

ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル： 大規模情報システムへの適用

貝戸清之¹・山本浩司²・小濱健吾³・岡田貢一⁴・小林潔司⁵

¹正会員 大阪大学大学院工学研究科 グローバル若手研究者フロンティア研究拠点 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)
E-mail:kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

²正会員 中日本高速道路株式会社横浜支社 保全サービス事業部 (〒222-8503 横浜市港北区新横浜3-9-18)
E-mail:k.yamamoto.af@c-nexco.co.jp

³学生会員 京都大学大学院工学研究科 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)
E-mail:k.obama@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

⁴正会員 京都大学経営管理大学院経営管理講座 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)
E-mail:okada@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

⁵フェロー会員 京都大学経営管理大学院経営管理講座 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)
E-mail:kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

本研究では、社会基盤施設を支援する大規模情報システムのアセットマネジメントを目的として、故障の発生確率が時間とともに変動する消耗故障系機器の故障発生過程をワイブル劣化ハザードモデルで表現する。情報システムは多様な機器で構成されている。機器によるハザード率の異質性を考慮するために、ハザード率の異質性を確率変数で表現したランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを提案する。さらに、ハザード率の異質性をガンマ分布で表現するとともに、ハザードモデルに含まれる未知パラメータとハザード率の異質性を推計する方法論を開発する。最後に、高速道路の交通管制情報システムを対象として、実際の故障履歴データから消耗故障系機器の故障発生確率を推計し、本研究で提案した方法論の有効性を実証的に検討する。

Key Words :asset management, random Weibull hazard, large-scaled systems, heterogenous hazard

1. はじめに

大規模な社会基盤施設では、オペレーションの効率化や利用者への迅速な情報提供を目的として、各種のモニタリング装置、コンピュータ・出力装置で構成される情報システムが設置されている。情報システムのアセットマネジメントは、社会基盤施設と同様に重要な問題である。情報システムのアセットマネジメントで留意すべき点として、1) 情報システムが膨大な数の機器群で形成される大規模システムであること、2) システムが階層構造を有しており、個々の機器の故障が施設全体の故障に発展する可能性があること、3) 情報システムの物理的劣化だけでなく、陳腐化等に代表されるようにシステムの機能的劣化も重要な管理項目となること等があげられる。

情報システムのアセットマネジメントを実施する場合、**2.(2)**で議論するように、1) 機器レベル、2) 機能レベル、3) システムレベルという、マネジメントレベルの差異に配慮することが必要である。アセットマネジメントの視点としては、後者になるほど、より総合的な検討が必要となる。このうち、本研究では、大規模情報システムを構成する機器レベルの故障解析を実施するためのランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル

を開発する。もとより、情報システムのアセットマネジメントを実施するためには、個々の機器レベルでの故障解析では不十分であり、上述の3つの課題を同時に達成できるような方法論を開発することが必要である。その中で、本研究で提案する機器レベルでの故障解析モデルは、大規模情報システムの総合的なアセットマネジメントシステムを構築するための基本的な分析道具として位置づけられる。

情報システムは多くのタイプの機器で構成されている。これらの機器は、故障確率が時間に依存せず一定となる偶発故障系機器と、時間とともに増大する消耗故障系機器に大別できる。一般に、偶発故障系機器の故障過程に対しては、瞬間の故障確率密度を表すハザード率が時間に依存しない指数劣化ハザードモデル（あるいは、故障事象のポワソン到着モデル）によって定式化が可能である。これに対して、消耗故障系機器の場合には、ハザード率の時間依存性を考慮した非斉次型ハザードモデルが必要となる。消耗故障系機器においては、システム導入期より時間が経過するにつれて故障率が増加するという特性がある。したがって、情報システムの更新や改変に関わる意思決定を行うためには、消耗故障系機器の劣化過程に関する情報が必要となる。このため、本研究では消耗故障系機器に焦点

を絞り、時間とともに故障率が増加するメカニズムを代表的な非斉次型ハザードモデルとして知られているワイブル劣化ハザードモデルを用いて解析する。しかし、大規模情報システムは、多くの機器で構成されており、機器のタイプによって、ハザード率が同一であるとは限らない。したがって、多数のタイプの装置や機器で構成される情報システムの故障解析を実施する場合、異なるタイプの機器間に存在するハザード率の異質性を考慮することが重要となる。本研究では、このような問題意識の下に、ハザード率の異質性がガンマ分布に従うようなランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを定式化するとともに、情報システムを構成する多様な機器の故障確率を推計する方法論を提案する。

以上の問題意識の下に、本研究では、消耗故障系機器の故障発生過程を表現するためのランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを提案し、実際の故障履歴データを用いて故障発生確率を推計する。以下、2. で本研究の基本的な考え方を説明する。3. で、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを定式化し、モデルの推計方法について考察する。4. では、高速道路の交通管制情報システムを対象とした適用事例を示す。

2. 本研究の基本的な考え方

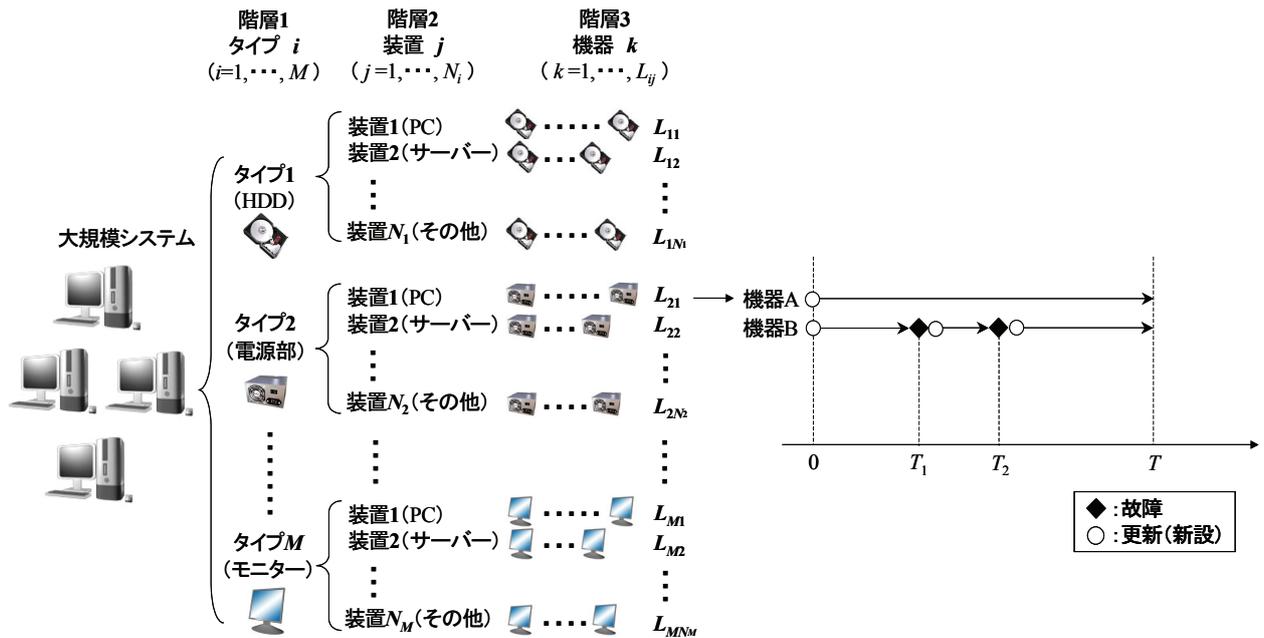
(1) 従来の研究概要

ハザードモデルは、信頼性解析の分野で施設や機械の寿命を予測するモデルとして開発され、信頼性解析のみならず多くの分野で適用事例が報告されている。また、ハザードモデルの推計方法に関しても研究成果が蓄積されており、その結果はいくつかの成書^{1),2)}に詳しい。ハザードモデルとして、多くの関数が提案されているが、時間とともに故障率が増加するような代表的な非斉次型ハザードモデルとしてワイブルハザードモデルが提案されている。ワイブルハザードモデルは、故障解析の分野で豊富な適用実績がある。アセットマネジメントの分野でも、例えばShin and Madanat³⁾は、道路舗装のひび割れ開始時刻を予測するためのワイブル劣化ハザードモデルを提案している。また、青木等⁴⁾はトンネル照明を対象として、ワイブル劣化ハザードモデルの有効性について実証的に検証している。さらに、劣化状態が複数の健全度で表現されるような施設の劣化予測を行うことを目的とした劣化ハザードモデルもいくつか提案されている。たとえば、津田等は劣化過程による健全度間の垂直的な推移関係を多段階指数ハザードモデルにより記述し、橋梁部材の劣化過程を記述するマルコフ推移確率を推計する方法を提案している⁵⁾。また、劣化過程が使用時間という過去の履歴に依存するような多段階ワイブル劣化ハザードモデル

が開発されている⁶⁾。さらに、点検データの蓄積に応じて、劣化ハザードモデルをベイズ更新する方法論も提案されている^{7),8)}。

伝統的なハザード解析では、対象とするシステムがすべて同質の要素で構成されていると仮定し、あるハザード関数に従ってランダムに到着する故障事象をモデル化することを目的としている。ハザード解析では、ランダムな故障事象の発生過程をモデル化するが、その際にハザード関数という確定的モデルを用いる。しかし、本研究の実証分析で対象とするような大規模情報システムは、極めて多くの種類の機器で構成される複雑な構造を有している。大規模情報システムを管理・運営する上で、これらの数多くある個々の機器ごとの取替え戦略や備蓄方策を検討することが重要な課題となる。しかし、これらの機器の故障率が、すべて同一のハザード率で表現できるとは限らない。むしろ、機器の種類ごとのハザード率は、多様に異なると考えた方が自然であろう。このように機器の種類によるハザード率の異質性を表現する方法として、1) 機器特性の相違をダミー変数で表現する方法、2) ハザード率の確率分布を考慮する方法が考えられる。前者の方法は、簡便で分かりやすいという利点がある。その一方で、機器の種類が増加するにつれて、機器特性を表すダミー変数の数が増加し、モデルの推計結果の効率性が著しく低下するという問題がある。実際に、大規模情報システムは、タイプと装置でカテゴリ分類された同一種の機器であっても、さらに用途や設置場所などの相違によって劣化特性が異なり、極めて細分化された劣化特性を有する機器構成となる。ハザードモデルにおいて、このような細分化された劣化特性を、ダミー変数を用いて表現することは実際的ではない。そこで、本研究では後者の方法を採用し、機器の種類によるハザード率の異質性を確率分布で表現するようなランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを用いて、情報システムを構成する機器群の故障過程をモデル化する。

