	0	0.9482	0.0501	0.0016
3	0	0	0.9381	0.0619
4	0	0	0	1.0000

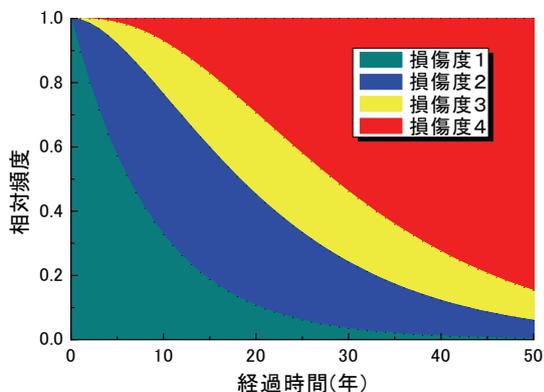


図-5 損傷度別の頻度分布の経年変化(タイプ A)

されると、コンクリート版の損傷度は1まで回復し、回復後は補修以前と同様の劣化過程を辿るものとする。なお、本適用事例では非硫酸系腐食であるコンクリート版の中酸化を念頭に置いているため、補修工法として中性化補修工法を用いる。具体的な規格はコンクリート標準示方書²²⁾に詳しい。ここでは、中性化補修工法が劣化部除去工、鉄筋処理工、断面修復工の3工法によりなるものとし、損傷度ランクに応じて補修の規模が異なることで補修費用に相違が生じると考える。また、下水処理施設のライフサイクル費用を求めるためには補修にかかる費用 c_j^j に加え、点検費用 J 、損失リスク発生時の復旧補修費用 cR に関するデータが必要となる。本適用事例では、実際の点検・補修業務を参考にして、表-10に示すような補修費用、点検費用、および復旧補修費用を用いることとした。さらに、コンクリート版の面積 $S^k(k=1,2)$ を $S^k=100(k=1,2)$ 、重大損失が起きる確率 ν を $\nu=(0,0,0,0.01)$ と設定する。つまり、重大損失に関しては、損傷度が4のみで発生する可能性を想定している。

以上のデータをもとにライフサイクル費用を計算する。ライフサイクル費用の算定に際しては、対象とするコンクリート版は初期時点において全て損傷度が1であるととした。図-7には補修政策 ξ_1 において、点検間隔 d を逐次変化させたときの平均費用、損失期待値を示している。点検間隔が大きくなるにつれて平均費用は減少していくが、損失期待値は増加していく。一方、点検間隔が小さくなると損失期待値は減少するが、平均費用は増加しており、これらから平均費用と損失期待値の間には明確な

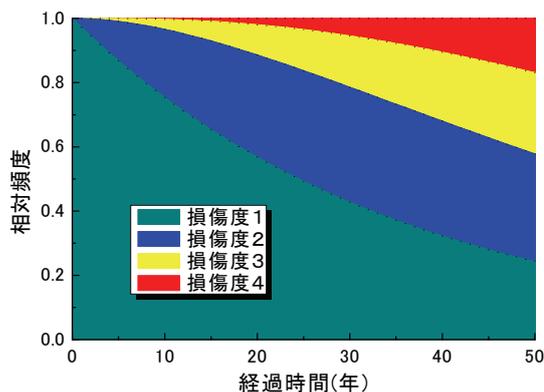


図-6 損傷度別の頻度分布の経年変化(タイプ B)

表-9 点検・補修政策

政策 ξ_1	損傷度 2,3,4 になれば直ちに補修を実施する。
政策 ξ_2	損傷度 3,4 になれば直ちに補修を実施する。
政策 ξ_3	損傷度 4 になれば直ちに補修を実施する。
政策 ξ_4	損傷度 2,4 になれば直ちに補修を実施する。

トレードオフの関係が見て取れる。平均費用と損失期待値を足し合わせたものを総費用と定義しよう。総費用が最小となる点は唯一に定まり、総費用最小化を実現する点検間隔は7年となっている。またこのとき、1年あたりの平均費用はおよそ53万円、損失期待値は6万円、総費用は59万円となる。

最後に、補修政策ごとの費用曲線を図示したものを図-8に示す。同図より、本適用事例では補修政策 ξ_1 を実施、すなわち損傷が発見されると直ちに補修を行うという政策を実施した場合に総費用が最小となることが理解できる。これは解析条件として全てのコンクリート版の初期の損傷度が1であると設定したために、損傷がそれほど進展しない軽微な段階で補修を実施するという、予防保全政策が総費用を最小化する最適補修政策となることを示している。また、補修政策 ξ_2 と ξ_4 を比較すると、損傷が軽微な損傷度2で補修を実施する補修政策 ξ_4 の方がライフサイクル費用は小さくなる。しかし、その反面、損傷度3のサンプルに対して補修を実施しないため、損傷度4に進展するサンプルが増加する結果、補修政策 ξ_2 の方が総費用は小さくなる。以上の分析結果は、コンクリート版の初期状態に大きく依存することが考えられるので、いずれにせよ、実際の点検・補修データを蓄積することが重要である。

