空港舗装のアセットマネジメントのための ハイブリッド型地盤沈下モデル

下村泰造[1]・小濱健吾[2]・貝戸清之[3]・小林潔司[4]

[1]正会員　大成建設株式会社土木本部土木設計部設計計画室（〒163-0606 東京都新宿区西新宿1-25-1）
Email:taizo@ce.taisei.co.jp
[2]学生会員　京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂）
E-mail:k.obama@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp
[3]正会員　大阪大学大学院工学研究科グローバル若手研究者フロンティア研究拠点
（〒565-0871 吹田市山田丘2-1）E-mail:kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp
[4]フェロー会員　京都大学経営管理大学院経営管理講座（〒606-8501 京都市左京区吉田本町）
E-mail:kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

空港施設のアセットマネジメントにおいて，地盤沈下予測は重要な課題となる．設計・施工段階では，地盤条件に多大な不確実性が介在するために，沈下過程を確定的に予測することは困難である．本研究では，不同沈下を考慮した１次元圧密モデルを用いて，地盤沈下過程に関するサンプルパスを作成するとともに，サンプルパスを荷重平均した混合地盤沈下モデルを作成する．空港の供用開始後，地盤沈下量を継続的にモニタリングすることにより，混合地盤沈下モデルをMCMC（マルコフ連鎖モンテカルロ）法を用いてベイズ更新するハイブリッド型地盤沈下モデルを提案する．具体的に，空港舗装を対象として，地盤沈下予測とモニタリング情報を用いた地盤沈下予測管理問題への適用事例を示す．

Key Words : *hybrid ground consolidation model, airport facilities, Markov Chain Monte Carlo simulation, Bayesian estimation, asset management*

１．はじめに

わが国では人工島や埋め立て地に空港が建設される場合が少なくない．このような海上空港では，地盤の不同沈下により，空港舗装が損傷を受ける可能性がある．地盤沈下の進行により，空港舗装の勾配に関する性能規定が満足されない場合，コンクリート舗装の大規模補修が必要となる．このため，空港舗装のアセットマネジメント戦略を決定する上で，将来に発生する地盤沈下を予測することは重要な課題となる．

従来より，軟弱地盤を対象として，圧密理論を用いた地盤沈下予測モデルが開発されている[1)−5)]．しかし，現実の地盤条件には多くの不確実性が介在するために，地盤沈下過程を確定的に予測することは極めて困難である．このため，地盤条件を表す土質定数を確率変数として取り扱い，不同沈下を考慮した１次元圧密モデルを用いて地盤沈下過程を確率的に予測する方法[5)]が提案されている．これらの確率的地盤沈下モデルでは，土質定数を乱数発生させるとともに，土質定数の組み合わせに対して地盤沈下過程に関するサンプルパスを発生することになる．

空港建設後，地盤沈下を継続的にモニタリングすることにより，地盤沈下過程の予測精度を向上させることが可能となる．本研究では，統計的な地盤沈下モデル（混合地盤沈下モデルと呼ぶ）を圧密理論を用いて求めたサンプルパスの荷重和として表現する．その上で，モニタリング情報を用いて，サンプルパスに割り当てられた重み係数を逐次ベイズ更新するようなハイブリッド型地盤沈下モデルを提案する．混合地盤沈下モデルの推計精度は，サンプルパスの発生方法やその推計精度に依存している．したがって，混合地盤沈下モデルの推計精度を議論する場合，ベイズ更新の根拠となったサンプルパスの発生方法や現象再現性に関する検証が必要となる．

以上の問題意識の下に，本研究では海上空港を対象としたハイブリッド型地盤沈下モデルを提案する．以下，**2.** では本研究の基本的な考え方を整理し，**3.** では，圧密理論を用いて地盤沈下過程に関するサンプルパスを発生させる．**4.** では，サンプルパスを用いて混合地盤沈下モデルを作成し，**5.** でベイズ更新モデルを提案する．**6.** で数値計算事例を紹介する．

２．本研究の基本的立場

（１）従来の研究概要

空港舗装のアセットマネジメントに関しては，米国

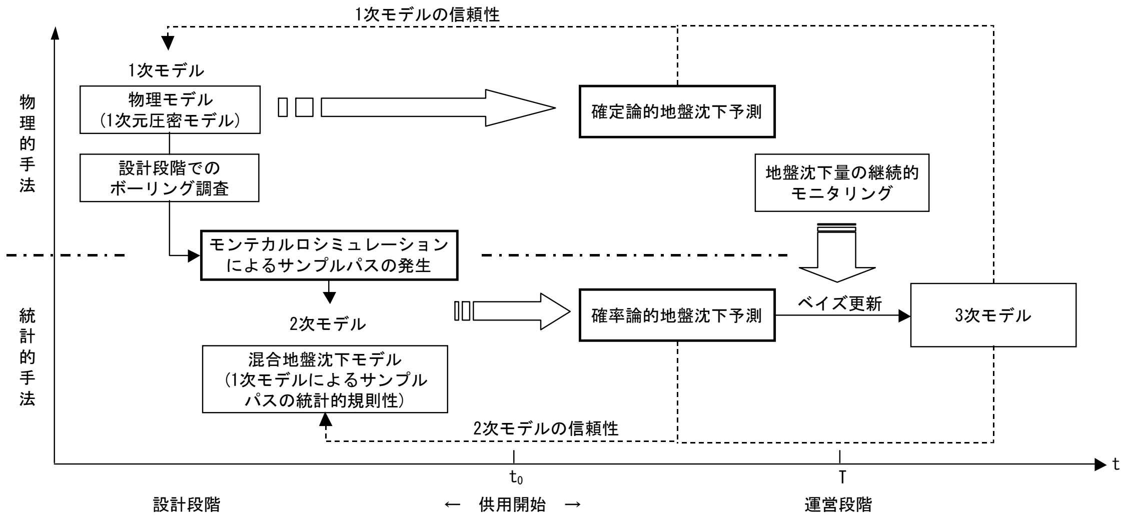


図-1 ハイブリッド型地盤沈下モデルの構成

において既に実績があり，オクラホマ空港におけるコンクリート舗装を対象とした舗装マネジメントシステム[6]やFAA（Federal Aviation Administration）が提案している舗装マネジメントシステム[7]等の事例が存在する．両事例とも，経年的に蓄積された，十分な空港舗装の劣化データを元に，空港舗装の劣化状態を表すPCI（Pavement Condition Index）を用いた劣化曲線を最小二乗法を用いて推計する手法を採用している．しかし，劣化過程には多大な不確実性が介在するために，劣化曲線の推計精度は必ずしも良好ではない．一方，劣化過程の不確実性を考慮した統計的劣化モデルとして，マルコフ連鎖モデルがあげられる．マルコフ連鎖モデルでは，対象とする施設の健全度を，複数の離散的なレーティング指標で表現し，健全度間の推移確率をマルコフ推移確率で表現する．さらに，マルコフ推移確率を，多段階指数ハザードモデルを用いて推計する方法[8)-11)]も提案されている．しかし，統計的劣化モデルは，モデルを推計するために対象とする施設の劣化過程に関するデータの蓄積が必要となる．

アメリカ合衆国で開発された空港舗装マネジメントシステムは，いずれも舗装地盤の安定性を前提として開発されたものである．しかし，わが国では，空港が人工島もしくは海岸埋立地に立地している場合が少なくない．このような海上空港の維持管理においては，空港地盤の沈下が重大な影響を及ぼすことになる．したがって，空港舗装マネジメントにおいては，地盤沈下量の予測を考慮した維持補修政策の検討が必要となる．空港地盤の沈下過程を予測するために，圧密理論を用いた地盤沈下モデルが提案されている．しかし，地盤条件には多大な不確実性が介在するため，地盤沈下過程を確定的に予測することは困難である．また，初期施工状態のちらばりや材料物性値の持つばらつき等，地盤沈下モデルで記述できない要因や，モデルの信頼性等による不確実性も介在する．このため，現実に生起した地盤沈下状態が，地盤沈下モデルにより推計された設計値と一致する保証はない．

本研究では，まず空港コンクリート舗装の初期設計段階を想定し，圧密理論に基づいた地盤沈下モデル[5]を用いて，地盤沈下過程の経年的予測を試みる．しかし，近年，建設が増加している海上空港においては，地盤条件の不確実性が介在するため，地盤パラメータをランダムに与えることにより，舗装劣化過程のサンプルパスを発生させる手法を採用する．その上で，サンプルパスの背後にある統計的な規則性を，混合地盤沈下モデルを用いて表現する．つぎに，空港供用後の期間に着目するとともに，空港コンクリート舗装の維持・管理過程で得られた地盤沈下情報に基づいて，混合地盤沈下モデルをベイズ更新させるという方法論を提案する．このように，本研究で提案する地盤沈下モデルは，力学的予測モデルと統計的予測モデルを合成したハイブリッド型モデルである．このようなハイブリッド型地盤沈下モデルに関する研究は，筆者等の知る限り，本研究がはじめての試みである．

（2）ハイブリッド型地盤沈下モデル

対象とする期間を，空港が供用される時点より以前の期間と，供用開始後の期間に分割し，前者を設計段階，後者を運営段階と定義しよう．設計段階においては，空港地盤の沈下過程に関するモニタリング情報は，存在していない．したがって，設計段階では，１次モデル（圧密理論を用いた地盤沈下モデル）を用いて，メッシュごとの地盤沈下量の経年予測を行うことが課題と

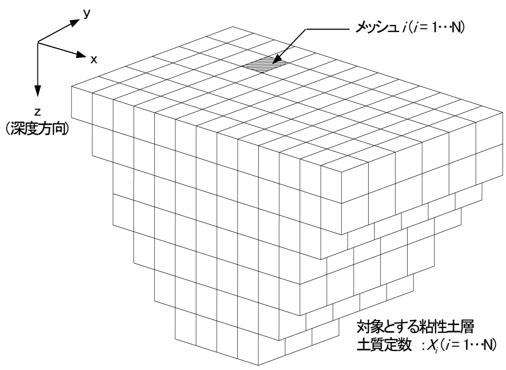


図-2 地盤のモデル化

なる．空港管理者は，設計段階で必要なボーリング調査を実施し，地盤条件に関するデータを獲得する．ボーリング調査により獲得するデータは，地盤条件に関する部分情報であり，完全情報ではない．このため，地盤沈下過程を確定的には予測できない．したがって，設計段階では，地盤沈下に関する複数のシナリオを設定するとともに，各メッシュの地盤沈下過程に関するサンプルパスを獲得する．その上で，サンプル情報に基づいて，地盤沈下過程の統計的規則性を２次モデルを用いて表現する．２次モデルにより，劣化過程の確率的な分布を表現することが可能となる．つぎに，運用段階を考えよう．空港の供用開始時点から，空港管理者は，各メッシュの地盤沈下量を継続的にモニタリングする．空港管理者は，地盤沈下量に関するモニタリング情報に基づいて，２次モデルをベイズ更新し，３次モデルを作成する．以上の３つのサブモデルの関係を**図-1**に整理している．同図に示すように，本研究で提案する地盤沈下予測モデルは，１）圧密理論に基づいて，地盤沈下過程のサンプルパスを発生する１次モデル，２）１次モデルで生成したサンプルパスの統計的規則性を表現する混合地盤沈下モデル（２次モデル），３）時間の経過にしたがって獲得される新しいモニタリング情報を用いて２次モデルをベイズ更新する３次モデル，で構成される複合的な予測モデル（以下，ハイブリッド型地盤沈下モデルと呼ぶ）になっている．このようなハイブリッド型地盤沈下モデルの有効性を検討するために，以下では，まず１次モデルと２次モデルが果たす役割について検討する．