ハザード率の異質性を考慮したハザード解析に関しても、研究が蓄積されている。特に、個々のサンプルごとにハザード率の異質性が存在するような混合ハザードモデルに関しては膨大な研究の蓄積がある⁹⁾⁻¹⁴⁾。混合ハザードモデルでは、ハザード関数を支配する異質性パラメータが、ある確率密度関数に従って分布すると考える。その上で、混合ハザードモデルを、ハザード関数と異質パラメータの確率分布の確率的コンボリューションにより定義する。通常のポワソン過程では、稀少事象の発生率の平均と分散が同一の値をとるという限界がある。このためポワソン過程において、発生率の分散の表現方法の自由度を増加させるために混合ポワソン過程モデルの研究が進展した¹⁵⁾⁻¹⁷⁾。また、貝



注) 大規模システムは M 個のタイプの機器群で構成される。また、タイプ i ($i = 1, \dots, M$) の機器は、 N_i 個の装置に用いられる。さらに、装置 j ($j = 1, \dots, N_i$) には、タイプ i の L_{ij} 個の機器が用いられており、各機器を添え字 k ($k = 1, \dots, L_{ij}$) で表す。故障履歴データベースには、各機器ごとに、初期時点から故障が発生した時刻に関する情報が記載されている。

図-1 故障事象の履歴データ

戸等は路上障害物の到着過程を混合ポワソン過程としてモデル化するなど、アセットマネジメントへの適用事例¹⁸⁾が現れている。偶発故障系機器の故障解析においては、機器による故障率の異質性を反映した混合ポワソン過程モデルが有効である。しかし、情報システムを構成するモニター群、入出力機器群、CPU 等々は、消耗故障系機器であり、ワイブルハザード率の異質性を考慮することが必要である。本研究では、ワイブルハザード率の異質性をガンマ分布で表現したようなランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを提案する。ガンマ分布は、その特殊系として指数分布を含むような一般的な指数系確率分布であり、広範囲の確率分布を表現しうる特性を持っている。さらに、ワイブル分布とガンマ分布の確率的コンリユーションが容易であり、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを解析的に導出できるという利点がある。このため、実用性の面でも、優れた特性を有していると考えられる。

(2) 大規模情報システムの劣化過程

土木施設を支援する多くの情報システムは、極めて多くの機能を有する大規模情報システムとなっている。このような大規模情報システムのアセットマネジメントを実施する場合、情報システム自体の機能劣化を評価するとともに、土木施設が有するサービス水準や機

能水準の向上戦略と同時に、情報システム自体の更新・拡張戦略を検討することが必要となる。このため、土木施設を支援する大規模情報システムのアセットマネジメントでは、1. で言及したように、1) 機器レベル、2) 機能レベル、3) システムレベルという3つのレベルにおいて、維持・補修、更新・拡張戦略を検討することが必要となる。このうち、本研究では、機器レベルのアセットマネジメントを対象として、個々の機器の故障発生過程を解析するためのランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを提案する。本モデルを用いて、システムを構成する個々の機器の故障確率と、その時間的推移過程に関する情報を得ることができる。

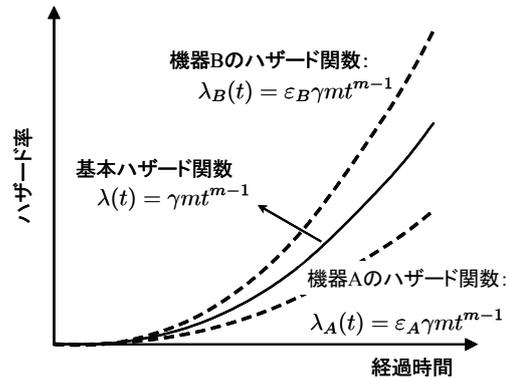
上述したように、本研究では機器レベルにおけるアセットマネジメントを対象として、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを提案する。機器レベルでのアセットマネジメントでは、本モデルを用いて解析した故障率を用いて、交換機器の備蓄戦略や取替え戦略等を検討することが重要な課題となる。しかし、土木分野における大規模情報システムのアセットマネジメントにおいては、機器レベルにおける故障解析の結果は、さらに上位の機能レベル、システムレベルにおけるアセットマネジメントを実施するための基本的な情報として総合化されることが必要となる。言い換えれば、機器レベルのアセットマネジメントを実施するため

には、より上位のレベルにおけるアセットマネジメントの目的を十分に把握しておくことが必要となる。そこで、以下では、本研究の範囲を超えることとなるが、本研究の成果が、より上位のアセットマネジメントにおいて、どのように活用されることになるかを簡単に紹介しておく。

機能レベルでのアセットマネジメントでは、サブシステム、機器群の故障確率を解析するとともに、それぞれの故障がシステム全体の機能障害に及ぼす影響の重大性に着目して、各サブシステム、機器群の保全戦略を検討することが求められる。ここでは、機器レベルで検討した故障解析モデルを用いて、サブシステムやシステム全体の故障発生過程を分析し、情報システムの信頼性を検討することが課題となる。その上で、システムの信頼性とライフサイクル費用の関係を分析し、システムの望ましい信頼性水準を検討することが求められる。さらに、システムレベルでは、情報システムの技術的陳腐化に関する検討が必要となる。情報システムを構成するハードウェア、ソフトウェアの技術革新の結果、情報システムの技術的陳腐化が急速に進展する可能性がある。技術的陳腐化が発生した場合、情報システムの一部、もしくはすべてが新しいシステムに取り替えられる。交通管制システムのような大規模情報システムでは、システムの更新には膨大な費用が発生する。したがって、情報システムを設計する場合、システムの物理的劣化、技術的陳腐化への対応策を検討するなど、システムの発展・更新オプションやライフサイクル費用を考慮した設計方法を開発することが必要となる。いずれのレベルにおいても、システムを維持するためのライフサイクル費用、システムの信頼性を解析することが重要な課題となるが、その際に本研究で提案する劣化ハザードモデルは中心的な役割を果たすことになる。

(3) モデル化の基本的フレーム

大規模情報システムの故障事象の発生過程をモデル化しよう。いま、情報システムを構成する機器群を、**図-1**に示すように、1) タイプ、2) 装置、3) 機器という3つの階層レベルに整理しよう。「タイプ」は、ハードディスク（以下、HDDと略す）、電源部、処理部、モニター等、機器の種類が該当する。情報システムは M 種類のタイプの機器で構成されており、各機器のタイプを添え字 i ($i = 1, \dots, M$)で表す。さらに、タイプ i の機器は、 N_i 個の「装置」で利用されており、装置の種類を添え字 j ($j = 1, \dots, N_i$)で表す。例えば本研究の実証分析の対象とする交通管制情報システムの場合、各タイプの機器は、異なる部局においてパーソナルコンピュータ（PCと略す）、サーバー等、異なった装置



注) 基本モデルは、 $\varepsilon = 1$ の場合に該当する。また、機器Bのハザード関数は基本モデルに対して $\varepsilon_B > 1$ を乗じた関数となり、ハザード関数は上方へシフトする。一方、機器Aでは $\varepsilon_A < 1$ であり、ハザード関数は下方へ比例的にシフトする。

図-2 ハザード関数の異質性

として利用されている。装置により、「機器」の利用方法が異なるため、故障の発生確率も異なる。さらに、装置 j には L_{ij} 個のタイプ i の機器 k ($k = 1, \dots, L_{ij}$)が用いられている。各タイプ、各装置を構成する機器のハザード率は異質であると考えられる。しかし、各装置を構成する同種のタイプの機器の故障過程は、同質のハザード率を用いて表現できると考えよう。

いま、時刻 $t = 0$ から、無限遠に続く連続時間軸を導入する。大規模システムは、時刻 $t = 0$ に新規に導入され、それ以降の時間軸上で各機器の劣化が進展する。機器が故障すれば、直ちに新しい機器に交換される。交換される機器は、故障した機器と同様の故障特性を有すると仮定する。つぎに、時刻 $t = 0$ から、時間 T が経過した現在時刻 $t = T$ に着目しよう。この時、各機器に関して、**図-1**に示すような故障履歴が得られたと考えよう。図の例では、タイプ2（電源部）で装置1（PC）として使用されている機器（電源部）の故障履歴を例示している。タイプ2の機器は、 N_2 個の装置で構成されている。このうち、装置1を構成する機器（電源部）Aは、時刻 $t = 0$ から一度も故障していない。機器Aに関しては、観察された使用時間は T であり、当該機器の寿命は少なくとも使用時間 T より長いことが理解できる。一方、同図の機器Bの場合、時刻 T_1, T_2 において故障している。最初の故障時点までの寿命は $\zeta = T_1$ であり、2回目の故障時点までの寿命は $\zeta = T_2 - T_1$ となる。

ここで、各タイプの機器が、消耗故障系の故障特性を有すると考えよう。消耗故障系機器では、**図-2**に示すように、直近の更新時点からの経過時間が長くなるほど、故障の発生確率（ハザード率）が大きくなる。このような消耗故障系機器の寿命分布が、機器の時間劣