6. おわりに

本研究では、補修タイプ別の補修工事量という集計的劣化情報を用いて、下水処理施設のコンクリート版に対するマルコフ劣化モデルを定式化し、推計手法を示した。また、補修の平均費用と損失期待値の和となる総費用を

パラメータ	単位費用
c_2^1	2.76(万円/ m^2)
c_3^1	6.43(万円/ m^2)
c_4^1	11.93(万円/ m^2)
J	100(万円/回)
cR	200(万円/ m^2)

注) c_j^j は損傷度 j から損傷度 j' へと補修を実施した際に生じる単位面積当たりの費用であり, J は施設全体を1回点検するために必要な費用, cR は復旧補修費用である.

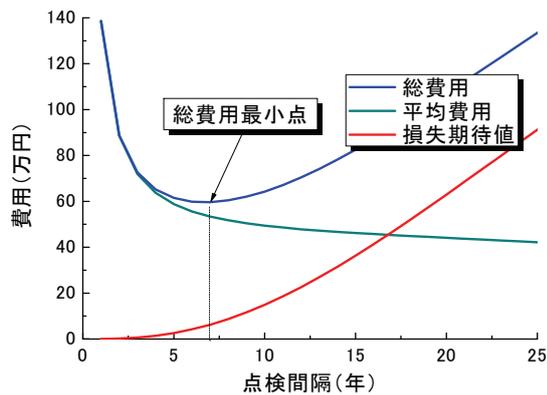


図-7 補修政策 ξ_1 の費用曲線

最小化する最適な点検・補修政策モデルを構築した。さらに、下水処理施設の補修工事実績データに関するプロトタイプ・データベースを用いて、提案したモデルの有効性を検証した。

しかしながら、今後の検討として、以下のような課題をあげることができる。第一に、本研究の適用事例ではプロトタイプデータベースを用いており、本手法の実用性を議論するためには、実際の点検・補修データを用いた実証分析を積み重ねることが不可欠である。したがって、この課題を解決する上でも、下水処理施設の点検・補修データを蓄積していくことが重要である。第二に、硫酸系腐食を念頭においた非斉次型マルコフ劣化モデルの開発がある。本研究では適用事例として非硫酸系腐食である中性化をとりあげ、下水処理施設の中でも好気型反応タンク、最終沈殿池を対象とした。数多くの施設で構成される下水処理施設の適切なマネジメントを行うためには、今後、劣化過程が時間依存性を有する非斉次型のマルコフ劣化モデルを開発することが必要である。第三に、集計的ハザードモデルを発展させることが必要である。非集計的ハザードモデルでは、非斉次型のマルコフ劣化モデル¹⁶⁾や、データ不足を補うためのベイズ推計手法¹⁷⁾、健全度が低下したサンプルが欠損するバイアスを補正する手法¹⁸⁾、施設個々の異質性を考慮したランダム比例ハザードモデル¹⁹⁾が開発されている。点検・補修データや、計測可能な構造特性や環境条件が少

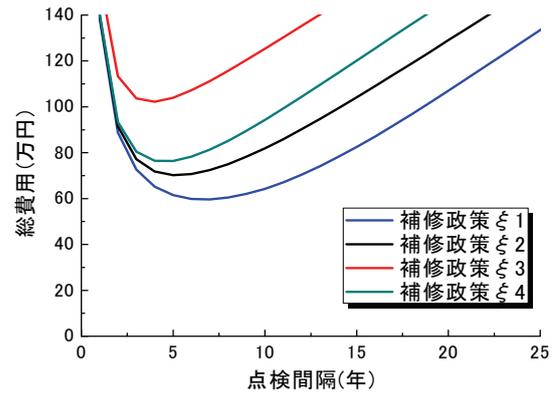


図-8 補修政策 ξ_i ($i = 1, 4$) の費用曲線

ない下水処理施設のマネジメント技術を向上させるためには、このような先進的劣化予測手法を組み合わせた集計的ハザードモデルの開発が必要である。第四は、管理会計システムと連動した統合的なアセットマネジメントシステム²³⁾の開発である。長期的な点検・補修計画の策定、および費消した予算のモニタリングに資する下水処理施設のインフラ会計の構築が必要である。