本研究では，空港地盤の沈下過程を，地盤の不同沈下過程を考慮した確率的１次元圧密モデル（１次モデル）を用いて表現する．そのために，対象とする空港地盤を平面メッシュに分割するとともに，各平面メッシュに対して垂直方向にもメッシュ分割した３次元地盤モデルを用いる（**図-2**参照）．１次モデルを用いることにより，各平面メッシュごとに，地盤沈下量の経年的変化を予測することができる．しかし，地盤条件には多くの不確実性が介在する．このため，地盤条件をランダムに変化させた１次元圧密モデルを用いて，多数の地盤沈下シナリオを発生させることとする．乱数発生により各３次元メッシュの地盤条件を確定する．このように各メッシュの地盤条件を設定すれば，１次モデルを用いて各平面メッシュの経年的な地盤沈下過程を予測することができる．このようにして求めた地盤沈下過程は，乱数発生により求めた地盤条件シナリオに対して求めた沈下過程の１つのサンプル（以下，サンプルパスと呼ぶ）を意味している．

地盤条件シナリオをランダム発生させることにより，それぞれ平面メッシュごとに複数のサンプルパスを求めることができる．空港舗装の設計や維持補修計画を立案するためには，１次モデルを用いて作成した膨大なサンプルパスの情報を集約化することが必要である．もっとも簡単な方法は，１次モデルで求めたサンプルパスを平均化した期待値パスを用いる方法である．期待値パスは簡便であるが，１次モデルで求めた膨大な情報を，十分に活用できていないという限界がある．そこで，本研究では１次モデルで求めたサンプルパスに対して重み係数を割り当て，地盤沈下過程をサンプルパスの荷重平均で表現したような混合地盤沈下モデル（２次モデル）を定式化する．設計段階では，現実の地盤沈下過程を観測できないため，２次モデルを統計的に推計することは不可能である．したがって，各サンプルパスの確かさに関する理論的･経験的な追加情報が存在しなければ，各サンプルパスに対する重みを等しく取り扱わざるを得ない．すなわち，地盤沈下過程は，サンプルパスを平均化した期待値パスとして定義される．しかし，空港が供用された後は，地盤沈下過程に関するモニタリング情報が獲得できる．モニタリング情報を活用し，２次モデルを逐次ベイズ更新し，地盤沈下過程の予測精度を向上することが課題となる．

（３）ベイズ更新スキーム

空港舗装マネジメントにおいては，地盤沈下過程を継続的にモニタリングし，設計段階で予測した地盤沈下過程を再評価し，必要であれば維持補修戦略の見直しを図ることが求められる．いま，**図-3**に示すように，空港供用時点t_0から一定期間が経過し，現在時点Tに到達したと考える．設計段階では，確率１次元圧密モデルを用いて，地盤沈下過程を予測する．図中の破線は，ある平面メッシュをとりあげ，メッシュの地盤沈下量の経年変化を予測した結果を示している．図中には土質定数を変化させた20個の計算シナリオに対して求めた地盤沈下過程のサンプルパスを示している．さら

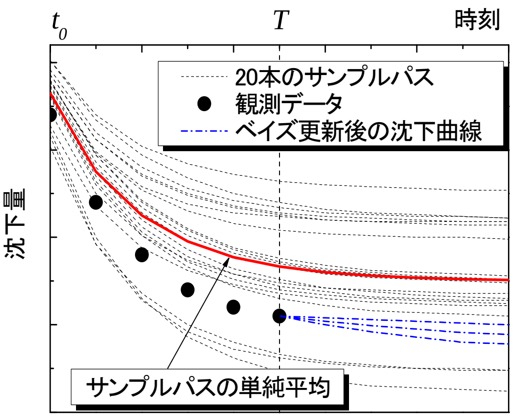


図-3 混合地盤沈下モデルのベイズ更新

に，図中の太い赤線は，これらのサンプルパスの単純平均により求めた期待値パスを示している．空港供用開始後，各メッシュの地盤沈下過程のモニタリングを継続したと考える．同図には，供用開始時点t_0から，現在時点Tに至るまでに観測された地盤沈下量を●印でプロットしている．同図の設定では，プロットされた地盤沈下量の実測値は，太線で示された期待値パスよりも下方に位置させている．現実の地盤沈下プロセスにおいてもこのようなケースは十分に想定され，その沈下のスピードは期待値パスよりも速くなる．すなわち，期待値パスを用いた場合には現実の沈下速度を過小評価する可能性があり，期待値パスのみで舗装マネジメントを実施することには限界がある．

混合地盤沈下モデルは，サンプルパスに対して重み係数を割り当て，サンプルパスの荷重平均を求めることによって獲得できる．さらに，期待値パスは，図に示した20個のサンプルパスに等しい重みをつけて，サンプルパスの単純平均を求めた結果である．しかし，モニタリング情報に基づけば，混合地盤沈下モデルを構成する場合，現実のモニタリング結果に近いサンプルパスに対してより大きい重みをつけたほうが，より合理的な予測結果を獲得できる．さらに，重みベクトルがある事前分布に従って分布すると考えよう．初期時点においては，地盤沈下に関するモニタリング情報は利用可能でない．したがって，すべてのサンプルパスに対して，等しい重みが割り当てられる．しかし，モニタリング情報が獲得できれば，地盤沈下量の観測値に近いサンプルパスに対して，より大きい重みが割り当てられるようになる．その結果，重み係数の分布範囲をより狭い範囲に限定することが可能となる．**図-3**には，現在時点Tまでのモニタリング情報を用いてベイズ更新した混合地盤沈下モデルを用いて，現在時点T以降の地盤沈下過程を予測したサンプルパスを青い1点鎖線で示している．1次モデルで求めたサンプルパスの散らばりと比較して，ベイズ更新後のサンプルパスは狭い範囲に収束しており，混合地盤沈下モデルの予測精度が向上していることが理解できる．

（4）混合地盤沈下モデルの推計精度

混合地盤沈下モデルは，1次モデルによる予測結果に基づいて統計的に再構成したものである．このように作成した混合地盤沈下モデルの推計精度は，1）サンプルパスを発生した1次モデルの信頼性，2）2次モデルが1次モデルのデータ発生メカニズムを十分な精度で近似しているかどうかに依存している．本研究では，前者を1次モデルの信頼性問題，後者を2次モデルの信頼性問題と呼ぶこととする．

空港舗装マネジメントでは，地盤沈下過程を継続的に観測することにより2次モデルの推計精度の向上を図ることが求められる．しかし，2次モデルをベイズ更新したとしても，それで1次モデルの信頼性問題が解消したわけではないことに留意する必要がある．1次モデルの効用は，地盤沈下現象を力学モデルとして表現できる点にある．地盤沈下予測結果に誤差が発生した場合，それが設計段階に想定していた範囲の中にある誤差であるかどうかを評価することが重要な課題となる．混合地盤沈下モデルの統計的信頼性を分析することにより，ハイブリッド型地盤沈下モデルの予測誤差が，1次モデルが生成したサンプルデータにより想定される予測誤差の範囲の中に納まるかどうかを検討することが可能となる．もちろん，このような統計的信頼性の検討を行っても，それにより1次モデルの信頼性が確認されたわけではない．せいぜいのところ「1次モデルを用いて，地盤沈下現象を近似的に表現できている」という判断情報を獲得したにすぎない．地盤沈下過程の実績が，当初想定した誤差の範囲を逸脱していると判断される場合には，1次モデルの信頼性を疑うべきであり，圧密理論を用いた地盤沈下モデルの再検討が必要となることは言うまでもない．

3．地盤沈下モデル（1次モデル）

（1）モデル化の前提条件

空港管理者がカレンダー時刻τ_0に空港施設を新たに建設し，それ以降の時点にわたって空港コンクリート舗装を管理する問題を考える．カレンダー時刻τ_0を初期時点$t=0$とする離散的時間軸$t=0,1,2,\cdots$を導入する．離散的時間間隔として，1年間を想定する．離散軸上の各点tを時点と呼ぶ．時点tにおいて生じる地盤沈下現象に対して，空港コンクリート舗装を管理する際には，とりわけ地盤の不同沈下現象に着目する必

要がある．空港用地は平面的な広がりを持ち，特に海上あるいは，臨海部の空港においては，造成地盤を構成する地盤物性に大きなばらつきが内在していることが指摘されている．そこで，地盤物性のばらつきによる不同沈下量を評価することが空港コンクリート舗装を管理する上で重要になる．地盤物性のばらつきを考慮した不同沈下シミュレーションモデルは，これまでにもいくつかの空港における不同沈下予測に利用されている．本研究においても，実務において実績のある土田・小野[5)]の不同沈下モデルを用いて，地盤沈下のサンプルパスを作成する．

（２）地盤モデルの構成

土田・小野による不同沈下モデル[5)]（以下，土田モデルと称する）は，軟弱地盤を埋立てた場合のように，圧密沈下が大きく，せん断による沈下を無視しうるような地盤を対象とした不同沈下予測モデルである．本モデルの詳細については，参考文献[5)]に譲るが，読者の理解を深めるために，モンテカルロシミュレーションの基本構成について簡単に説明する．モデル地盤を平面的なメッシュに分割し，それぞれのメッシュごとに独立して沈下が生じると仮定する．また，深度方向における地盤条件の不均一性を考慮するために，鉛直方向に対して**図-2**に示したような地盤メッシュ分割を設定する．その上で，地盤を３次元ブロックを用いてメッシュ分割するとともに，各ブロックにおける土質定数が，ある確率分布に従って分布すると仮定する．その際，ブロック間の土質定数の空間的相関を考慮する．各ブロックの土質定数を確率分布よりランダムにサンプリングする．その上で，平面メッシュにおける地盤沈下量を１次元圧密理論を用いて予測する．沈下量計算においては，以下の５つの仮定を設ける．すなわち，１）１次元圧密方程式を用い，圧密沈下は各平面メッシュごとに独立に発生する．２）各３次元ブロックごとに載荷重とそれに対する沈下量を算定し，その重ね合わせにより各平面メッシュの沈下量を求める．３）最終沈下量の計算に$e-\log p$曲線を用いる．４）平面メッシュごとに深さ方向に多層地盤となるが，圧密度の計算には換算層厚法を用いる．５）地中応力の計算には，地盤を弾性体としてブシネスクの式を用いる．さらに，モンテカルロシミュレーションにより，対象地盤を構成するブロック内の土質定数をランダムに変化させた計算ケースを設定し，対象地域全体の地盤沈下過程に関するサンプルパスを多数発生する．**表-1**は，確率的１次元圧密モデルにおいて考慮する土質定数と分布関数を示している．