化現象を表す際に広く用いられている、ワイブル分布に従うと仮定しよう。さらに、異なるタイプの機器のハザード率が、時間の関数として図-2に示すように表現できると考える。このようなハザード率の時間的変化を表した関数をハザード関数と呼ぶ。各機器のハザード関数は、ある基準となるハザード関数に対して、互いに定数倍に拡大、もしくは縮小した関係にあると考えよう。このように互いに相似的な拡大・縮小関係にあるハザード関数群を表現するモデルを、比例ハザードモデルと呼ぶこととする。各装置を構成する各タイプの機器の故障過程が、互いに比例ハザードモデルで表現できる場合、ハザード率の異質性をハザード関数の比例定数の確率分布で表現することができる。情報システムは、数多くの装置で構成されるが、各装置を構成する同一タイプの機器の数は、それほど多くない場合が少なくない。ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルは、基準となるワイブル劣化ハザード関数のパラメータと、タイプ間における比例定数の異質性分布を表す確率分布のパラメータを推計することにより、タイプ、装置間のハザード率の異質性を容易に表現できる。一方、ワイブル劣化ハザード率の異質性が比例ハザードモデルで表現できない場合、タイプ、装置ごとに異なるワイブル劣化ハザードモデルを推計することが必要となる。しかし、各装置を構成する同一タイプの機器数が少ない場合、ワイブル劣化ハザードモデルを推計することが困難となる。以上のことを考慮すれば、本研究で提案するランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルは、細分化された機器構成を有する情報システムの故障過程を表現するために、優れた性質を有している。しかし、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを用いるためには、タイプ間の故障率の異質性が、互いに比例的関係にあることが前提となる。比例的関係の有無に関する仮説検定に関しては、改めて4.(3)で言及する。

3. ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル

(1) ワイブル劣化ハザードモデル

ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルは、タイプ、装置別機器間のハザード率の異質性を考慮したワイブル劣化ハザードモデルである。ハザードモデルに関する詳細は、参考文献1),2)に譲る。ここでは、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを定式化するに先立って、読者の便宜を図るために、ワイブル劣化ハザードモデルについて簡単に説明をしておく。

いま、ある機器が更新され、それが故障するまでの期間（以下、寿命と呼ぶ）に着目しよう。さらに、機器は連続して使用されており、故障の有無が常時観測さ

れていると考えよう。機器の寿命を確率変数 ζ で表し、確率密度関数 $f(\zeta)$ 、分布関数 $F(\zeta)$ に従って分布すると仮定する。ただし、寿命 ζ の定義域は $[0, \infty)$ である。いま、初期時点から任意の時点 $t \in [0, \infty)$ まで、機器が故障しないで生存する確率（以下、生存確率と呼ぶ） $\tilde{F}(t)$ は、全事象確率1から時点 t までに機器が故障する累積故障確率 $F(t)$ を差し引いた値

$$\tilde{F}(t) = 1 - F(t) \quad (1)$$

により定義できる。ここで、機器が時点 t まで生存し、かつ期間 $[t, t + \Delta t]$ 中にはじめて故障する確率は

$$\lambda(t)\Delta t = \frac{f(t)\Delta t}{\tilde{F}(t)} \quad (2)$$

と表せる。機器が時点 t まで生存し、かつ当該時点で故障する確率密度 $\lambda(t)$ を「ハザード関数」と呼ぼう。式(1)の両辺を t に関して微分することにより、

$$\frac{d\tilde{F}(t)}{dt} = -f(t) \quad (3)$$

を得る。この時、式(2)は

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{\tilde{F}(t)} = \frac{d}{dt} \left(-\log \tilde{F}(t) \right) \quad (4)$$

と変形できる。ここで、 $\tilde{F}(0) = 1 - F(0) = 1$ を考慮し、式(4)を積分すれば

$$\int_0^t \lambda(u)du = -\log \tilde{F}(t) \quad (5)$$

を得る。したがって、劣化ハザード関数 $\lambda(u)$ を用いれば、時点 t まで機器が生存する確率 $\tilde{F}(t)$ は

$$\tilde{F}(t) = \exp \left[-\int_0^t \lambda(u)du \right] \quad (6)$$

と表される。このように、劣化ハザード関数 $\lambda(u)$ の形式を決定すれば、機器の生存確率 $\tilde{F}(t)$ を導出することができる。さらに、 $\tilde{F}(t) = 1 - F(t)$ より、機器の累積故障確率 $F(t)$ を求めることができる。ここで、劣化ハザード関数としてワイブル劣化ハザード関数

$$\lambda(t) = \gamma m t^{m-1} \quad (7)$$

を考えよう。ただし、 γ は、到着密度を表すパラメータ、 m は、時間を通じたハザード率の増加傾向を表す加速度パラメータである。なお、 $m = 1$ の時、ハザード率は時間に依存せず一定値となる。すなわち、偶発故障系機器の故障発生過程を表すこととなる。ワイブル劣化ハザード関数を用いた場合、機器寿命の確率密度関数 $f(t)$ 、および機器の生存確率 $\tilde{F}(t)$ は、それぞれ

$$f(t) = \gamma m t^{m-1} \exp(-\gamma t^m) \quad (8a)$$

$$\tilde{F}(t) = \exp(-\gamma t^m) \quad (8b)$$

と表される。

(2) ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル

いま、大規模システムが図-1に示したように、 M 種類のタイプの機器で構成されており、 i ($i = 1, \dots, M$)番目の機器が、合計 N_i 個の装置に用いられている。さらに、装置 j に合計 L_{ij} 個のタイプ i の機器が用いられていると考えよう。いま、タイプ i の機器のうち、装置 j ($j = 1, \dots, N_i$)を構成する k ($k = 1, \dots, L_{ij}$)番目の機器に着目しよう。当該機器が更新されてからの経過時間を t_{ij}^k と表す。各機器の故障事象の到着率がランダム比例ワイブル劣化ハザード関数

$$\lambda_{ij}(t_{ij}^k) = \varepsilon_{ij} \gamma_i m (t_{ij}^k)^{m-1} \quad (9)$$

に従うと考えよう。ただし、 γ_i はタイプ i の到着密度を表すパラメータ、 m は加速度パラメータである。式(9)は、ワイブル劣化ハザード関数(7)に、タイプ i 、装置 j のハザード率の異質性^{15),17)}を表すパラメータ(以下、異質性パラメータと呼ぶ) ε_{ij} が付加されている。異質性パラメータは、タイプ別、装置別の機器の間におけるハザード率の異質性を表している。特に、 $\varepsilon_{ij} = 1$ となる場合、ランダム比例ワイブル劣化ハザード関数(9)は、通常のワイブル劣化ハザード関数に一致する。このようなハザード関数を、基本ハザード関数(図-2参照)と呼ぶ。しかし、同一の装置に含まれる同一の機器に対しては、異質性パラメータは共通の値をとると考える。異質性パラメータは、現実には確定的な値をとるが、観測者にとって観測不可能なパラメータである。また、タイプ i 、装置 j の機器 k の寿命の確率密度関数 $f_{ij}(t_{ij}^k)$ 、および生存確率 $\tilde{F}_{ij}(t_{ij}^k)$ は、それぞれ

$$f_{ij}(t_{ij}^k) = \varepsilon_{ij} \gamma_i m (t_{ij}^k)^{m-1} \exp \{-\gamma_i \varepsilon_{ij} (t_{ij}^k)^m\} \quad (10a)$$

$$\tilde{F}_{ij}(t_{ij}^k) = \exp \{-\gamma_i \varepsilon_{ij} (t_{ij}^k)^m\} \quad (10b)$$

と表される。

いま、異質性パラメータの値が、ある確率分布に従って分布する確率変数であると考えよう。ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル(9)は、すべてのタイプの機器に対して同一の劣化加速度パラメータ m を持つが、タイプ、装置ごとにハザード到着密度 $\varepsilon_{ij} \gamma_i m$ が比例的に異なるような劣化特性を表現している。加速度パラメータの同質性(以下、比例性と呼ぶ)の仮説検定に関しては、改めて4.(3)で検討する。本研究では、対象とするタイプや装置ごと(用途や設置場所によっても細分化されるのであれば、その最終カテゴリーごと)にハザード到着密度が確率分布するようなワイブル劣化ハザードモデルを、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルと呼ぶこととする。この時、ハザード到着密度の考え方によって、異なったランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを定式化することができる。すなわち、表-1に示すように、1) 機器のタイプにより、ハザ-

表-1 モデルのパラメータ設定

モデル	到着密度	加速度	分散
1	$\gamma_1 \neq \dots \neq \gamma_M$	m	ϕ^{-1}
2	$\gamma_1 = \dots = \gamma_M$	m	ϕ^{-1}

注) γ_i はタイプ i の機器のハザード到着密度を、 ϕ^{-1} は標準ガンマ分布(12)の分散を表す。

ド到着密度が異なる場合(モデル1)、2) 機器のタイプ i に関わらず、ハザード到着密度が等しい場合(モデル2)という2通りの表現が可能である。ただし、異質性パラメータは同一の確率分布に従うとしている。

ここで、異質性パラメータ ε_{ij} がガンマ分布に従うと考えよう。さらに、モデル1を想定し、異質性パラメータがタイプごとに異なる平均を持つ場合をとりあげる。ガンマ分布は、その特殊型として指数分布を含んでおり、区間 $[0, \infty)$ で定義される指数族確率密度関数を表現できる。また、解析的に取り扱いやすいという利点がある。ここで、パラメータ γ_i がタイプ i の機器のハザード到着密度の平均を表すと考え、異質性パラメータ ε_{ij} が、平均1、分散 ϕ^{-1} のガンマ分布に従う確率誤差項であると考えよう。ガンマ分布が区間 $[0, \infty)$ で定義されており、任意の説明変数と確率誤差項に関して式(9)の右边が正の値をとることが保証される。一般に、ガンマ分布 $G(\alpha, \beta)$ の確率密度関数 $g(\varepsilon_{ij} : \alpha, \beta)$ は

$$g(\varepsilon_{ij} : \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \varepsilon_{ij}^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{\varepsilon_{ij}}{\beta}\right) \quad (11)$$