なお、本研究の一部は文部科学省「若手研究者の自立的な研究環境整備促進」事業によって大阪大学グローバル若手研究者フロンティア研究拠点にて実施された。

参考文献

- 1) 保田敬, 小林潔司: BMSにおける点検結果と状態推移確率がLCCに及ぼす影響, 建設マネジメント論文集, Vol.11, pp.111-122, 2004.
- 2) Lee, T.C., Judge, G.G. and Zellner, A.: *Estimating the Parameters of the Markov Probability Model from Aggregate Time Series Data*, Amsterdam, North-Holland, 1970.
- 3) 杉崎光一, 貝戸清之, 小林潔司: 目視検査周期の不均一性を考慮した統計的劣化予測手法の構築, 構造工学論文集, Vol.52A, pp.781-790, 2006.
- 4) 貝戸清之, 阿部允, 藤野陽三: 実測データに基づく構造物の劣化予測, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.29-38, 2003.
- 5) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 6) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 7) Mishalani, R. and Madanat S.: Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models, *ASCE Journal of In-*

- Infrastructure Systems*, Vol.8, No.4, 2002.
- 8) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
 - 9) Madanat, S.: Incorporating inspection decisions in pavement management, *Transportation Research*, Part B, Vol.27B, pp.425-438, 1993.
 - 10) Madanat, S. and Ben-Akiva, M.: Optimal inspection and repair policies for infrastructure facilities, *Transportation Science*, Vol.28, pp.55-62, 1994.
 - 11) Durango P. and Madanat S.: Optimal maintenance and repair policies for infrastructure facilities under uncertain deterioration rates: An adaptive control approach, *Transportation Research*, Part A, Vol. 36, pp.763-778, 2002.
 - 12) 例えば, White, D.J.: *Markov Decision Process*, Wiley, pp.130-146, 1993.
 - 13) 例えば, Eckles, J.E.: Optimal maintenance with incomplete information, *Operations Research*, Vol.16, pp.1058-1067, 1968.
 - 14) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: トンネル照明システムの最適点検・更新政策, 土木学会論文集, No.805/VI-67, pp.105-116, 2005.
 - 15) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 時間依存型劣化過程を有するシステムの集計的最適点検・補修政策, 土木学会論文集 F, Vol.62 No.2, pp.240-257, 2006.
 - 16) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
 - 17) 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
 - 18) 小林潔司, 熊田一彦, 佐藤正和, 岩崎洋一郎, 青木一也: サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.1-15, 2007.
 - 19) 貝戸清之, 山本浩司, 小濱健吾, 岡田貢一, 小林潔司: ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル: 大規模情報システムへの適用, 土木学会論文集 F (登載決定)
 - 20) 磯田和男, 大野豊: 数値計算ハンドブック, オーム社, 1990.
 - 21) 森棟公夫: 計量経済学, 東洋経済新報社, 1999.
 - 22) 土木学会: コンクリート標準示方書 維持管理編, 2001.
 - 23) 江尻良, 西口志浩, 小林潔司: インフラストラクチャ会計の課題と展望, 土木学会論文集, No.770/VI-64, pp.15-32, 2004.

下水処理施設の最適点検・補修モデル*

堀倫裕**, 小濱健吾***, 貝戸清之****, 小林潔司*****

下水道処理施設のアセットマネジメントにおいては, 点検・補修を実施するために処理池の排水が前提となる。したがって, 点検・補修時には, 一時的に下水処理池の機能を停止せざるを得ず, 点検・補修作業の迅速性が要求される。このため, 点検時に損傷が発見されれば, 直ちに補修が実施される。また, 処理池コンクリート版の劣化状態に関する情報を獲得することは容易ではなく, 損傷タイプ別の補修工事量 (損傷面積に関する情報) のみが利用可能な場合が少なくない。本研究では, このような特性を持つ下水処理施設の劣化過程を集計的マルコフ過程としてモデル化するとともに, 期待ライフサイクル費用を最小にするような点検・補修間隔を求めるための最適点検・補修モデルを提案する。さらに, 現実の下水道処理施設を対象とした適用事例を示した。

An Optimal Inspection/Rehabilitation Model for Sewage Work Facilities*

By Michihiro HORI**, Kengo OBAMA***, Kiyoyuki KAITO**** and Kiyoshi KOBAYASHI*****

For the asset management of sewage facilities, water needs to be discharged from the disposal tank to carry out inspection or repair. Therefore, to inspect or repair the system, it is necessary to suspend the operation of the sewage disposal tank temporarily, and so the inspection or repair work should be finished swiftly. Accordingly, if some damage is detected during inspection, it is repaired immediately. In addition, it is not easy to obtain the information on the deterioration state of the concrete plates of the disposal tank, and so in many cases, available information is limited to that on the repair amount for damage type (the information on damage area). This study constructs a model while assuming that the deterioration process of sewage facilities with the above mentioned characteristics follows the aggregative Markov process, and proposes the optimum inspection/repair model for estimating the inspection/repair cycle that minimizes the expected lifecycle cost. This study also includes the case of application to actual sewage disposal facilities.