一般的な土層モデルにおいては，地盤内の土質特性は水平方向，鉛直方向ともほぼ連続的に変化している

表-1 確率的１次元圧密モデルに用いる土質定数

圧密係数	c_v	対数正規分布
圧縮指数	C_c	正規分布
圧密降伏応力	p_c	正規分布
初期間隙比	e_0	正規分布

と考えられるが，海上空港などの埋立て地盤においては，埋立て土の土質物性のばらつきは少なくない．このため，各平面メッシュの地盤沈下量の間に差異が生じることにより，地盤の不同沈下が発生する可能性が大きい．土田モデルでは，地盤の水平方向の相関性を，土質定数の空間的自己相関係数

$$\tau_{ij} = exp(-r_{ij}^2/b^2) \tag{1}$$

を用いて評価する．ただし，τ_{ij}：メッシュi,j間の空間的自己相関係数，r_{ij}：メッシュi,j間の距離，b：相関距離である．相関距離bは，単位距離当たりの空間的自己相関性の強さを表すパラメータであり，bの値が大きいほど広い範囲において空間的相関が大きいことを意味している．一方鉛直方向には代表地点で実施したボーリング調査結果に基づいて土質定数を設定する．

鉛直方向の地表面からの深さに着目しよう．特に，同一の鉛直方向レベルに属する平面メッシュをとりあげる．対象地盤の一定深度を構成するN個の平面メッシュ$i(i=1,\cdots,N)$の土質定数を$X_i(i=1,\cdots,N)$で表すこととしよう．このとき，各ブロックの土質定数間の空間的相関構造を表す分散・共分散行列を

$$\boldsymbol{C}_x = \begin{pmatrix} Var[X_1] & \cdots & cov[X_1,X_N] \\ cov[X_2,X_1] & \cdots & cov[X_2,X_N] \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ cov[X_N,X_1] & \cdots & Var[X_N] \end{pmatrix} \tag{2}$$

と定義する．この行列の各要素は空間的自己相関関数τ_{ij}を用いれば

$$cov[X_i,X_j] = \sigma^2\tau_{ij} \tag{3}$$

と特定化できる．ただし，$\sigma^2 = VaR[X_i]\ (i=1,\cdots,N)$は，土質定数の分散を表す．分散・共分散行列(2)は，正値対称行列であるため対角下半行列$\boldsymbol{C}$を用いてコレスキー分解

$$\boldsymbol{C}_x = \boldsymbol{C}\boldsymbol{C}\prime \tag{4}$$

が可能である．ただし，記号$\prime$は転置操作を表す．また，対角下半行列$\boldsymbol{C}$は

$$\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & & & 0 \\ C_{12} & C_{22} & & \\ & \cdot & & \\ & \cdot & & \\ C_{N1} & C_{N2} & \cdots & C_{NN} \end{pmatrix}$$

と表される[5)]．ここで，各メッシュの土質定数をランダム発生させるためにn個の正規乱数$\boldsymbol{a} = (a_1, \cdots, a_N)'$を発生させよう．ただし，$a_i$は平均0，分散1の正規分布$N(0,1)$からサンプルした値である．さらに，各メッシュにおける土質定数Xの期待値ベクトルを$\boldsymbol{\mu}_x = (\mu_x^1, \cdots, \mu_x^N)'$と表そう．この時，正規乱数サンプル$\boldsymbol{a}$に対して土質定数サンプルベクトル$\boldsymbol{X}$を

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{C}\boldsymbol{a}$$

と表すことができる[5)]．

（３）地盤沈下サンプルパスの発生

１次元圧密理論を用いて，地盤沈下過程に関するサンプルパスを発生させよう．1次元圧密沈下モデルの詳細に関しては，参考文献[12)]に譲ることとする．ここでは，読者の便宜を図るために，その内容を簡単に紹介しておく．いま，荷重が一定であると考え，Terzaghiの1次元線形弾性圧密理論を用いれば，１次元圧密方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \tag{5}$$

と表される．ただし，uは過剰間隙水圧，c_vは圧密係数，zは垂直方向の座標軸（地表面において$z=0$）である．粘土層厚を$\bar{H}$で表そう．境界条件

$$z = 0,\ t = t\text{で}, u = 0 \tag{6a}$$

$$z = \bar{H},\ t = \ t\text{で}, \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \tag{6b}$$

と，初期条件

$$t = 0, z = z\text{で}\ u = p_z \tag{7}$$

の下で解く．ただし，p_zは荷重条件である．この時，圧密方程式(5)の解は

$$U_u = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2}{\alpha_n} \cos(\alpha_n Z) \exp(-\alpha_n^2 T_v) \tag{8}$$

と表される．ただし，$\alpha_n = \pi(2n+1)/2$である．また，無次元量U_u，Z，T_vは，

$$U_u = \frac{u}{p_z},\ Z = \frac{z}{\bar{H}},\ T_v = \frac{c_v}{\bar{H}^2} t \tag{9}$$

と表される．ここで，圧密の進行度合いを表す圧密度を，

$$U_u = \frac{s}{s_f} = 1 - \frac{\bar{u}}{p_z} \tag{10}$$

と定義しよう．ただし，$\bar{u}$は全層の平均過剰間隙水圧，sは地盤沈下量，s_fは最終沈下量である．式(8)を用いて，平均過剰間隙水圧を求めれば，

$$U_u = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\alpha_n^2} \exp(-\alpha_n^2 T_v) \tag{11}$$

と表すことができる．したがって，初期時刻t_0から時間tが経過した時点の地盤沈下量は

$$s = s_f \left\{ 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\alpha_n^2} \exp\left(-\frac{\alpha_n^2 c_v}{\bar{H}^2} t \right) \right\} \tag{12}$$

と表せる．つぎに，$e - \log p$法を用いて１次元圧密を表現すれば，１次元圧密での最終圧密沈下量s_fは

$$s_f = H \frac{\Delta e}{1 + e_0} \tag{13}$$

と表せる．ただし，Hは粘土層厚，e_0は初期間隙比であり，間隙比の変化Δeは，C_cは圧縮指数，p_cは圧密降伏応力，Δpは初期間隙比に規定される$e - \log p$曲線と載荷荷重によって求められる．$e - \log p$曲線では，造成等による載荷荷重の増加により，応力が圧密降伏応力を超過した塑性領域における圧密過程も考慮されている．本研究では，$e - \log p$曲線を解析的に取り扱うために奥村，土田による近似式[3)]を用いるが，そこでは，$e - \log p$曲線を1次式と放物線によって近似しており，近似式の中に圧密降伏応力をパラメーターとして用いている．一方，圧密度は圧密係数c_vに依存する．したがって，これらの土質定数を，**表-1**に示すようにランダムに変化させることにより，種々の地盤沈下曲線を表現することが可能となる．

１次モデルでは，すべての３次元ブロックに対して，**表-1**に示す土質定数を，それぞれ同時にランダム発生させる．このように，すべてのブロックに対して，モンテカルロシミュレーションにより土質定数を発生させた結果を，以下では計算シナリオと呼ぶこととする．いま，計算シナリオを発生したとしよう．その上で，各ブロックごとに，初期時点からの経過時間に対応する地盤沈下量を式(12)を用いて算定する．さらに，各平面メッシュに対して，それと対応する鉛直方向の地盤ブロックの沈下量を集計することにより，当該の平面メッシュの地盤沈下量を求めることができる．このようにして，計算シナリオのそれぞれに対して，各平面メッシュごとに，初期時点からの経過時間に対応した地盤沈下量を求めることができる．このような初期時点からの経過時間と沈下量との関係を，本研究では地盤沈下過程のサンプルパスと呼ぶ．したがって，計算シナリオのそれぞれに対して，すべての平面メッシュにおけるサンプルパスを発生することが可能となる．

４．混合地盤沈下モデル（２次モデル）

（１）２次モデルの目的

１次モデルを用いることにより，各平面メッシュごとに複数個の地盤沈下過程に関するサンプルパスを発生することができる．すなわち，各サンプルパスは，ランダムに発生させた土質定数を与件として，地盤沈下過程をシミュレートした結果を表している．地盤条件には不確実性が介在するために，現実に観測される地盤沈下過程がある特定のサンプルパスに一致する保証はない．本節では，現実の地盤沈下過程を，１次モデルで求めたサンプルパスの荷重和で表現するような混

合地盤沈下モデルを用いて表現する．前述したように，期待値パスはすべてのサンプルパスの期待値を求めたものであり，すべてのサンプルパスに等しいウェイトをつけたような混合地盤沈下モデルの特殊事例に他ならない．混合地盤沈下モデル（２次モデル）を用いて，サンプルパスの背後にある確率的構造を表現することが可能である．さらに，２次モデルを作成することにより，１）空港供用後に観測される地盤沈下量に関するモニタリング情報を用いて，地盤沈下モデルのベイズ更新が容易になる．２）地盤沈下モデルの予測精度に関する統計的検定が可能になるという利点がある．

（２）混合地盤沈下モデルの定式化

地盤の平面メッシュ番号を$i=1,\cdots,N$と表そう．さらに，１次モデルで求めたサンプルパス$k=1,\cdots,K$は，各メッシュの時点tにおける地盤沈下量を表現している．平面メッシュiのサンプルパスkにおける時点$t\ (t=0,\cdots,T)$の地盤沈下量を$f_i(t,k)$と表そう．混合地盤沈下モデルは１次モデルで発生したサンプルパスの荷重和として定義される．各サンプルパスに割り付けられる重み係数が一意的に決定されるためには混合地盤沈下モデルを構成するサンプルパスが互いに独立でなければならない．ここではK個の独立なサンプルが得られたと考えよう．のちに６.（３）においてサンプルパスの独立性に関する検討方法について説明する．混合地盤沈下モデルはサンプルパスの線形結合

$$y_i^t=\sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)f_i(t,k)+\varepsilon_i \tag{14}$$

として表現できる．ここに，$\omega_i(k)$は，サンプルパスkに対して割り当てられた重みであり，

$$\sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)=1\ (i=1,\cdots,N) \tag{15}$$

が成立する．ここで，平面メッシュiの重みベクトルを$\boldsymbol{\omega}_i=(\omega_i(1),\cdots,\omega_i(K))$と表そう．重みベクトル$\boldsymbol{\omega}_i$は，制約条件(15)を満足するような確率変数である．つぎに，ε_iは，測定誤差を表す確率変数であり，1次元正規分布$N(0,\sigma_i^2)$に従うと仮定する．各平面メッシュの確率誤差項の間に空間的な相関関係が存在する可能性がある．しかし，本研究の適用事例では平面メッシュ数が528個であり，確率誤差項の空間相関を考慮しようとすれば$528\times528=268,324$次元の分散・共分散行列を考慮する必要があり，計算負荷が膨大になる．このため，実用上の操作性を確保するため，本研究では混合地盤沈下モデルの確率誤差項の空間相関を考慮しないこととする．混合地盤沈下モデルを行列表記するために，

$$\boldsymbol{y}^t=(y_1^t,\cdots,y_N^t)'$$

$$\boldsymbol{\omega}=\begin{pmatrix}\omega_1(1)&\cdots&\omega_1(k)&\cdots&\omega_1(K)\\ \vdots&\ddots&\vdots&\ddots&\vdots\\ \omega_i(1)&\cdots&\omega_i(k)&\cdots&\omega_i(K)\\ \vdots&\ddots&\vdots&\ddots&\vdots\\ \omega_N(1)&\cdots&\omega_N(k)&\cdots&\omega_N(K)\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}(t)=\begin{pmatrix}f_1(t,1)&\cdots&f_i(t,1)&\cdots&f_N(t,1)\\ \vdots&\ddots&\vdots&\ddots&\vdots\\ f_1(t,k)&\cdots&f_i(t,k)&\cdots&f_N(t,k)\\ \vdots&\ddots&\vdots&\ddots&\vdots\\ f_1(t,K)&\cdots&f_i(t,K)&\cdots&f_N(t,K)\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}=(\varepsilon_1,\cdots,\varepsilon_N)'$$