と定義できる。ガンマ分布 $G(\alpha, \beta)$ の平均は $\mu = \alpha\beta$ で、分散は $\sigma^2 = \alpha\beta^2$ である。また、 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である。さらに、平均1、分散 $1/\phi$ のガンマ分布の確率密度関数 $\bar{g}(\varepsilon_{ij} : \phi)$ は

$$\bar{g}(\varepsilon_{ij} : \phi) = \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} \varepsilon_{ij}^{\phi-1} \exp(-\phi \varepsilon_{ij}) \quad (12)$$

と表される。異質性パラメータの確率分布を、標準ガンマ分布で表現する場合、上述の2つのモデルの違いを表-1に示すように整理できる。

(3) モデルの推計法

一般性を損なうことなく、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルとしてモデル1をとりあげる。モデル2は、モデル1において、表-1に示すような条件を付加して、モデル1を簡略化した場合に他ならない。ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル(モデル1)には、タイプごとに異なる到着密度パラメータ γ_i ($i = 1, \dots, M$)、加速度パラメータ m 、タイプ、装置ごとに異なる異質性パラメータ ε_{ij} ($i = 1, \dots, M; j = 1, \dots, N_i$)、および異質性パラメータの分散パラメータ ϕ という未知パラメータが存在する。通常のワイブル劣化ハザードモデルの場合には、故障の履歴データから、パラメータ γ_i と m を推

計すればいい。しかし、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルの場合、これら2種類のパラメータ以外にも、異質性パラメータの分散パラメータ ϕ と、タイプ、装置ごとの異質性パラメータ ε_{ij} ($i = 1, \dots, M; j = 1, \dots, N_i$)を求めることが必要となる。

いま、対象とするシステムの故障履歴に関するデータベースが入手可能であると考えよう。データベースには、対象とするシステムが導入された時刻以降、すべての機器が故障した(交換された)時刻に関する情報が記載されている。いま、機器の故障履歴を $\Xi = (\xi_1, \dots, \xi_M)$ と表そう、ここに、 $\xi_i = (\xi_{i1}, \dots, \xi_{iN_i})$ はタイプ i の機器の故障履歴である。また、 ξ_{ij} は、装置 j のタイプ i の機器の故障履歴であり、 $\xi_{ij} = \{(\delta_{ij}^1, t_{ij}^1), \dots, (\delta_{ij}^{L_{ij}}, t_{ij}^{L_{ij}})\}$ ($i = 1, \dots, M; j = 1, \dots, N_i$)である、また、 δ_{ij}^k はタイプ i の装置 j の機器 k ($k = 1, \dots, L_{ij}$)が故障した場合に値1を、故障していない場合に値0をとるダミー変数である、 t_{ij}^k は、タイプ i 、装置 j の機器 k の使用時間(もしくは、寿命)である。すなわち、 $\delta_{ij}^k = 0$ の時、 t_{ij}^k は前回の更新期から当該時刻までの期間長を意味する。一方、 $\delta_{ij}^k = 1$ の時、 t_{ij}^k は寿命を表す。ここで、異質性パラメータ ε_{ij} を与件と考えよう。タイプ i 、装置 j の機器故障に関するデータ ξ_{ij} が観測される条件付き尤度 $l_{ij}(\xi_{ij} : \gamma_i, m, \varepsilon_{ij})$ は、

$$l_{ij}(\xi_{ij} : \gamma_i, m, \varepsilon_{ij}) = \prod_{k=1}^{L_{ij}} \{\tilde{F}_{ij}(t_{ij}^k : \gamma_i, m, \varepsilon_{ij})\}^{(1-\delta_{ij}^k)} \{f_{ij}(t_{ij}^k : \gamma_i, m, \varepsilon_{ij})\}^{\delta_{ij}^k} \quad (13)$$

で表される。ただし、上式において、寿命分布の確率密度関数 $f_{ij}(t_{ij}^k : \gamma_i, m, \varepsilon_{ij})$ 、生存関数 $\tilde{F}_{ij}(t_{ij}^k : \gamma_i, m, \varepsilon_{ij})$ は、パラメータ $\gamma_i, m, \varepsilon_{ij}$ の関数として表現されることを明示的に示している。ここで、異質性パラメータ ε_{ij} が標準ガンマ分布 $\bar{g}(\varepsilon_{ij} : \phi)$ に従って分布する場合、観測データ ξ_{ij} が観測される尤度関数は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ij}(\xi_{ij} : \theta_i) &= \int_0^\infty \prod_{k=1}^{L_{ij}} \{\tilde{F}_{ij}(t_{ij}^k : \gamma_i, m, \varepsilon_{ij})\}^{(1-\delta_{ij}^k)} \\ &\quad \{f_{ij}(t_{ij}^k : \gamma_i, m, \varepsilon_{ij})\}^{\delta_{ij}^k} \bar{g}(\varepsilon_{ij} : \phi) d\varepsilon_{ij} \\ &= \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} \prod_{k=1}^{L_{ij}} \{\gamma_i m (t_{ij}^k)^{m-1}\}^{\delta_{ij}^k} \\ &\quad \int_0^\infty \varepsilon_{ij}^{s_{ij}+\phi-1} \exp\{-(\phi + \gamma_i \tau_{ij})\varepsilon_{ij}\} d\varepsilon_{ij} \quad (14) \\ &\quad (i = 1, \dots, M) \end{aligned}$$

と表される。ただし、 $\theta_i = (\gamma_i, m, \phi)$ である。また、 $s_{ij} = \sum_{k=1}^{L_{ij}} \delta_{ij}^k$ 、 $\tau_{ij} = \sum_{k=1}^{L_{ij}} (t_{ij}^k)^{m-1}$ である。上式において、タイプ i 、装置 j のすべての機器に対して、異質パラメータ ε_{ij} が共通の値をとる。このことを表現するために、尤度関数 $\mathcal{L}_{ij}(\xi_{ij} : \theta_i)$ を、条件付き尤度 $l_{ij}(\xi_{ij} : \gamma_i, m, \varepsilon_{ij})$ の確率変数 ε_{ij} に関する期待値として

定義していることに留意して欲しい。ここで、変数変換 $x_{ij} = \varepsilon_{ij}(\phi + \gamma_i \tau_{ij})$ を施せば、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ij}(\xi_{ij} : \theta_i) &= \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} \prod_{k=1}^{L_{ij}} \{\gamma_i m (t_{ij}^k)^{m-1}\}^{\delta_{ij}^k} \\ &\quad \int_0^\infty \left(\frac{x_{ij}}{\phi + \gamma_i \tau_{ij}}\right)^{s_{ij}+\phi-1} \exp(-x_{ij}) \frac{dx_{ij}}{\phi + \gamma_i \tau_{ij}} \\ &= \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} \frac{\Gamma(s_{ij} + \phi)}{(\phi + \gamma_i \tau_{ij})^{s_{ij}+\phi}} \prod_{k=1}^{L_{ij}} \{\gamma_i m (t_{ij}^k)^{m-1}\}^{\delta_{ij}^k} \quad (15) \end{aligned}$$

を得る。したがって、観測データ $\Xi = (\xi_1, \dots, \xi_M)$ が観測される対数尤度関数は

$$\begin{aligned} \ln \mathcal{L}(\Xi, \theta) &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \ln \mathcal{L}_{ij}(\xi_{ij} : \theta_i) \\ &= N\phi \ln \phi - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} (s_{ij} + \phi) \ln(\phi + \gamma_i \tau_{ij}) \\ &\quad + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \sum_{k=0}^{s_{ij}-1} \ln(\phi + k) + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \sum_{k=1}^{L_{ij}} \delta_{ij}^k \left\{ \ln \gamma_i \right. \\ &\quad \left. + \ln m + (m-1) \ln t_{ij}^k \right\} \quad (16) \end{aligned}$$

と表される。ただし、 $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_{M+2})$ の各要素は $(\theta_1, \dots, \theta_M) = (\gamma_1, \dots, \gamma_M)$ 、 $\theta_{M+1} = m$ 、 $\theta_{M+2} = \phi$ と表される。また、 $N = \sum_{i=1}^M N_i$ であり、式(16)の右辺第3項において、 $s_{ij} = 0$ が成立する場合、 $\sum_{k=0}^{s_{ij}-1} \ln(\phi + k) = 0$ と定義する。また、 $s_{ij} = 1$ の時は、 $\sum_{k=0}^{s_{ij}-1} \ln(\phi + k) = \ln \phi$ である。さらに、モデル2を用いた場合の対数尤度関数は、

$$\begin{aligned} \ln \mathcal{L}(\Xi, \theta) &= N\phi \ln \phi - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} (s_{ij} + \phi) \ln(\phi + \gamma_i \tau_{ij}) \\ &\quad + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \sum_{k=0}^{s_{ij}-1} \ln(\phi + k) + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \sum_{k=1}^{L_{ij}} \delta_{ij}^k \left\{ \ln \gamma \right. \\ &\quad \left. + \ln m + (m-1) \ln t_{ij}^k \right\} \quad (17) \end{aligned}$$

と表される。

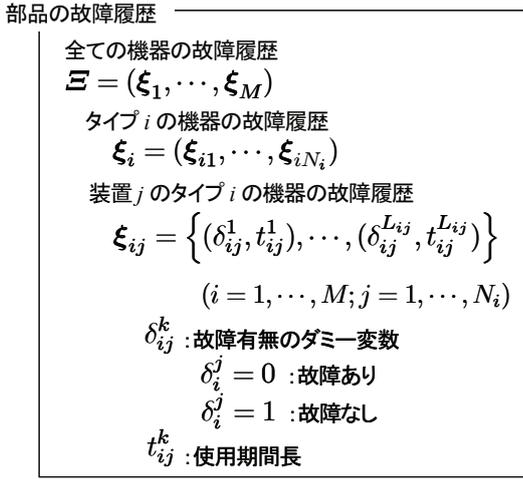
対数尤度関数(16)を最大にするようなパラメータ値 θ の最尤推定量は

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}(\Xi, \hat{\theta})}{\partial \theta_i} = 0, \quad (i = 1, \dots, M+2) \quad (18)$$

を同時に満足するような $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_{M+2})$ として与えられる。さらに、パラメータの漸近的な共分散行列の推定量 $\hat{\Sigma}(\hat{\theta})$ は、

$$\hat{\Sigma}(\hat{\theta}) = \left[\frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}(\Xi, \hat{\theta})}{\partial \theta \partial \theta'} \right]^{-1} \quad (19)$$

と表すことができる^{19),20)}。ただし、上式の右辺の逆行列は $\partial^2 \ln \mathcal{L}(\hat{\theta}, \Xi) / \partial \theta_i \partial \theta_j$ を要素とする $(M+2) \times (M+2)$ 次のFisher情報行列²⁰⁾の逆行列である。パラメータ



$\ln \mathcal{L}(\Xi, \theta)$: 対数尤度関数 ...式(16), (17)

$$\theta = (\theta_1, \dots, \theta_{M+2})$$

$$(\theta_1, \dots, \theta_M) = (\gamma_1, \dots, \gamma_M)$$

$$\theta_{M+1} = m$$

$$\theta_{M+2} = \phi$$

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}(\hat{\theta}, \Xi)}{\partial \theta_i} = 0 \quad \dots \text{式(18)}$$

↓ ニュートン・ラフソン法

$\hat{\theta}$: 最尤推定量

$\hat{\theta}$ を与件

$$\hat{\varepsilon}_{ij}(\hat{\theta}_i) = \frac{s_{ij} + \hat{\phi} - 1}{\hat{\phi} + \hat{\gamma} \hat{r}_{ij}} \quad \dots \text{式(22)}$$

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}_{ij}^{\circ}(\xi_{ij}, \varepsilon_{ij} : \hat{\theta}_i)}{\partial \varepsilon_{ij}} = 0 \quad \dots \text{式(20)}$$

$$\dots \text{式(21)}$$

$\hat{\varepsilon}_{ij}(\hat{\theta}_i)$

図-3 最尤推定量の推定フロー

の最尤推定量は、 $M + 2$ 次元の非線形連立方程式(18)を解くことにより得られる。本研究では、ニュートン・ラフソン法により最尤推定量を求めることとした。最尤推定量 $\hat{\theta}$ を求めれば、共分散行列の推定量 $\hat{\Sigma}(\hat{\theta})$ を用いて t -検定統計量を推定できる。

つぎに、パラメータベクトルの最尤推定量 $\hat{\theta}$ を与件として、異質性パラメータ ε_{ij} ($i = 1, \dots, M; j = 1, \dots, N_i$)の最尤推計値を求めよう。ここで、部分尤度関数を

$$\mathcal{L}_{ij}^{\circ}(\xi_{ij}, \varepsilon_{ij} : \hat{\theta}_i) = \frac{\hat{\phi}^{\hat{\phi}}}{\Gamma(\hat{\phi})} \prod_{k=1}^{L_{ij}} \{ \hat{\gamma}_i \hat{m} (t_{ij}^k)^{\hat{m}-1} \}^{\delta_{ij}^k} \varepsilon_{ij}^{s_{ij} + \hat{\phi} - 1} \exp \left\{ -(\hat{\phi} + \hat{\gamma}_i \hat{r}_{ij}) \varepsilon_{ij} \right\} \quad (20)$$

と定義しよう。ただし、 $\hat{r}_{ij} = \sum_{k=1}^{L_{ij}} (t_{ij}^k)^{\hat{m}}$ である。こ

の時、異質性パラメータ ε_{ij} の最尤推定量は

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}_{ij}^{\circ}(\xi_{ij}, \varepsilon_{ij} : \hat{\theta}_i)}{\partial \varepsilon_{ij}} = 0 \quad (21)$$

を満足するような $\hat{\varepsilon}_{ij}$ として求めることができる。このようにして求めた異質性パラメータの最尤推定量は、パラメータ $\hat{\theta}_i = (\hat{\gamma}_i, \hat{m}, \hat{\phi})$ を与件として求めた推定量である。このことを明示的に表現するために、式(21)の解を、 $\hat{\varepsilon}_{ij}(\hat{\theta}_i)$ と表そう。式(20),(21)より、具体的に $\hat{\varepsilon}_{ij}(\hat{\theta}_i)$ を求めれば次式を得る。

$$\hat{\varepsilon}_{ij}(\hat{\theta}_i) = \frac{s_{ij} + \hat{\phi} - 1}{\hat{\phi} + \hat{\gamma} \hat{r}_{ij}} \quad (22)$$

なお、読者の便宜を図るために、以上の最尤推定量の推定フローを図-3に示す。併せて参照されたい。

4. 適用事例

(1) 適用事例の概要

中日本高速道路株式会社横浜支社が管理する交通管制情報システムを対象として、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルの推計を試みる。同支社の交通管制情報システムは、旧システムを1990年から順次更新したシステムであり、それ以降継続的に稼動している。交通管制情報システムは、9つの中央局システム(以下、部局と呼ぶ)で構成され、高速道路の運行状況を管理し、利用者に対して適切な情報をリアルタイムで提供している。交通管制情報システムの作動状況もリアルタイムで監視されており、故障が発生した場合には、故障発生機器が特定され、故障時刻、故障内容が記録されることになる。

本研究では、交通管制情報システムを構成する機器の中で、それが故障すればシステム全体の重大な機能障害に発展する可能性のあるような機器群を対象として、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを推計する。交通管制情報システムの故障履歴データベースの調査、システム管理者へのヒアリングにより、モデル推計の対象とする機器群を選定した。その結果、最終的に機器のタイプとしてHDD(ハードディスク)、電源部、処理部の3つを取り上げることとした。現行の交通管制情報システムにおいて、HDDは177台、電源部は306台、処理部は180台設置されている。一方、同様の調査とヒアリングを通して、これらの機器のうち、HDDと処理部は、PC(モニター、端末部で使用)、サーバー(サーバー、処理装置として使用)、その他装置(前述した用途以外で使用)の3種類の用途(装置)として利用されることもわかった。さらに、これらの機器は、異なる9つの部局において設置されるので、最終的に各タイプは27のカテゴリーに分類される。図-1、あるいは3.(3)で述べたように、現行システムに更新して以

来、一度も故障が発生していない機器については、使用開始から現時点までの使用期間長に関するサンプルが獲得できる。言い換えれば、当該機器の寿命に関するデータは入手できない。一方、過去に故障が発生した機器については、使用開始から故障時点までに稼動した機器に関しては寿命に関するサンプルが入手できる。当該機器が修理・更新により再度使用開始になった時点から新たなサンプルとして数える。したがって、機器1台に対して得られるサンプル数は、(故障回数+1)個である。また、交通管制情報システムの故障履歴データベースの中には、機器の更新により現在では使用されていないタイプの機器も含まれている。しかし、交通管制情報システムの現状の運営・管理、あるいは今後の取替え戦略や備蓄方策を考える上では、それらの機器に関する情報は不要であるので、サンプルから除外することとした。さらに、交通管制情報システムは数多くの機器を有するために、初期不良により使用開始から故障時点までの期間が非常に短い機器がごく稀に存在する。今回の推計に当たり、初期不良と考えられるサンプルについても同様の理由から特異情報として除外することとした。初期不良サンプルは、使用開始から12ヶ月以内に故障が発生したサンプルである。表-2に、9つの部局において各用途に用いられる各タイプのサンプル数を整理しているが、以上の理由により、同表中の各タイプのサンプル総数(HDD:202台、電源部:306台、処理部本体:185台)は、先に述べたそれらの設置台数(177台、306台、180台)と必ずしも一致していないことがわかる。

(2) 推計結果

本研究の適用事例では、HDD、電源部、処理部という3つのタイプの機器をとりあげる。したがって、モデル1においては3つの到着密度パラメータ γ_i ($i=1,2,3$)を導入する。また、9つの部局に設置されているPC、サーバー、その他の装置によりハザード率に異質性があると考え、装置別に異質性パラメータ ε_{ij} ($i=1,2,3; j=1,\dots,N_i$)を定義する。したがって、推計すべき未知パラメータは、1)モデル1の場合、到着密度パラメータ γ_i ($i=1,2,3$)、加速度パラメータ m 、異質性分散パラメータ ϕ 、 ε_{ij} となる。2)モデル2の場合、 γ 、 m 、 ϕ 、 ε_{ij} である。3.(3)で提案した方法により推計したランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを表-3に示している。ここでは、異質性パラメータの確率分布として2つのモデルを採用した結果を比較している。括弧の中の数値は t -値を表しており、いずれのパラメータに関する t -値も、各説明変数のモデルに対する説明力が無いという帰無仮説は有意水準0.95で棄却される結果となっている。機器のタイプごとに異質性パラメータの

表-2 タイプ・装置・設置場所別サンプル数

	HDD	電源部	処理部本体
部局1 (PC)	1	5	1
(サーバー)	1	-	1
(その他)	-	-	2
部局2 (PC)	9	96	10
(サーバー)	17	-	7
(その他)	1	-	13
部局3 (PC)	3	81	3
(サーバー)	23	-	15
(その他)	2	-	15
部局4 (PC)	12	27	5
(サーバー)	22	-	7
(その他)	16	-	16
部局5 (PC)	5	12	4
(サーバー)	15	-	9
(その他)	-	-	-
部局6 (PC)	4	17	4
(サーバー)	8	-	6
(その他)	-	-	2
部局7 (PC)	2	7	2
(サーバー)	9	-	2
(その他)	-	-	4
部局8 (PC)	32	51	23
(サーバー)	13	-	7
(その他)	-	-	16
部局9 (PC)	4	10	3
(サーバー)	3	-	3
(その他)	-	-	5
合計	202	306	185

注) 表中の数字は9つの部局において各用途に用いられる各タイプのサンプル数であり、設置台数ではないことに留意されたい。電源部には「PC」、「サーバー」、「その他」の用途別の分類はないため、一括して「PC」部に記入している。「その他」は、「PC」、「サーバー」以外の用途に利用される装置を意味する。