を定義しよう．ただし，記号$'$は転置操作を表す．この時，平面メッシュ全体の地盤沈下過程を表す混合地盤沈下モデルは

$$\boldsymbol{y}^t=\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{f}(t)+\boldsymbol{\varepsilon} \tag{16}$$

と表せる．

（３）地盤沈下量の確率的予測

混合地盤沈下モデル(16)の重み行列$\boldsymbol{\omega}$と確率誤差項ベクトル$\boldsymbol{\varepsilon}$が確率変数であることに留意しよう．これらの確率変数の値を特定化すれば，具体的な地盤沈下パスを得ることができる．ここで，$\boldsymbol{\omega}_i$の事前確率密度関数が，ディリクレ分布に従うと仮定しよう．ディリクレ分布の確率密度関数は，

$$D(\boldsymbol{\omega}_i|\boldsymbol{\alpha}^{(0)})=\Psi(\boldsymbol{\alpha}^{(0)})\prod_{k=1}^{K}\{\omega_i(k)\}^{\alpha_k^{(0)}-1} \tag{17}$$

$$\Psi(\boldsymbol{\alpha}^{(0)})=\frac{\Gamma(\sum_{k=1}^{K}\alpha_k^{(0)})}{\prod_{k=1}^{K}\Gamma(\alpha_k^{(0)})}$$

で与えられる．ただし，$\Gamma(\cdot)$はガンマ関数であり，$\boldsymbol{\alpha}^{(0)}=(\alpha_1^{(0)},\cdots,\alpha_K^{(0)})$は初期データにおける定数パラメータベクトルである．設計段階では，地盤沈下過程に関する先験的情報[13)]として，１次モデルの計算結果の(サンプルパス）のみが利用可能である．サンプルパスを用いたディリクレ分布のパラメータの設定方法に関しては，のちに**6.(3)**で言及する．つぎに，$\phi_i=\sigma_i^{-2}$とおき，ϕ_iの事前確率密度関数が，ガンマ分布に従うと仮定しよう．すなわち，$\phi\sim\mathcal{G}(\beta^{(0)},\gamma^{(0)})$であり，ガンマ分布の確率密度関数は，

$$\begin{aligned}&g(\phi_i|\beta^{(0)},\gamma^{(0)})\\ &\quad=\frac{(\gamma^{(0)})^{\beta^{(0)}}}{\Gamma(\beta^{(0)})}\phi_i^{\beta^{(0)}-1}\exp(-\gamma^{(0)}\phi_i)\end{aligned} \tag{18}$$

で与えられる．ただし，$\beta^{(0)}$，$\gamma^{(0)}$は初期データにおける定数パラメータである．この時，メッシュiの時点t

における地盤沈下量y_i^tの事後確率密度関数$\pi(y_i^t)$は,

$$\pi(y_i^t) \propto \int \cdots \int \phi_i^{\beta^{(0)}-1/2} \prod_{k=1}^{K} \omega_i(k)^{\alpha_k^{(0)}-1}$$
$$\exp\left[-\phi_i\left\{\gamma^{(0)}+\frac{1}{2}\left(y_i^t-\sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)f_i(t,k)\right)^2\right\}\right]$$
$$d\phi_i d\omega_i(1)\cdots d\omega_i(K-1) \tag{19}$$

と表される．ただし，$\omega_i(K)=1-\sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)$である．事後確率密度関数$\pi(y_i^t)$を解析的に求めることは困難であり，モンテカルロシミュレーションにより求める．すなわち，$\phi_i,\omega_i(1),\cdots,\omega_i(K-1)$を事前確率密度関数(17),(18)よりランダムサンプリングするとともに，y_i^tを正規確率密度関数$N(\sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)f_i(t,k),\phi_i^{-1})$よりランダム抽出することにより地盤沈下量の確率分布を求めることができる．

５．ベイズ更新モデル（３次モデル）

（１）混合地盤沈下モデルのベイズ更新

一般に，ベイズ推計法は，１）事前の経験情報などに基づいて，パラメータ$\boldsymbol{\omega}_i$，ϕ_iの事前確率密度関数(17),(18)を設定する．２）新しく獲得したデータ$\bar{\boldsymbol{y}}$に基づいて尤度関数$\mathcal{L}(\boldsymbol{\omega}_i,\phi_i:\bar{\boldsymbol{y}})$を定義する．記号「￣」はモニタリング情報(実測値)を意味している．さらに，３）ベイズの定理に基づいて事前確率密度関数を修正し，パラメータ$\boldsymbol{\omega}_i$，ϕ_iに関する事後確率密度関数$\pi(\boldsymbol{\omega}_i,\phi_i|\bar{\boldsymbol{y}})$を得る，という手順を採用することになる[14),15)]．以上の手順を，本研究ではベイズ推計ルールと呼ぶ．最尤法と異なり，未知パラメータ$\boldsymbol{\omega}_i,\phi_i$の確率分布が，事後分布として求まる点にベイズ推計法の特徴がある．事前確率密度関数設定には，任意性が介在せざるを得ないが，サンプル数が増加するにつれて事前確率密度関数の特定化の影響は次第に低下する．

混合地盤沈下モデルは，１次モデルで発生した地盤沈下過程に関するサンプルパスを用いて，地盤沈下過程に介在する統計的不確実性を表現した統計的モデルである．混合地盤沈下モデルには，各サンプルパスに割り当てられた重みベクトル$\boldsymbol{\omega}_i$，確率的誤差項ε_iという確率変数が含まれている．初期時点においては，これらの確率変数に関する観測値が存在せず，地盤沈下過程の統計的性質は確率変数の事前確率密度関数の特定化に依存する．しかし，空港が供用された運用段階では，地盤沈下に関する経年的なモニタリング情報が入手可能となる．このようなモニタリング情報を利用することにより，現時点以降における地盤沈下予測の精度を向上することが可能となる．

（２）尤度関数の定式化

初期時点から時点Tにいたる各時点t $(t=0,\cdots,T)$において，各メッシュの地盤沈下量に関するモニタリング情報が計測され，地盤沈下量に関するデータ$\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}=(\bar{y}_i^0,\cdots,\bar{y}_i^T)$ $(i=1,\cdots,N)$が獲得できたと考えよう．モニタリング結果全体をベクトル$\bar{\boldsymbol{y}}^{0,T}=(\bar{\boldsymbol{y}}_1^{0,T},\cdots,\bar{\boldsymbol{y}}_N^{0,T})$と表す．ここで，ひとまず重みベクトル$\boldsymbol{\omega}_i$を与件とし，確率誤差項のみが確率変数と考える．確率誤差項の分散の逆数ϕも与件とする．この時，モニタリング結果$\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}$が観測される尤度は

$$\mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}|\boldsymbol{\omega}_i,\phi_i)$$
$$\propto \prod_{t=0}^{T}\phi_i^{1/2}\exp\left[-\frac{\phi_i}{2}\left\{\bar{y}_i^t-\sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)f_i(t,k)\right\}^2\right] \tag{20}$$

と表される．つぎに，$\boldsymbol{\omega}_i$の事前確率密度関数が，ディリクレ分布(17)，分散の逆数ϕ_iがガンマ分布(18)に従うと仮定しよう．この時，$\boldsymbol{\omega}_i,\phi_i$ $(=\sigma_i^{-2})$の事後分布は

$$\pi(\boldsymbol{\omega}_i,\phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$$
$$\propto \mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}|\boldsymbol{\omega}_i,\phi_i)D(\boldsymbol{\omega}_i|\boldsymbol{\alpha}^{(0)})g(\phi_i|\beta^{(0)},\gamma^{(0)})$$
$$\propto \phi_i^{\beta^{(0)}+(T-1)/2}\exp\left[-\phi_i\left\{\gamma^{(0)}+\frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T}\left(\bar{y}_i^t-\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.\sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)f_i(t,k)\right)^2\right\}\right]\prod_{k=1}^{K}\omega_i(k)^{\alpha_k^{(0)}-1} \tag{21}$$

となる．

（３）ＭＨアルゴリズム

事後確率密度関数$\pi(\boldsymbol{\omega}_i,\phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$を正確に導出しようとすれば，基準化定数,

$$m(\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})=\int_{\Theta}\mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}|\boldsymbol{\omega}_i,\phi_i)$$
$$D(\boldsymbol{\omega}_i|\boldsymbol{\alpha}^{(0)})g(\phi_i|\beta^{(0)},\gamma^{(0)})d\boldsymbol{\omega}_i d\phi_i \tag{22}$$

を求めることが必要となる．ただし，Θはパラメータ$\boldsymbol{\omega}_i$，ϕ_iの定義域である．しかし，基準化定数を解析的に求めることは不可能であり，事後確率密度関数$\pi(\boldsymbol{\omega}_i,\phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$を明示的に求めることに困難が伴う[16),17)]．したがって，本研究では代表的なMCMC法であるMH法[16)]を用いて，パラメータ$\boldsymbol{\omega}_i$，ϕ_iの標本サンプルを事後確率密度関数から抽出する[18)]．

$\boldsymbol{\omega}_i$，$\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}$を既知とした時の$\phi_i$の条件付き事後確率密度関数$\pi(\phi_i|\boldsymbol{\omega}_i,\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$は,

$$\pi(\phi_i|\boldsymbol{\omega}_i,\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$$
$$\propto \phi_i^{\bar{\beta}^{(0)}-1}\exp(-\bar{\gamma}^{(0)}\phi_i) \tag{23}$$
$$\bar{\beta}^{(0)}=\beta^{(0)}+\frac{T+1}{2} \tag{24}$$

$$\bar{\gamma}^{(0)} = \gamma^{(0)} + \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T}\left\{\bar{y}_i^t - \sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)f_i(t,k)\right\}^2 \quad (25)$$

と表せる．すなわち，$\pi(\phi_i|\boldsymbol{\omega}_i, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$ はガンマ分布 $\mathcal{G}(\bar{\beta}^{(0)}, \bar{\gamma}^{(0)})$ に従い，ϕ_iの標本サンプルはガンマ分布 $\mathcal{G}(\bar{\beta}^{(0)}, \bar{\gamma}^{(0)})$ から発生させることができる．

つぎに，ϕ_i，$\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}$を既知とした$\boldsymbol{\omega}_i$の条件付事後確率密度関数$\pi(\boldsymbol{\omega}_i|\phi_i, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$は，

$$\begin{aligned}&\pi(\boldsymbol{\omega}_i|\phi_i, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})\\ &\propto \exp\left[-\frac{\phi_i}{2}\sum_{t=0}^{T}\left\{\bar{y}_i^t - \sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)f_i(t,k)\right\}^2\right]\\ &\qquad \prod_{k=1}^{K}\omega_i(k)^{\alpha_k^{(0)}-1}\end{aligned} \quad (26)$$

と表せる．式(26)に示される$\boldsymbol{\omega}_i$の条件付事後確率密度関数は，一般によく知られた分布ではない．したがって，$\boldsymbol{\omega}_i$の標本サンプルを条件付事後確率密度関数$\pi(\boldsymbol{\omega}_i|\phi_i, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$から直接サンプリング[19)]することは難しい．したがって，一般的なMCMC法のアルゴリズムであるギブスサンプリングを用いることが困難となる．そこで，本研究では，直接サンプリング法を用いないMH法を適用する．MH法では，$\pi(\boldsymbol{\omega}_i|\phi_i, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$を近似するような代替的な分布からサンプリングを行い，それに基づいて本来の分布からのサンプルを求めることになる．この近似分布は，目標分布から抽出するサンプルの候補を提案・生成することから提案分布と呼ばれる．ただし，提案分布の近似が悪いと，新しい候補点になかなか移動することができず，事後分布からのサンプリングが進まないことが知られている．したがって，より近似のよい提案分布と，できるだけランダムに新しい候補点を選択することが重要となる．本研究では，新たな候補点$\boldsymbol{\omega}'_i$を提案する方法としてランダムウォークを用いる．いま，パラメータベクトル$\boldsymbol{\omega}_i$の初期値を$\boldsymbol{\omega}_i^0 = (\omega_i^0(1), \cdots, \omega_i^0(K))$としよう．この時，新たな候補点$\boldsymbol{\omega}'_i$を，

$$\boldsymbol{\omega}'_i = \boldsymbol{\omega}_i^0 + \lambda\boldsymbol{\nu} \quad (27)$$

のように提案する．ただし，λはステップ幅の範囲を定める定数パラメータであり，$\boldsymbol{\nu} = (\nu(1), \cdots, \nu(K))$はステップ幅を定めるパラメータベクトルである．候補点$\boldsymbol{\omega}'_i$は重みパラメータベクトルであるため，$\sum_{k=1}^{K}\omega'_i(k) = 1$を満たす必要がある．よって，パラメータベクトル$\boldsymbol{\nu}$は$\sum_{k=1}^{K}\nu(k) = 0$を満たさなければならない．そこで，$\boldsymbol{I}$を$1\times K$次の単位行列として，$\boldsymbol{\nu}' = \boldsymbol{\nu} + K^{-1}\boldsymbol{I}$と変数変換をし，$\boldsymbol{\nu}'$がディリクレ分布に従うとする．この時，ステップ幅の範囲は全てのkについて等しく，$(-\lambda K^{-1}, \lambda(1-K^{-1}))$となる．また，提案分布の密度関数（提案密度）として，定数パラメータベクトル$\boldsymbol{\chi} = (\chi_1, \cdots, \chi_K)$を

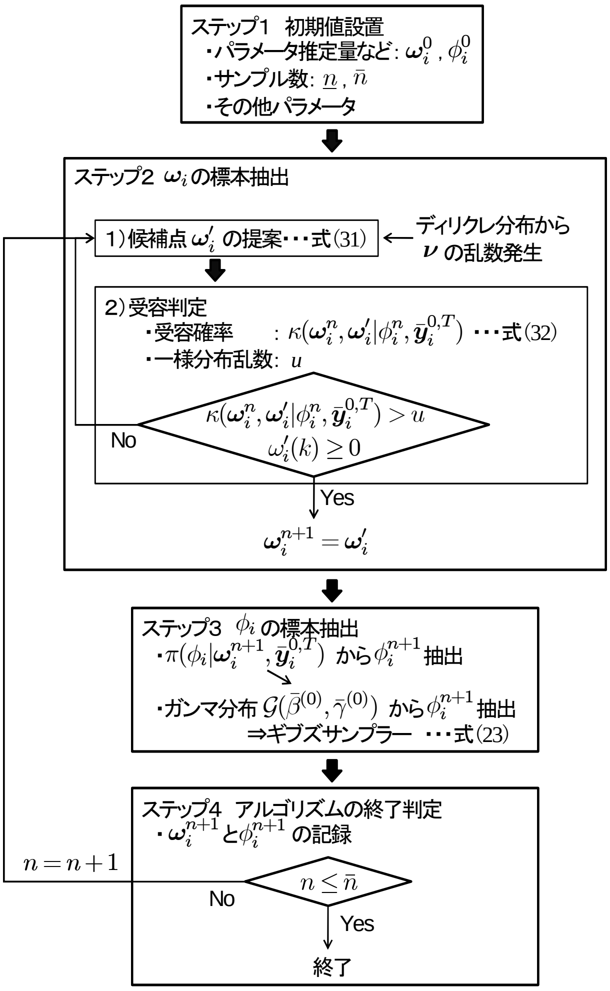


図-4 MHアルゴリズムの概要

持つディリクレ分布を用いて，

$$q(\boldsymbol{\omega}_i^0, \boldsymbol{\omega}'_i|\phi_i, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}) = \mathcal{D}\left(\frac{\boldsymbol{\omega}'_i - \boldsymbol{\omega}_i^0}{\lambda} + \frac{\boldsymbol{I}}{K}\middle|\boldsymbol{\chi}\right) \quad (28)$$

と定義する．この提案分布は，条件

$$q(\boldsymbol{\omega}_i^0, \boldsymbol{\omega}'_i|\phi_i, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}) = q(\boldsymbol{\omega}'_i, \boldsymbol{\omega}_i^0|\phi_i\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}) \quad (29)$$

を満たしている．よって，提案密度qは$(\boldsymbol{\omega}_i^0, \boldsymbol{\omega}'_i)$に関して対称であるため，新しい候補点の受容確率$\kappa(\boldsymbol{\omega}_i^0, \boldsymbol{\omega}'_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$を，

$$\kappa(\boldsymbol{\omega}_i^0, \boldsymbol{\omega}'_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}) = \min\left\{\frac{\pi(\boldsymbol{\omega}'_i|\phi_i^n, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})}{\pi(\boldsymbol{\omega}_i^n|\phi_i^n, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})}, 1\right\} \quad (30)$$

と表すことができる．受容された場合には新しい候補点に移動し，棄却された場合にはその場にとどまる．**図-4**に，MH法によるアルゴリズムをフローチャートにより示している．MHアルゴリズムの手順は，以下のように整理できる．

a）ステップ１　初期値設定

シミュレーション回数を$n = 0$とし，事前分布(17),(18)のパラメータベクトル$\boldsymbol{\alpha}^{(0)} = (\alpha_1^{(0)}, \cdots, \alpha_K^{(0)})$, $\beta^{(0)}$，$\gamma^{(0)}$の値を任意に設定する．さらに，パラメータ推計量の初期値$\boldsymbol{\omega}_i^0 = (\omega_i^0(1)$，$\cdots$，$\omega_i^0(K))$, ϕ_i^0を任意に設定する．定数パラメータλ，定数パラメータベクトル$\boldsymbol{\chi}$サンプル数$\underline{n}$，$\bar{n}$を設定する．これらの初期値の影響は，MCMC法によるシミュレーション回数が蓄積されるにつれ，次第に薄れていく．

b）ステップ２　パラメータ推計量ω_iの標本抽出

シミュレーション回数$n+1$におけるパラメータ推計量$\boldsymbol{\omega}_i^{n+1} = (\omega_i^{n+1}(1)$，$\cdots$，$\omega_i^{n+1}(K))$を次のように発生する．

1）候補点の提案

ディリクレ分布に従う$\boldsymbol{\nu}'$を乱数発生させる．ステップ幅を定めるパラメータベクトル$\boldsymbol{\nu}$を$\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{\nu}' - K^{-1}I$より計算する．新たな候補点$\boldsymbol{\omega}_i'$を，

$$\boldsymbol{\omega}_i' = \boldsymbol{\omega}_i^n + \lambda\boldsymbol{\nu} \tag{31}$$

とする．

2）受容判定

受容確率，

$$\kappa(\boldsymbol{\omega}_i^n, \boldsymbol{\omega}_i' | \phi_i^n, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}) = \min\left\{\frac{\pi(\boldsymbol{\omega}_i'|\phi_i^n, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})}{\pi(\boldsymbol{\omega}_i^n|\phi_i^n, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})}, 1\right\} \tag{32}$$

を計算する．続いて一様分布$u \sim U(0,1)$を発生させ，

$$\kappa(\boldsymbol{\omega}_i^n, \boldsymbol{\omega}_i' | \phi_i^n, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}) > u \tag{33}$$

$$\omega_i'(k) \geq 0 (k = 1, \cdots, K) \tag{34}$$

の両式を同時に満たす時，$\boldsymbol{\omega}_i^{n+1} = \boldsymbol{\omega}_i'$として**ステップ３**へ，そうでない場合は**ステップ２**の1)へ戻る．

c）ステップ３　パラメータ推計量ϕ_iの標本抽出

ϕ_i^{n+1}を$\pi(\phi_i|\boldsymbol{\omega}_i^{n+1}, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$から発生させる．すなわち，$\phi_i^{n+1}$をガンマ分布$\mathcal{G}(\bar{\beta}^{(0)}, \bar{\gamma}^{(0)})$から乱数発生させる．

d）ステップ４　アルゴリズムの終了判定

以上で求めたパラメータ推計量の更新値$\boldsymbol{\omega}_i^{n+1} = (\omega_i^{n+1}(1)$，$\cdots$，$\omega_i^{n+1}(K))$, ϕ_i^{n+1}を記録する．$n \leq \bar{n}$の場合，$n = n+1$として**ステップ２**へ戻る．そうでない場合，アルゴリズムを終了する．

なお，アルゴリズムの初期段階においては，パラメータ推計量の初期値設定の影響が残存している．したがって，シミュレーション回数nが十分大きな$\underline{n}$に到達するまでのパラメータ標本を除去することが望ましい．また，以上のMHアルゴリズムにおいて，推移核$K((\boldsymbol{\omega}_i^n, \phi_i^n), (\boldsymbol{\omega}_i^{n+1}, \phi_i^{n+1})|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$を，

$$\begin{aligned} &K((\boldsymbol{\omega}_i^n, \phi_i^n), (\boldsymbol{\omega}_i^{n+1}, \phi_i^{n+1})|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}) \\ &= \pi(\boldsymbol{\omega}_i^{n+1}|\phi_i^n, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})\pi(\phi_i^{n+1}|\boldsymbol{\omega}_i^{n+1}, \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}) \end{aligned} \tag{35}$$

と定義しよう．この時，$(\boldsymbol{\omega}_i^n, \phi_i^n)(n = 1, 2, \cdots)$は推移核$K((\boldsymbol{\omega}_i^n, \phi_i^n), (\boldsymbol{\omega}_i^{n+1}, \phi_i^{n+1})|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$を持つマルコフ連鎖に従う．さらに，このマルコフ連鎖の定常状態を$\pi(\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$と表そう．十分大きな$\underline{n}$に対して，このようなマルコフ連鎖が定常状態に到達していると考えれば，MH法で求めた$(\boldsymbol{\omega}_i^n, \phi_i^n)(n = \underline{n}+1, \cdots, \bar{n})$は，事後確率密度関数$\pi(\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$からの標本サンプルと見なすことができる．これらの標本サンプルを用いて，パラメータ$(\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i)$の事後分布に関する各種の統計量を計算することができる．