平均を設定したモデル1の方が、モデル2よりも対数尤度が大きい値を示している。さらに、モデル1を用いることにより、機器のタイプによるハザード率の違いをより明示的に表現することが可能である。したがって、以下では、モデル1の推計結果を用いて、分析を進めることとする。表-3に示したように、モデル1の加速度パラメータの最尤推計量は $\hat{m}=2.174$ となっている。式(10b)より、実際に、各タイプの機器の生存確率が使用期間の増加に伴って加速度的に減少していくことがわかる。一般的に $\hat{m}=1.00$ であれば故障確率が時間に依存しない偶発故障系と考えられるが、本研究でとりあげた機器は、すべて消耗故障系の故障特性を有している。

(3) 比例性仮説の検定

ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルは、すべてのタイプの機器が同一の加速度パラメータ \hat{m} を有するという比例性仮説を前提としている。しかし、機器

表-3 モデルの推計結果

パラメータ	モデル1	モデル2	
γ	γ_1	1.251E-5 (-5.104E6)	5.834E-6 (-1.800E6)
	γ_2	1.631E-6 (-2.311E7)	
	γ_3	5.293E-6 (-9.182E6)	
m	2.174 (49.031)	2.216 (8.768)	
ϕ	1.193 (2.182)	0.632 (2.801)	
対数尤度	-402.441	-407.405	

注) 括弧の中はt-値を示している。モデル2では異質性パラメータの平均が機器のタイプによらず同一の値をとる。

のタイプによっては、他の機器群と同一の加速度パラメータを有しているとは考えにくい場合も存在する。このような場合、機器のタイプを同一の加速度パラメータを持つようなグループに分割し、それぞれのグループごとにランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを推計することが必要となる。ここで、まず各タイプの機器の故障過程に、比例性仮説が成立するか否かを仮説検定する方法について考察する。ここでは、今後の適用可能性を考慮して、一般的な場合を想定して仮説検定の方法を記述しよう。

いま、タイプ*i* ($i = 1, \dots, M$) の比例性仮説を検討するための仮説検定モデルを

$$\begin{cases} H_i^0 : m = \hat{m} & \text{and } \hat{\gamma}_i, \hat{\phi} \\ H_i^1 : m \neq \hat{m} & \text{and } \hat{\gamma}_i, \hat{\phi} \end{cases} \quad (23)$$

と定式化する。ここで、パラメータ θ_i の最尤推計値を $\hat{\theta}_i^0 = (\hat{\gamma}_i, \hat{m}, \hat{\phi})$ と表そう。最尤推計量 $\hat{\theta}_i^0$ を与件とした機器タイプ*i*の部分尤度関数を

$$\mathcal{L}_i(\boldsymbol{\xi}_i : \hat{\theta}_i^0) = \frac{\hat{\phi}^{\hat{\phi}}}{\Gamma(\hat{\phi})} \frac{\Gamma(s_{ij} + \hat{\phi})}{(\hat{\phi} + \hat{\gamma}_i \hat{\tau}_{ij})^{s_{ij} + \hat{\phi}}} \prod_{k=1}^{L_{ij}} \{\hat{\gamma}_i \hat{m} (t_{ij}^k)^{\hat{m}-1}\}^{\delta_{ij}^k} \quad (24)$$

と定義する。つぎに、パラメータ $\hat{\gamma}_i, \hat{\phi}$ を与件とした部分尤度関数(24)の最大値を

$$\mathcal{L}_i(\boldsymbol{\xi}_i : \tilde{\theta}_i) = \max_m \left\{ \frac{\hat{\phi}^{\hat{\phi}}}{(\hat{\phi} + \hat{\gamma}_i \hat{\tau}_{ij})^{s_{ij} + \hat{\phi}}} \frac{\Gamma(s_{ij} + \hat{\phi})}{\Gamma(\hat{\phi})} \prod_{k=1}^{L_{ij}} \{\hat{\gamma}_i m (t_{ij}^k)^{m-1}\}^{\delta_{ij}^k} \right\} \quad (25)$$

と表そう。この時、仮説検定モデル(23)を検定するための尤度比検定統計量は

$$\mathcal{LR}_i = 2 \{ \ln[\mathcal{L}_i(\boldsymbol{\xi}_i : \tilde{\theta}_i)] - \ln[\mathcal{L}_i(\boldsymbol{\xi}_i : \hat{\theta}_i^0)] \} \quad (26)$$

と表せる。ここに、 $\ln[\mathcal{L}_i(\boldsymbol{\xi}_i : \tilde{\theta}_i)]$ は帰無仮説 H_i^0 の制

約がない場合の部分尤度を、 $\ln[\mathcal{L}_i(\boldsymbol{\xi}_i : \hat{\theta}_i^0)]$ は帰無仮説 H_i^0 の制約下での部分尤度を表す。また、 $\tilde{\theta}_i$ は制約がない場合の最尤推計量を表す。帰無仮説 H_i^0 によって制約を受けるパラメータ数は1個であるために、尤度比検定統計量の自由度は1となる。したがって、検定統計量 \mathcal{LR}_i が棄却域 $\mathcal{LR}_i \geq \chi_{(100-\alpha)}^2(1)$ を満足する場合、有意水準 $\alpha\%$ で帰無仮説 H_i^0 を棄却できることになる。ただし、 $\chi^2(1)$ は自由度1の χ^2 分布に従う確率変数であり、 $\chi_{(100-\alpha)}^2(1)$ は有意水準 $\alpha\%$ と対応する臨界値である。すなわち、 $\text{Prob}\{\chi^2(1) \geq \chi_{(100-\alpha)}^2(1)\} = 0.01 \times (100 - \alpha)$ が成立する。比例性仮説検定モデルを用いて、すべてのタイプの機器の故障過程を、単一のランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを用いて表現できるかどうかを検討しよう。比例性仮説が棄却される場合、機器のタイプを複数個のグループに分割するとともに、各グループごとにランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを推計することが必要となる。このような比例性仮説の検定と、それに基づく機器のタイプのグループングの手順を以下のように整理できる。

ステップ1 すべてのタイプの機器をプールしたデータベース（原データベースと呼ぶ）を対象としてランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを推計する。

ステップ2 機器のタイプごとに尤度比検定により比例性仮説を検定する。比例性仮説が棄却されたタイプの機器をプールした派生データベースを作成する。原データベースから、派生データベースに属するサンプルを除去し、縮小したデータベースを原データベースとする。

ステップ3 原データベース、および派生データベースに基づいてランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを推計する。

ステップ4 派生データベースに基づいて推計したランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルに関して、データベースに含まれる機器群を対象として比例性仮説を検定する。必要であれば、第2次派生データベースを作成する。比例性仮説が棄却される場合、派生データベースの分割を続ける。比例性仮説を棄却できない場合、ステップ5へ進む。

ステップ5 タイプ、装置別の異質性パラメータの最尤推計値 $\hat{\varepsilon}_{ij}(\hat{\theta}_i)$ を式(22)を用いて推計する。

本適用事例の場合、3つのタイプの機器を対象としている。異質パラメータの確率分布としてモデル1を取り上げた場合、尤度比検定統計量 $\mathcal{LR}_i (i = 1, 2, 3)$ は表-4に示すようになる。ここで、有意水準 $\alpha = 95\%$ とした場合、 $\chi_{(100-\alpha)}^2(1) = 3.84$ であるので、すべてのタイプが同一の加速度パラメータ \hat{m} を有するという帰無仮説 H_i^0 は棄却されない。したがって、以下では3つのタイプの機器に対して、同一の加速度パラメータを用いる

	\mathcal{LR}_i
HDD ($i = 1$)	2.9237E-2
電源部 ($i = 2$)	7.9481E-2
処理部 ($i = 3$)	1.7850E-5

こととする。

(4) 分析結果

4.(2) では、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを用いて、各タイプの機器の到着密度パラメータ γ_i ($i = 1, 2, 3$), 加速度パラメータ m , 及び、異質性分散パラメータ ϕ の最尤推計量を求めた。ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルでは、すべてのタイプの機器が同一の加速度パラメータ \hat{m} を有するという比例性仮説を前提としている。この前提の下で、各タイプの機器のワイブル劣化ハザード関数の異質性は、 γ_i , ϕ と異質性パラメータ値 ε_{ij} ($i = 1, 2, 3; j = 1, \dots, 27$) で表現できる。また、4.(3) では、すべてのタイプの機器が同一の加速度パラメータ \hat{m} を有するという比例性仮説を検定した。その結果、仮説検定モデル(23)における帰無仮説 H_i^0 が棄却できないことを確認した。本節では、タイプ別、装置別の機器のハザード率の異質性パラメータを推計する。

本研究で着目する3つのタイプの機器 (HDD, 電源部, 処理部) を、交通管制情報システムを構成する9つの中央局システムのいずれに設置されているかで分類し、さらに各中央局システムにおける3種類の用途, 1) PC (モニター, 端末部で使用), 2) サーバー (サーバー, 処理装置で使用), 3) その他装置 (前述した用途以外で使用) に細分化すれば、表-5に示すように、タイプごとに27種類のカテゴリを得ることができる。式(22)を用いて、各カテゴリごとの異質性パラメータの最尤推計値を求めることができる。ただし、カテゴリ (i, j) において、該当する機器が存在しない場合もあるので、推計すべき各異質性パラメータの数は最終的にHDDが21個、電源部が9個、処理部が26個となった。表-5に推計した各異質性パラメータ $\hat{\varepsilon}_{ij}(\hat{\theta})$ の値と各タイプの各機器のサンプル数を示す。同表に示すように装置により異質性パラメータの最尤推計値は多様に分布しており、情報システムを構成する機器の劣化特性を表現するためにはハザード率の異質性を考慮することが必要であることが理解できる。また、機器構成が極めて細分化されているため、機器特性の相違をダミー変数で表現する方法では推計効率が低くなることが推察できる。異質性パラメータの最尤推計値を用いれば、装置ごとの劣化特性を表す確定的なワイブル劣化ハザード