（４）事後分布に関する統計量

MCMC法によって得られた標本に基づいて，パラメータベクトル$\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i$に関する統計的性質を分析することができる[20),21)]．MCMC法を用いた場合，パラメータの事後確率密度関数$\pi(\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$を解析的な関数として表現することはできない．得られた標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を推計することとなる．いま，MH法によって得られた標本を$(\boldsymbol{\omega}_i^n, \phi_i^n)$ $(n = 1, \cdots, \overline{n})$と表そう．このうち，最初の$\underline{n}$個の標本は収束過程からの標本と考え，標本集合から除去する．その上で，パラメータの標本添字集合を$\mathcal{M} = \{\underline{n}+1, \cdots, \overline{n}\}$と定義しよう．このとき，パラメータ$\boldsymbol{\omega}_i$の同時確率分布関数$F(\boldsymbol{\omega}_i)$，及びパラメータ$\phi_i$の周辺確率分布関数$G(\phi_i)$は，

$$F(\boldsymbol{\omega}_i) = \frac{\#\{\boldsymbol{\omega}_i^n \leq \boldsymbol{\omega}_i, n \in \mathcal{M}\}}{\overline{n} - \underline{n}} \tag{36a}$$

$$G(\phi_i) = \frac{\#\{\phi_i^n \leq \phi_i, n \in \mathcal{M}\}}{\overline{n} - \underline{n}} \tag{36b}$$

と表すことができる．ただし，$\#\{\boldsymbol{\omega}_i^n \leq \boldsymbol{\omega}_i, n \in \mathcal{M}\}$は論理式$\boldsymbol{\omega}_i^n \leq \boldsymbol{\omega}_i, n \in \mathcal{M}$が成立するサンプルの総数である．また，パラメータ$\boldsymbol{\omega}_i$の事後分布の期待値ベクトル$\tilde{\boldsymbol{\mu}}_i(\boldsymbol{\omega}_i)$，分散・共分散行列$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i(\boldsymbol{\omega}_i)$は，それぞれ

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\mu}}_i(\boldsymbol{\omega}_i) &= (\tilde{\mu}(\omega_i(1)), \cdots, \tilde{\mu}(\omega_i(K)))' \\ &= \Big(\sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\omega_i^n(1)}{\overline{n} - \underline{n}}, \cdots, \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\omega_i^n(K)}{\overline{n} - \underline{n}}\Big)' \end{aligned} \tag{37a}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i(\boldsymbol{\omega}_i) = \begin{pmatrix} \tilde{\zeta}^2(\omega_i(1)) & \cdots & \tilde{\zeta}(\omega_i(1)\omega_i(K)) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\zeta}(\omega_i(K)\omega_i(1)) & \cdots & \tilde{\zeta}^2(\omega_i(K)) \end{pmatrix} \tag{37b}$$

と表される．ただし，

$$\tilde{\zeta}^2(\omega_i(k)) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\{\omega_i^n(k) - \tilde{\mu}(\omega_i(k))\}^2}{\overline{n} - \underline{n}} \tag{38a}$$

$$\begin{aligned} &\tilde{\zeta}(\omega_i(k)\omega_i(l)) \\ &= \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\{\omega_i^n(k) - \tilde{\mu}(\omega_i(k))\}\{\omega_i^n(l) - \tilde{\mu}(\omega_i(l))\}}{\overline{n} - \underline{n}} \end{aligned} \tag{38b}$$

である．パラメータϕ_iの事後分布の期待値$\tilde{\mu}_i(\phi_i)$，分散$\tilde{\zeta}_i(\phi_i)$は，標本平均，標本分散を用いて表される．すなわち，

$$\tilde{\mu}_i(\phi_i) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\phi_i^n}{\overline{n}-\underline{n}} \tag{39a}$$

$$\tilde{\zeta}^2(\phi_i) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\{\phi_i^n - \tilde{\mu}(\phi_i)\}^2}{\overline{n}-\underline{n}} \tag{39b}$$

である．

また，MH法による標本を用いて，パラメータ$\boldsymbol{\omega}_i$，ϕ_i，および時点tにおける地盤沈下量$y_i(t)$の信頼区間を定義できる．たとえば，パラメータ$\boldsymbol{\omega}_i$，ϕ_iの$100(1-2\delta)$%信頼区間は，標本順序統計量$(\underline{\omega}_i^\delta(k), \bar{\omega}_i^\delta(k))(k=1,\cdots,K)$，$(\underline{\phi}_i^\delta, \bar{\phi}_i^\delta)$，

$$\underline{\omega}_i^\delta(k) = \arg\max_{\omega_i^{n^*}(k)} \left\{ \frac{\#\{\omega_i^n(k) \leq \omega_i^{n^*}(k), n \in \mathcal{M}\}}{\overline{n}-\underline{n}} \leq \delta \right\} \tag{40a}$$

$$\bar{\omega}_i^\delta(k) = \arg\min_{\omega_i^{n^{**}}(k)} \left\{ \frac{\#\{\omega_i^n(k) \geq \omega_i^{n^{**}}(k), n \in \mathcal{M}\}}{\overline{n}-\underline{n}} \leq \delta \right\} \tag{40b}$$

$$\underline{\phi}_i^\delta = \arg\max_{\phi_i^{n^*}} \left\{ \frac{\#\{\phi_i^n \leq \phi_i^{n^*}, n \in \mathcal{M}\}}{\overline{n}-\underline{n}} \leq \delta \right\} \tag{40c}$$

$$\bar{\phi}_i^\delta = \arg\min_{\phi_i^{n^{**}}} \left\{ \frac{\#\{\phi_i^n \geq \phi_i^{n^{**}}, n \in \mathcal{M}\}}{\overline{n}-\underline{n}} \leq \delta \right\} \tag{40d}$$

を用いて$\underline{\omega}_i^\delta(k) < \omega_i(k) < \overline{\omega}_i^\delta(k)$，$\underline{\phi}_i^\delta < \phi_i < \overline{\phi}_i^\delta$と定義できる．

（５）ベイズ更新スキーム

ベイズ更新において，事前分布と事後分布が同一の関数形を持つ場合，新しく獲得した追加データを用いて，未知パラメータの推計値を容易に更新することができる．しかし，本研究で提案した混合地盤沈下モデルの事前分布（式(17)，式(18)）と事後分布（式(21)）は同一の関数形ではなく，ベイズ更新を実施するためには，モデルの推計に用いる過去のモニタリング結果をすべて蓄積しておかなければならない．いま，ベイズ更新の方法を説明するために，メッシュiにおける第t回目までのモニタリング結果$\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,t} = (\bar{y}_i^0, \cdots, \bar{y}_i^t)$を用いて，混合地盤沈下モデルの未知パラメータに関する事後分布が求まった場合を考えよう．その上で，第t+1回目から第t'回目までのモニタリング結果$\bar{\boldsymbol{y}}_i^{t+1,t'} = (\bar{y}_i^{t+1}, \cdots, \bar{y}_i^{t'})$を用いて，未知パラメータの事後分布を更新する問題を考える．第１回目のベイズ推計における未知パラメータの事後確率密度関数を$\pi(\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,t})$とすれば，第２回目のベイズ更新を行った後の未知パラメータの事後確率密度関数$\pi(\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,t'})$は，

$$\begin{aligned} \pi(\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,t'}) &\propto \mathcal{L}(\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{t+1,t'})\pi(\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,t}) \\ &\propto \mathcal{L}(\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,t'})\mathcal{D}(\boldsymbol{\omega}_i|\boldsymbol{\alpha}^{(0)})g(\phi_i|\beta^{(0)}, \gamma^{(0)}) \end{aligned} \tag{41}$$

と表すことができる．ここに，$\mathcal{L}(\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,t'})$は，初期時点から第$t'$回目までのモニタリング結果をプールしたデータベースを用いて定義される尤度関数である．一方，$\mathcal{D}(\boldsymbol{\omega}_i|\boldsymbol{\alpha}^{(0)})$，$g(\phi_i|\beta^{(0)}, \gamma^{(0)})$は，それぞれ第１回目のベイズ推計時に用いた$\boldsymbol{\omega}_i$，$\phi_i$の事前分布である．したがって，ベイズ更新後の事後分布は，

$$\begin{aligned} &\pi(\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,t'}) \\ &\propto \phi_i^{\beta^{(0)}+(t'-1)/2} \exp\left[-\phi_i\left\{\gamma^{(0)} + \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{t'}\Big(\bar{y}_i^t - \sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)f_i(t,k)\Big)^2\right\}\right] \prod_{k=1}^{K}\omega_i(k)^{\alpha_k^{(0)}-1} \end{aligned} \tag{42}$$

となる．すなわち，未知パラメータの事後分布を更新するためには，新しいモニタリング結果を追加したデータベースに対して尤度関数を定義し，MH法により事後分布を新しく求めることが必要となる．

（６）ベイズ予測モデル

初期時点$t=0$から時点$t=T$に至るまでのモニタリング情報$\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}$と，混合地盤沈下モデルのパラメータの事後分布$\pi(\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$を与件としよう．その上で，時点$t=T$以降の地盤沈下量を予測する問題を考えよう．時点$t=T$における平面メッシュ$i$の地盤沈下量ベクトルの実測値（モニタリング情報）を$\bar{y}_i^T$と表そう．一方，時点$t=T$以降の時点$\tilde{t}\ (>T)$の地盤沈下量の時点$t=T$における予測値を$\tilde{y}_i^{\tilde{t}}(T)$と表そう．時間の経過に伴って地盤沈下が常に進行すると仮定すれば，

$$\bar{y}_i^T \leq \tilde{y}_i^{\tilde{T+1}}(T) \leq \cdots \leq \tilde{y}_i^{\tilde{T+n}}(T) \leq \cdots \tag{43}$$

が成立する．ただし，nは自然数である．ここで，混合地盤沈下モデルのパラメータ$\boldsymbol{\omega}_i$を与件としよう．この時，時点$t=T$において地盤沈下量$\bar{y}_i^T$が観測されたとするならば，混合地盤沈下モデルの予測残差ξ_i^Tは

$$\xi_i^T = \bar{y}_i^T - \sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)f_i(T,k) \tag{44}$$

と表される．さらに，重み係数$\boldsymbol{\omega}_i$を与件とすれば，時点$t=T$以降の時点$\tilde{t}\ (>T)$における地盤沈下量の時点Tにおける予測値$\tilde{y}_i^{\tilde{t}}(T)$は，混合地盤沈下モデル

$$\tilde{y}_i^{\tilde{t}}(T) = \sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)f_i(\tilde{t},k) + \xi_i^T \tag{45}$$

を用いて確定的に表される．

つぎに，時点$t = T$までのモニタリング情報$\bar{\boldsymbol{y}}^{1,T}$を用いてベイズ更新されたパラメータ値$\boldsymbol{\omega}_i$の事後分布$F(\boldsymbol{\omega}_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T})$は，MCMC法を用いて式(36a)のように近似できる．さらに，MCMC法を用いて発生した重みサンプルを$\boldsymbol{\omega}_i^n$ $(n \in \mathcal{M}, i = 1, \cdots, N)$と表そう．この時，時点$T$において地盤沈下量$\bar{y}_i^T$を観測した場合に，それ以降の時点$\tilde{t}$ $(\tilde{t} > T)$における地盤沈下量$\tilde{y}_i^{\tilde{t}}(T)$に関する確率分布関数$H_i(\tilde{y}_i|\tilde{t}, \bar{y}_i^T)$は

$$H_i(\tilde{y}_i|\tilde{t}, \bar{y}_i^T) = \frac{\#\{\tilde{y}_i^{\tilde{t},n}(T) \leq \tilde{y}, n \in \mathcal{M}\}}{\overline{n} - \underline{n}} \tag{46}$$

と表される．ただし，$\tilde{y}_i^{\tilde{t},n}(T)$は，重み係数のサンプル値$\boldsymbol{\omega}_i^n$を用いて時点$T$において予測した時点$\tilde{t}$ $(> T)$の地盤沈下量の予測値であり，

$$\tilde{y}_i^{\tilde{t},n}(T) = \sum_{k=1}^{K} \omega_i^n(k) f_i(\tilde{t}, k) + \xi_i^{T,n} \tag{47a}$$

$$\xi_i^{T,n} = \bar{y}_i^T - \sum_{k=1}^{K} \omega_i^n(k) f_i(T, k) \tag{47b}$$

と定義される．また，時点$\tilde{t}$における地盤沈下量の期待値$E[\tilde{y}_i^{\tilde{t}}(T)]$は

$$E[\tilde{y}_i^{\tilde{t}}(T)] = \frac{\sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \omega_i^n(k) f_i(\tilde{t}, k) + \xi_i^{T,n}}{\overline{n} - \underline{n}} \tag{48}$$

と表される．また，時点Tにおいて予測した時点$\tilde{t}$における地盤沈下量$\tilde{y}_i^{\tilde{t}}(T)$の$100(1-2\delta)$%信頼区間は，標本順序統計量$(\underline{y}_i^{\tilde{t}}(\delta, T), \overline{y}_i^{\tilde{t}}(\delta, T))$

$$\underline{y}_i^{\tilde{t}}(\delta, T) = \arg\max_{y_i^*} \left\{ \frac{\#\{\tilde{y}_i^{\tilde{t},n}(T) \leq y_i^*, n \in \mathcal{M}\}}{\overline{n} - \underline{n}} \leq \delta \right\} \tag{49a}$$

$$\overline{y}_i^{\tilde{t}}(\delta, T) = \arg\min_{y_i^{**}} \left\{ \frac{\#\{\tilde{y}_i^{\tilde{t},n}(T) \geq y_i^{**}, n \in \mathcal{M}\}}{\overline{n} - \underline{n}} \leq \delta \right\} \tag{49b}$$

を用いて$\underline{y}_i^{\tilde{t}}(\delta, T) < \tilde{y}_i^{\tilde{t}}(T) < \overline{y}_i^{\tilde{t}}(\delta, T)$と定義できる．

６．適用事例

（１）適用事例の概要

本研究では，海上空港であるＨ空港を対象としてとりあげる．同空港では，年間概ね３万回程度の近距離国際旅客便の就航と深夜早朝時間帯を利用した国際貨物便就航を目的とし，エプロンを含む基本施設の他，空港保安施設，付帯施設，構内道路・駐車場および緑地の設計，施工から維持管理までを対象としたPFI事業を実施している．中でも，エプロン部は，航空機が駐機するエリアであり，高い耐流動性および耐油性が求められることからコンクリート舗装が適用されている．同エプロンは，軟弱地盤上に位置しており，地盤の不同沈下によるコンクリート舗装の疲労劣化が問題となる．そこで，下村等[22]は，不同沈下を考慮した疲労度設計手法により，コンクリート舗装版の累積疲労度を算定することにより，コンクリート舗装の劣化過程を予測し，維持補修管理戦略を検討する方法を提案している．その際，土質条件に不確実性が介在することから，土質定数を確率変数と考え，**3.** で述べた１次モデルを用いて地盤沈下過程をシミュレートしている．地盤沈下過程には多大な不確実性が介在するが，PFI事業における費用リスクを可能な限り抑制するためには，供用開始後の地盤沈下過程を継続的にモニタリングするとともに，その結果に基づいてコンクリート舗装の維持補修計画を適宜アップデートしていくことが不可欠である．このような課題を効率的に達成するためには，モニタリング情報に基づいて地盤沈下モデルの精度を継続的に向上していくことが求められる．

以上の問題意識の下に，以下では，Ｈ空港のコンクリート舗装マネジメントを対象として，本研究で提案したハイブリッド型地盤沈下モデルを適用し，その有効性について試行的に検討する．対象としたエリアは，Ｈ空港におけるエプロン部であり，$825m \times 400m$の範囲についてモデル化したものである．圧密沈下の検討に際しては，一辺が$25m \times 25m$の正方形メッシュを基本単位とし，上記エプロン範囲を平面メッシュエリアに分割した．また，対象となる圧密沈下層については，$GL - 7m$付近から$GL - 25m$付近に存在する沖積粘性土層および$GL - 25m$付近から$GL - 60m$付近に存在する洪積粘性土層を対象とし，１次元圧密理論に基づいて検討を実施した．前述した土田モデルにおけるモンテカルロシミュレーションにおいてはメッシュ相互の相関を考慮しているが，本検討事例においては，水平方向相関距離を$b = 100m$とし，また，鉛直方向については$4〜5m$に相関があることから，鉛直方向のメッシュ区分については同一土層であっても概ね$4m$毎に区分し，メッシュ分割を行った．解析にあたっては対象エリアにおいて実施した17本のボーリングデータおよび圧密試験結果より，沖積粘性土層および洪積粘性土層を深度方向に，それぞれ$A_c1〜A_c6$層，$D_c1〜D_c4$層の合計10層に区分し，土質定数を整理した．一方，盛土造成による載荷荷重については，各平面メッシュ$i(= 1, \cdots, 528)$におけるメッシュ中心位置における現地盤高さを設定したのち，路床，下層路盤，上層路盤の各整正時期およびエプロン舗装の舗設時期を各平面メッシュ毎に整理し，施工時期を想定した解析ステップを考慮している．具体的には対象全エリアにおいて路床の整正が終了する15ヶ月後までに生じる圧密沈下量については地盤の勾配修正が可能であることから，最終沈下量から差し引くこととした．**表-2**に，本検討事例に使用した

表-2 不同沈下シミュレーション用土質定数

	C_c(kN/m^2)		e_0		p_c(kN/m^2)		c_v(cm^2/day)		
	期待値	標準偏差	期待値	標準偏差	期待値	変動係数	期待値	$logc_v$	$logc_v$標準偏差
A_c1層	0.45	0.07	1.34	0.17	70	0.36	993	-4.26	0.29
A_c2層	0.41	0.06	1.21	0.11	59	0.33	1025	-4.15	0.09
A_c3層	0.73	0.11	1.84	0.22	95	0.49	759	-4.40	0.33
A_c4層	0.87	0.08	2.09	0.15	90	0.39	787	-4.32	0.23
A_c5層	0.74	0.21	1.91	0.39	99	0.44	1103	-4.20	0.26
A_c6層	0.31	0.12	1.17	0.22	139	0.08	3435	-3.63	0.09
D_c1層	0.44	0.13	1.32	0.30	174	0.71	1680	-3.95	0.14
D_c2層	0.57	0.16	1.54	0.27	144	0.67	1945	-4.01	0.34
D_c3層	0.66	0.12	1.58	0.19	135	0.66	1000	-4.27	0.29
D_c4層	0.70	0.25	1.64	0.67	186	0.65	1002	-4.23	1.66

注）$A_{c1}-A_{c6}$については，沖積粘性土層をボーリング結果および室内圧密試験結果より得られた土質性状の区分から深度方向に6層に分類し，上層より下層に向けてナンバリングを行った．同様に，$D_{c1}-D_{c4}$についても，洪積粘性土層の土質性状の区分により，上層より下層に向けてナンバリングした結果を表す.

表-3 試行回数が計算結果に及ぼす影響

試行回数	20回	50回
平均沈下量(cm)	23.6	23.7
平均不同沈下率の期待値	0.16	0.16
最大不同沈下率の期待値	0.70	0.71

不同沈下シミュレーション用土質定数を示す.

（２）１次モデルによる解析結果

３．で示した１次モデルにより地盤の不同沈下をシミュレーションしよう．各ブロックに対して土質定数を**表-1**に示した確率分布からランダムに発生させる．具体的には，鉛直方向に区分した各圧密対象層の土質定数に対して，**表-2**に示した期待値，標準偏差および変動係数より，圧縮指数C_c，圧密降伏応力および，初期間隙比e_0については，正規分布，圧密係数c_vについては，対数正規分布から発生させた．なお，これらの期待値と分散は，代表的な平面メッシュで実施したボーリング調査結果に基づいて設定した．すべての3次元ブロックに対して，土質定数を**3.(2)**で示したモンテカルロシミュレーションによりランダム発生させた．すべての3次元ブロックに対して発生させた土質定数の組を，計算シナリオと呼ぶこととする．さらに，各計算シナリオに対して，1次モデルを用いて，対象とするすべての平面メッシュの地盤沈下過程を求めた.

解析に先立って，モンテカルロシミュレーションの試行回数を**表-3**に示すように，20回と50回の２通り設定した．両者の平均沈下量，平均不同沈下量の期待値と最大不同沈下量の期待値を比較して，試行回数が解析結果に及ぼす影響が少ないことを確認した上で，最終的に試行回数を20回と決定した．ここで，平均不同沈下率とは，全沈下量の平均値に対する不同沈下量の比であり，最大不同沈下率とは，全沈下量の平均値に対する最大不同沈下量の比を表す．H空港を対象とした不同沈下シミュレーション結果の１例を**図-5**に示す.同図は，例として選定した平面メッシュ$i=73$における経年的な地盤沈下量に対する20本のサンプルパスを示したものである．対象として選択した平面メッシュは現地盤高さAP+3.0mに対し計画地盤高さがAP+6.0mであり，エリア内で盛土高が大きい箇所に該当する．１次モデルによるシミュレーションの結果，最大沈下量が36.00cmとなり，対象地盤の中で沈下量がもっとも大きくなることが予測されている。横軸はH空港の供用開始時点を0としているが，路盤整正後から供用開始時点に至るまでの期間内に，すでに地盤沈下が発生していることがわかる．また，20本のサンプルパスを比較すると，土質定数シナリオによって地盤沈下量が大きく変化することが理解できる．実際に30年後の平均沈下量は35.75cmであり，分散は30.66cm^{2}と大きくなっている．一方，圧密沈下は12年度でほぼ収束している.