ドモデル得ることができる。しかし、表-5に示すように、装置カテゴリによってはサンプル数が極端に少なくなる場合がある。このため、装置カテゴリごとに求めたワイブル劣化ハザードモデルの信頼性に問題が生じる可能性がある。実際、表-5に示した異質性パラメータの中には、異質性パラメータを導入することに対する説明力がないという帰無仮説を、有意水準95%で棄却できないものがあつた。そこで、装置カテゴリをグループ化することにより、グループごとの平均的な劣化特性を表す集約的ワイブル劣化ハザードモデルを求めることとする。タイプ別、装置別に求めた異質性パラメータ ε_{ij} を、すべての装置に対して集計化した平均的なタイプ別異質性パラメータ $E\varepsilon_i$ ($i = 1, \dots, M$) を定義しよう。そのために、すべての装置に対して集計化した部分尤度関数を

$$\mathcal{L}_i^{\circ}(\xi_i, E\varepsilon_i : \hat{\theta}_i) = \frac{\hat{\phi}^{\hat{\phi}}}{\Gamma(\hat{\phi})} \prod_{j=1}^{N_i} \prod_{k=1}^{L_{ij}} \{ \hat{\gamma}_i \hat{m} (t_{ij}^k)^{\hat{m}-1} \}^{\delta_{ij}^k} E\varepsilon_i^{s_{ij} + \hat{\phi} - 1} \exp \left\{ -(\hat{\phi} + \hat{\gamma}_i \hat{\tau}_{ij}) E\varepsilon_i \right\} \quad (27)$$

と定義する。異質性パラメータ $E\varepsilon_i$ の最尤推計量は

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}_i^{\circ}(\xi_i, E\varepsilon_i : \hat{\theta}_i)}{\partial E\varepsilon_i} = 0 \quad (28)$$

を満足するような $E\hat{\varepsilon}_i(\hat{\theta}_i)$ として

$$E\hat{\varepsilon}_i(\hat{\theta}_i) = \frac{\sum_{j=1}^{N_i} s_{ij} + \hat{\phi} - 1}{\sum_{j=1}^{N_i} \hat{\phi} + \hat{\gamma}_i \hat{\tau}_{ij}} \quad (29)$$

と表すことができる。同様に、異質性パラメータを、タイプ別、用途 (PC, サーバー, その他装置) 別に集計化した異質性パラメータ $E\varepsilon_{il}$ ($i, l = 1, 2, 3$) の最尤推計量 $E\hat{\varepsilon}_{il}(\hat{\theta}_i)$ は

$$E\hat{\varepsilon}_{il}(\hat{\theta}_i) = \frac{\sum_{j \in \omega_l} s_{ij} + \hat{\phi} - 1}{\sum_{j \in \omega_l} \hat{\phi} + \hat{\gamma}_i \hat{\tau}_{ij}} \quad (30)$$

と表すことができる。ただし、 l は機器の用途であり、 $l = 1$ の時はPC, $l = 2$ の時はサーバー, $l = 3$ の時はその他の用途を表す。また、 ω_l は、用途が l となる装置の集合を表す。以上のような考え方で集計化した平均的異質パラメータの最尤推計量を表-6に示している。タイプ別に集計した平均的異質性パラメータを比較すれば、 $E\hat{\varepsilon}_1(\hat{\theta}) > E\hat{\varepsilon}_2(\hat{\theta}) > E\hat{\varepsilon}_3(\hat{\theta})$ が成立している。さらに、到着密度パラメータについても同様の関係が成り立っているので、ハザード率はHDDが最も大きく (最も故障しやすく)、電源部が最も小さくなる。各タイプごとに得られた異質性パラメータを集約化した平均的異質パラメータ $E\hat{\varepsilon}_i(\hat{\theta})$ を求めることにより、各タイプの機器の平均的な劣化特性を表すワイブル劣化ハザードモデルを得ることができる。各タイプ別に集計化した平均的な異質性パラメータ $E\hat{\varepsilon}_i(\hat{\theta})$ ($i = 1, 2, 3$) を用いて、各タイプ別の平均的な生存関数を求めた結

表-5 異質性パラメータ

	HDD	電源部	処理部本体
部局1 (PC)	0.154 (1.536)	0.006 (2.401)	0.154 (1.398)
(サーバー)	0.148 (1.744)	-	0.148 (1.484)
(その他)	-	-	0.008 (3.694)
部局2 (PC)	0.123 (2.973)	0.120 (2.586)	0.770 (8.94E-02)
(サーバー)	2.208 (0.541)	-	0.125 (1.897)
(その他)	0.161 (1.321)	-	0.008 (3.313)
部局3 (PC)	0.146 (1.799)	0.007 (5.549)	0.146 (1.507)
(サーバー)	0.669 (3.357)	-	0.008 (3.715)
(その他)	0.133 (2.337)	-	0.860 (7.62E-02)
部局4 (PC)	1.437 (5.38E-02)	0.004 (3.174)	0.688 (0.190)
(サーバー)	0.768 (2.136)	-	0.674 (0.213)
(その他)	0.006 (11.207)	-	0.833 (7.82E-02)
部局5 (PC)	0.753 (0.479)	0.008 (1.983)	0.113 (2.170)
(サーバー)	0.600 (1.500)	-	0.628 (0.303)
(その他)	-	-	-
部局6 (PC)	0.134 (2.310)	0.008 (1.954)	0.132 (1.752)
(サーバー)	0.114 (3.365)	-	0.802 (6.24E-02)
(その他)	-	-	0.142 (1.579)
部局7 (PC)	0.147 (1.779)	0.007 (2.090)	0.147 (1.500)
(サーバー)	1.304 (0.246)	-	0.136 (1.674)
(その他)	-	-	0.009 (3.070)
部局8 (PC)	5.400 (12.044)	1.360 (3.519)	0.481 (0.830)
(サーバー)	1.833 (0.181)	-	1.508 (0.325)
(その他)	-	-	0.581 (0.424)
部局9 (PC)	0.844 (0.178)	0.632 (3.44E-02)	0.416 (1.260)
(サーバー)	0.138 (2.140)	-	0.948 (3.43E-03)
(その他)	-	-	0.123 (1.937)

注) -は、該当する部局に装置が存在しないことを示す。また、電源部にはPC、サーバー、装置の用途別の分類はないため、一括してPC部に記入している。()内の数字は尤度比検定統計量である。

表-6 異質性パラメータ

	HDD	電源部	処理部本体
$E\hat{\varepsilon}_i(\hat{\theta})$	0.923 (9.746)	0.205 (8.737)	0.431 (20.086)
$E\hat{\varepsilon}_{i1}(\hat{\theta})$	1.302 (0.022)	-	0.366 (8.344)
$E\hat{\varepsilon}_{i2}(\hat{\theta})$	0.900 (6.403)	-	0.527 (3.973)
$E\hat{\varepsilon}_{i3}(\hat{\theta})$	0.095 (14.552)	-	0.410 (8.243)

注) -は、該当する用途に用いられる機器が存在しないことを示す。 $E\hat{\varepsilon}_{il}(\hat{\theta})$ ($l = 1, 2, 3$)は、それぞれPC、サーバー、その他の装置の平均的異質性パラメータを表す。また、()内の数字は尤度比検定統計量を示している。

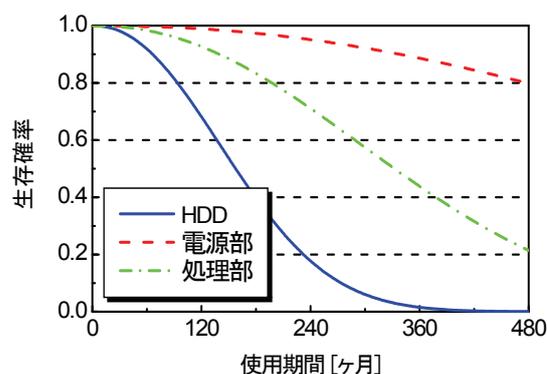


図-4 タイプ別の生存関数

果を図-4に示している。ここで、生存確率は全サンプルのうち、当該期間に生存しているサンプルの相対比率を表している。なお、機器の寿命は、一般的に耐用年数として評価されることが多い。同図は、生存確率に応じた耐用年数を示していると考えられる。したがって、生存確率を管理指標として採用する

ことで、任意の管理指標のもとでの耐用年数を評価することができる。ただし、管理指標は機器の重要性を勘案して設定する必要がある。図-4より、例えば生存確率が50%となる使用期間(耐用年数)は、HDDでは158ヶ月、電源部では804ヶ月、処理部では332ヶ月と

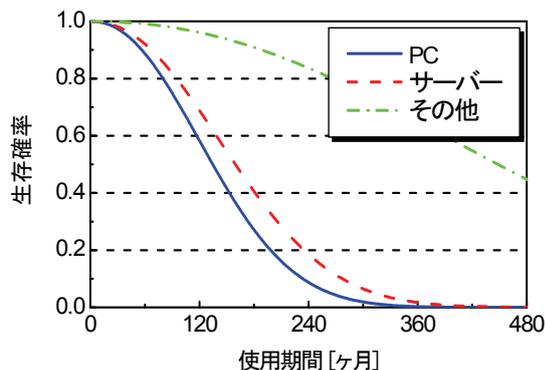


図-5 HDDの生存関数

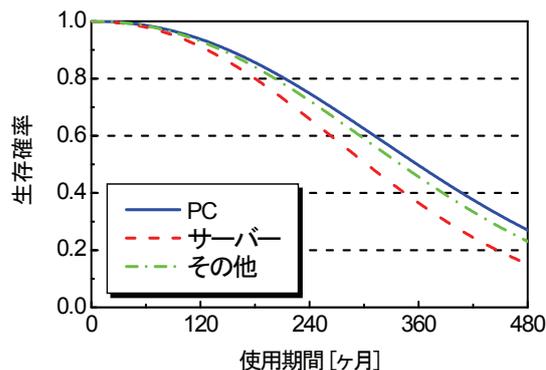


図-6 処理部の生存関数

なっている。さらに、HDDを120ヶ月使用した際の生存確率は約68.2%であり、240ヶ月使用した際の生存確率は約17.8%である。これにより、HDDは、使用期間が長くなればなるほど故障発生確率が加速度的に大きくなることがわかる。また、電源部を120ヶ月使用した際の生存確率は約98.9%、240ヶ月使用した際の生存確率は約95.1%であり、処理部ではそれぞれ約92.7%、約71.1%となる。したがって、電源部、処理部についてもHDDと同様に使用期間が長くなればなるほど故障発生確率が加速度的に大きくなるといえるが、これら3つのタイプの中でもHDDが最も急な勾配を持ち、電源部が最も緩やかな勾配を持つことがわかる。さらに、HDD、処理部の異質性パラメータを用途別に集計して求めた生存関数を図-5、図-6に示している。図-5は、HDDの生存関数を表している。同一のHDDでも、用途によりHDDの使用環境が異なる。同図に示すように、PC、サーバー、その他の装置という3つの用途の中で、PCとして利用した場合にもっとも故障が早くなる。異質性パラメータの最大値はPC部であり、生存確率が50%となる使用期間は135ヶ月である。一方、異質性パラメータの最小値はその他装置で、生存確率が50%となる使用期間は448ヶ月である。また、図-6の処理部においては、サーバー使用の場合のハザード率をもっとも大きい値を示し、使用期間303ヶ月で生存確率50%となる。PCの場合、ハザード率をもっとも小さく、生存確率が50%となる使用期間は358ヶ月である。

表-6に、機器を装置カテゴリ別に集約して推計した異質性パラメータの期待値と、異質性パラメータの説明力に関する尤度比検定の結果を示している。若干の機器（PC部に用いられるHDD）を除いて、尤度比検定統計量は有意水準95%に対応する統計量3.84を超えており、異質性パラメータは有意であることが理解

できる。表-5に、各部局のPC部に用いられるHDDの異質性パラメータを示しているが、この中で、部局8の異質性パラメータの値は5.40と非常に大きい。また、サンプル数も少なくない。実際、部局8においてPC部に用いられるHDDの異質性パラメータの尤度比検定統計量は12.04であり、パラメータの異質性が極めて顕著であることが理解できる。また、同異質性パラメータを除いて集約化した異質性パラメータ $E\hat{\varepsilon}_{11}(\hat{\theta})$ は0.539、尤度比検定統計量は9.746となり、異質性パラメータを導入しても説明力がないという帰無仮説を、有意水準95%で棄却することができる。一方、PC部に用いられるHDDの異質性パラメータの期待値 $E\hat{\varepsilon}_{11}(\hat{\theta})$ は、有意水準95%で、異質性パラメータの説明力がないという帰無仮説を棄却できない。これは、PC部で利用されているHDDに関しては、部局によって異質性パラメータ値が大きく異なっており、すべての部局で用いられている機器を1つのカテゴリに集約できないこと意味している。

本適用事例で示したように、本研究で提案したランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルは、劣化特性が多様に異なる多様な機器構成を持つ大規模情報システムの劣化過程をモデル化するために有効な手法であることが理解できる。ハザードモデルは信頼性工学の分野で発展した解析手法であるが、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを作成し、個別機器の劣化特性の異質性を実証的に分析した事例は、著者らの知る限り他に見当たらない。ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを用いることにより、機器・設備タイプや装置の多様性に対応した生存関数、寿命関数を推計することが可能であり、情報システムだけでなく、大規模設備システムのライフサイクル費用評価の精緻化に資することが期待できよう。さらに、このような精緻な

予測モデルを基本ツールとして組み入れることにより、大規模な情報・設備システムの更新問題に対して動的故障解析や陳腐化を考慮したリアルオプション手法を用いたアプローチが可能となる。また、このような劣化特性が異なる多くの要素で構成され、それらが複雑な階層構造かつ広範囲に及ぶネットワークを形成しているシステムは、土木施設を支援する情報・設備系システムの特徴であると言える。本研究で提案した手法は、本適用事例でとりあげた交通管制情報システムだけでなく、土木施設の機能を支援する多様な情報・設備システムへの適用が可能である。さらに、劣化特性の異質性という観点で言えば、部材や構成要素ごとに施工条件、構造・材料特性や使用条件が異なるような土木施設の劣化特性を分析する問題にも適用可能である。今後、多くの土木施設を対象とした適用事例を積み重ねることにより、ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルの有効性を検証することが重要である。

5. おわりに

本研究では、社会基盤施設を支援する大規模情報システムの機器レベルのアセットマネジメントを対象として、情報システムを構成する機器群の劣化故障予測モデルを提案した。その際、情報システムが、多数のタイプの機器で構成されることに着目し、タイプ間におけるハザード率の異質性を表現できるような故障解析モデルが必要であることを指摘した。このような故障率の異質性を操作的に表現するために、ワイブル劣化ハザードモデルをベースモデルとし、ハザード率の比例的異質性を標準ガンマ分布で表現したようなランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを定式化した。さらに、高速道路の交通管制情報システムを対象とした適用事例を通じて、提案したハザードモデルの有効性を実証的に検証した。本研究で提案したランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを情報システムのアセットマネジメントへ適用する上で、いくつかの研究課題が今後に残されている。第1に、本研究で提案したハザードモデルを用いた機器レベルでのアセットマネジメントの方法論を開発することが必要である。特に、情報システムの運用期間中に、情報機器が製造中止になり、必要な機器が容易に入手できなくなる場合がある。この場合、代替品を利用すると費用が嵩むことになる。したがって、将来の品切れに対応するために、交換機器を備蓄することが必要となる。あるいは、情報機器の予防的保全を実施するために、機器の更新間隔を合理的に決定することが必要となる。このような機器レベルでの、アセットマネジメントを実施する上で、本研究で提案したハザードモデルは中心的な役割を果たす

ことになる。第2に、情報システムの機能レベルでの故障解析が必要となる。機能レベルのアセットマネジメントでは、機器、機器群の故障がシステム全体の機能障害に及ぼす影響の重大性に着目して、各機器、機器群の保全戦略を検討することが求められる。筆者等は、本研究で提案したハザードモデルを用いて、個々の機器の故障過程を表現し、フォールト・ツリーを用いて個々の機器の故障がシステム全体の機能に及ぼす影響を表現し、システムの動的な故障特性を分析する方法論の開発を試みている。このようなシステムの動的故障解析に関しては、別の機会に発表したいと考える。第3に、情報システムのシステムレベルのアセットマネジメントに取り組む必要がある。このためには、情報システムの技術的陳腐化、処理時間の遅延と、情報システムの動的故障過程を同時に考慮に入れて、情報システムの最適更新タイミングを決定するようなリアルオプションモデルの開発が必要となる。

謝辞：本研究を遂行するに際して、財団法人高速道路技術センター施設技術研究部・吉川和利氏（研究当時）、中日本高速道路株式会社横浜支社道路管制センター管制チーム、同横浜支社施設整備チーム、同横浜支社施設チームから多大なご協力と貴重な助言を賜った。ここに感謝の意を表す。また、本研究の一部は文部科学省科学技術調整振興費「若手研究者の自立的研究環境整備促進」事業により大阪大学大学院工学研究科グローバル若手研究者フロンティア研究拠点において実施された。

参考文献

- 1) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 2) Gouriéroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 3) Shin, H.C. and Madanat, S.M. : Development of stochastic model of pavement distress initiation, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.
- 4) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- 5) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推計, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 6) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 7) 津田尚胤, 貝戸清之, 山本浩司, 小林潔司: ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法, 土木学会論文集, No.3/VI-62, pp.473-491, 2006.
- 8) 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- 9) Gouriéroux, C. and Visser, M.: A count data model with unobserved heterogeneity, *Journal of Econometrics*, Vol.79, pp.247-268, 1986.

- 10) Cruz, M.G.: *Modelling, Measuring and Hedging Operational Risk*, Wiley, 2002.
- 11) Cameron, A.C. and Trivedi, P.K.: Regression-based tests for overdispersion in the Poisson model, *Journal of Econometrics*, Vol.46, pp.347-34, 1990.
- 12) Cameron, A.C. and Trivedi, P.K.: *Regression Analysis of Count Data*, Cambridge University Press, 1998.
- 13) Mikosch, T.: *Non-Life Insurance Mathematics*, Springer, 2000.
- 14) McNeil, J.A., Frey, R. and Embrechts, P.: *Quantitative Risk Management*, Princeton University Press, 2005.
- 15) Maher, M.J. and Summersgill, I.: A comparative methodology for the fitting predictive accident models, *Accident Analysis & Prevention*, Vol.28, pp.281-296, 1996.
- 16) Lawless, J.F.: Negative binomial and mixed Poisson regression, *Canadian Journal of Statistics*, Vol.15, pp.209-225, 1987.
- 17) Piegorsch, W.W.: Maximum likelihood estimation for the negative binomial dispersion parameter, *Biometrika*, Vol.46, pp.863-867, 1990.
- 18) 貝戸清之, 小林潔司, 加藤俊昌, 生田紀子: 道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク, 土木学会論文集F, Vol.63, No.1, pp.16-34, 2007.
- 19) 磯田和男, 大野豊: 数値計算ハンドブック, オーム社, 1990.
- 20) 森棟公夫: 計量経済学, 東洋経済新報社, 1999.

(2007. 3. 7 受付)

RANDOM PROPORTIONAL WEIBULL HAZARD MODEL : AN APPLICATION TO TRAFFIC CONTROL SYSTEMS

Kiyoyuki KAITO, Kohji YAMAMOTO, Kengo OBAMA, Koichi OKADA
and Kiyoshi KOBAYASHI

In this paper, the hazard model is presented to describe the fault generation processes of the equipments with time-dependent hazard rates for the asset management of the large-scaled information systems. In doing so, the time-dependent hazard rate is formulated by the Weibull hazard model; the heterogeneity of the hazard rates across the equipment types is explained by the random proportional Weibull hazard model, where the hazard rates are subject to Gamma distribution. The paper also presents the estimation techniques for the proposed model. The model is applied to estimate the fault rates of the information equipments of the traffic control systems in the real world, and the applicability of the model is investigated through a case study.