（３）２次モデルの作成

１次モデルで得られた20本のサンプルパス（**図-5**参照）を用いて，混合地盤沈下モデル（２次モデル）を推計しよう．1次モデルで求めたサンプルパスは，互いに強い相関関係にある．例えば，**図-5**に示した20本のサンプルパス間の相関係数は，最低でも0.976であった.したがって，多重共線性の問題を避けるため，20本のサンプルパスの中で予測沈下量の上限値と下限値を規定する2本のサンプルパスを用いて混合地盤沈下モデルを推計することとした．以下，もっとも上方に位置するパスをサンプルパスα，下方に位置するパスをサンプルパスβと呼ぶ．このようなサンプルパスを選択することにより，２本のサンプルパスに挟まれた区間を可能な限り拡大することが可能であり，２次モデル，３

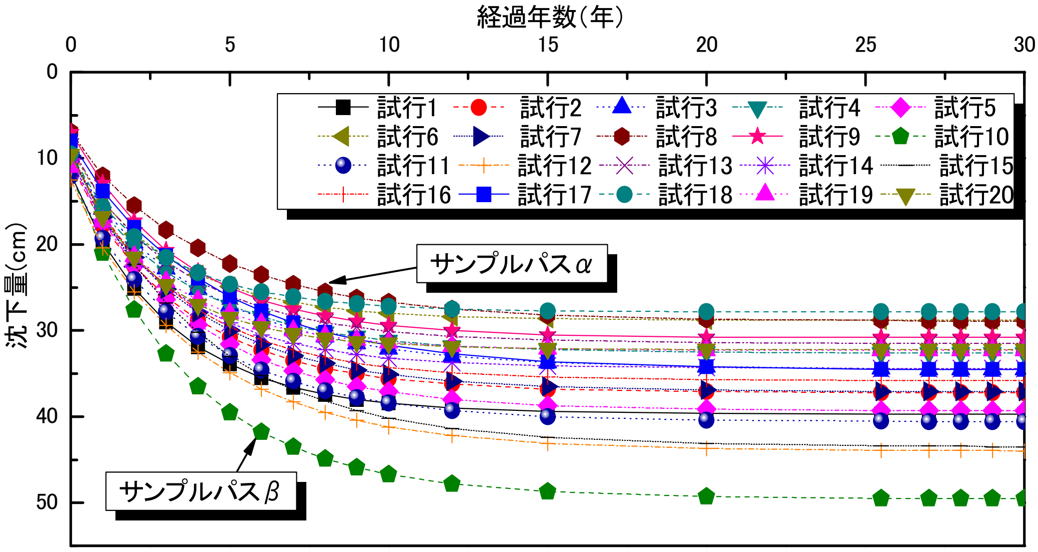


図-5 不同沈下シミュレーション結果の例

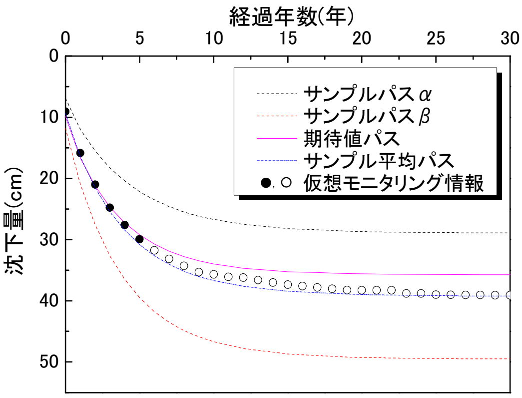


図-6 仮想モニタリング情報とサンプルパス

次モデルを作成できる範囲を最大化できる．**図-6**には，20本のサンプルパスを単純平均して求めた期待値パスを示している．同図には，混合地盤沈下モデルを作成するために用いる2本のサンプルパスを平均化した結果（サンプル平均パスと呼ぶ）も併記している．当然のことながら，ここで求めたパスは，20本のサンプルパスを単純平均した期待値パスと一致しない．したがって，時刻tにおけるメッシュiの地盤沈下量y_i^tを予測するために，混合地盤沈下モデルによる期待パスと，サンプル平均パスとの乖離を可能な限り小さくするように，混合地盤沈下モデルの重み係数$\omega_i(k)(k=1,2)$を補正する必要がある．いま，20本のサンプルパスを用いた期待値パスの時刻tにおけるメッシュiの地盤沈下予測量を$\tilde{y}_i^t$としよう．この時，$\omega_i(k)(k=1,2)$が，

$$\min_{\omega_i(1),\omega_i(2)} \left\{ \tilde{y}_i^t - \sum_{k=1}^{2} \omega_i(k) f_i(t,k) \right\}^2 \tag{50}$$

を満たすような値をとると，期待値パスとサンプル平均パスの乖離は限りなく小さくなる．ただし，$f_i(t,k)$は，混合地盤沈下モデルを作成するために選択した（1次モデルで求めた）サンプルパスである．いま，式(50)によって定められる時刻tにおける重みベクトル$\boldsymbol{\omega}_i$を，$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i^t$としよう．さらに，混合地盤沈下モデルの重みベクトル$\boldsymbol{\omega}_i$の事前確率密度関数が式(17)のディレクレ分布として特定化できると考える．メッシュiの時刻tにおける地盤沈下量y_i^tの事後確率密度関数$\pi(y_i^t)$は，式(19)に示すように解析的に求めることが困難であるため，モンテカルロシミュレーションによって求める必要がある．そのため，重みベクトル$\boldsymbol{\omega}_i$は，式(17)に示すディリクレ分布からランダム抽出される．したがって，期待値パスとサンプル平均パスの乖離を限りなく小さくするために，近似的に

$$E[\omega_i(k)] \approx \tilde{\omega}_i^t(k) \ (k=1,2) \tag{51}$$

が成立するようにディリクレ分布のパラメータベクトルを定める．いま，ディリクレ分布において，$\omega_i(k)$の期待値が，

$$E[\omega_i(k)] = \frac{\alpha_k^{(0)}}{\sum_{k=1}^{2} \alpha_k^{(0)}} \quad (k=1,2) \tag{52}$$

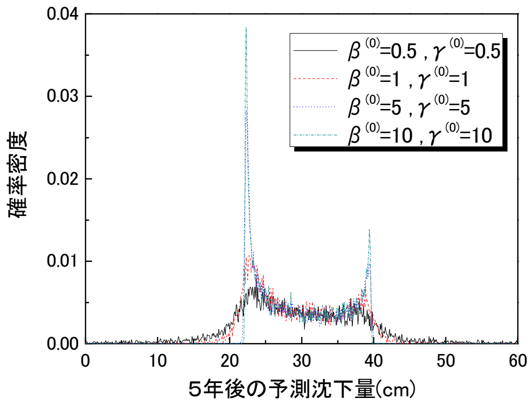


図-7 5年後の予測沈下量の分布

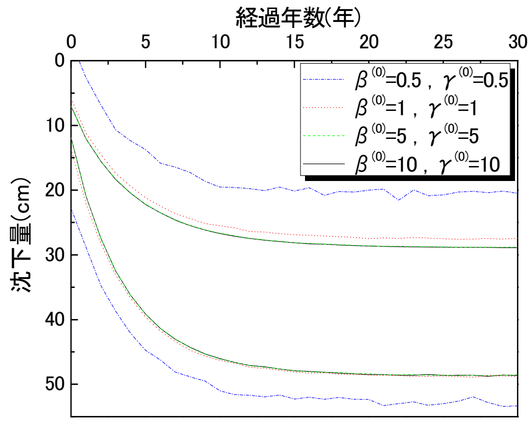


図-8 予測沈下量の95%信頼区間

と表せることに留意しよう．したがって，ディリクレ分布の初期パラメータ$\alpha_k^{(0)}(k=1,2)$を，

$$\tilde{\omega}_i^t(k)=\frac{\alpha_k^{(0)}}{\sum_{k=1}^{2}\alpha_k^{(0)}}\ (k=1,2) \tag{53}$$

が成立するように決定する．以上で設定した混合地盤沈下モデルを用いて，5年後の地盤沈下量y_i^5を予測しよう．予測沈下量の分布は，式(19)に示すように，$\boldsymbol{\alpha}^{(0)}$，および$\phi_i$の事前確率密度関数を決定することで得られる．いま，ディリクレ分布のパラメータベクトル$\boldsymbol{\alpha}^{(0)}$を，重みベクトル$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i^5$をもとに，$\alpha_1^{(0)}=0.593,\alpha_2^{(0)}=0.407$と定める．**図-7**は，平面メッシュ$i=73$をとりあげ，$\phi_i$の事前確率密度関数のパラメータ$\beta^{(0)},\gamma^{(0)}$の値により，5年後の予測沈下量の分布がどのように変化するかを示した結果である．**図-7**に示すように，パラメータ$\beta^{(0)},\gamma^{(0)}$の値を増大させると，予測沈下量はより狭い範囲に分布することがわかる．一方，$\beta^{(0)},\gamma^{(0)}$の値を減少させると，予測沈下量はより広い範囲に分布する．パラメータ$\beta^{(0)},\gamma^{(0)}$の値により，時刻tにおける予測沈下量の95%信頼区間がどのように変化するかを**図-8**に示す．ϕ_iの事前確率密度の初期パラメータは任意に設定できるが，ベイズ学習の効率性を向上させるためには，事前分布は一定程度分散している方が望ましい．本研究では，パラメータ初期値として$\beta^{(0)}=0.5$，$\gamma^{(0)}=0.5$を設定した．**図-7**に示す結果より，これらの初期値を用いることにより，事前分布においてパラメータ値が過度に収束せず，一定程度分散することがわかる．

（4）3次モデルの作成

空港の供用後，継続的モニタリングにより，各平面メッシュの地盤沈下量に関する情報を獲得できる．このようなモニタリング情報を用いて，混合地盤沈下モデルを更新する問題を考えよう．現時点においては，空港が供用されておらず，モニタリング情報が蓄積されていない．そこで，各平面メッシュの地盤沈下量のモニタリング結果を仮想的に作成し，混合地盤沈下モデルのベイズ更新を試みる．いま，空港の運営・管理中の期間を，1）初年度から6年度，2）6年度からそれ以降の期間の2つに分割しよう．供用開始後，毎年定期的に地盤沈下量がモニタリングされ，供用開始後5年度の時点に，混合地盤沈下モデルをベイズ推計する問題を考える．ついで，6年度以降においても，毎年地盤沈下に関するモニタリング情報が獲得できる．そこで，新しく得られたモニタリング情報を，それまでの年度に得られたデータベースに加算し，新しく更新されたデータベースに基づいて，混合地盤沈下モデルを毎年ベイズ更新する問題もとりあげる．

対象とする空港地盤には，合計528個の平面メッシュが存在する．これらの各平面メッシュに対して，初年度から5年度までのモニタリング情報が得られたとしよう．**図-6**には，528個の平面メッシュの中から，事例として選択したメッシュ($i=73$)をとりあげ，1次モデルで作成したサンプルパス，2次モデルで求めた期待値パスを示している．また，当該平面メッシュにおいて，5年間の地盤沈下量の観測結果を，図中の●印で示している．さらに，6年度以降のモニタリングによって得られる仮想的な観測結果に関しても，図中に○印で示している．当該メッシュにおいては，仮想モニタリング情報で示した地盤沈下過程は，期待サンプルパスよりも下方に位置しており，地盤沈下速度が期待値パスよりも大きい状況を想定している．空港供用後5年後を現在時点と考え，5年間のモニタリング情報を用いて混合地盤沈下モデルを更新し，6年度以降の地盤沈下量を予測する問題を考える．空港供用直後から5年度までのモニタリング情報を用いて3次モデルをベイズ推計しよ

表-4 混合地盤沈下モデルの推計結果

パラメータ	期待値	95%信頼区間		Geweke検定統計量
$\omega_{73}(1)$	0.553	0.518	0.589	-8.63E-02
$\omega_{73}(2)$	0.447	0.428	0.467	8.63E-02
ϕ_{73}	2.76	0.66	7.41	-4.49E-02

う．今回の解析では，多重共線性の問題を避けるため，合計20本のサンプルパスのうち，**6.(3)** で利用した2本のサンプルパスを用いることとした．すなわち，混合地盤沈下モデルは

$$y_{73}^{t} = \sum_{k=1}^{2} \omega_{73}(k) f_i(t,k) + \varepsilon_{73} \tag{54}$$

と表現される．また，$k=1$は**図-6**に示すサンプルパスαと，$k=2$はサンプルパスβに対応している．

さらに，混合地盤沈下モデルの重みベクトル$\boldsymbol{\omega}_i$の事前確率密度関数として，2次モデルで採用したディリクレ分布と同一の分布を用いた．一方，確率誤差項ε_iの分散パラメータϕ_iの事前確率密度関数は式(18)のガンマ分布に従い，ガンマ分布のパラメータを，**6.(3)**における考察に基づいて，$(\beta^{(0)}, \gamma^{(0)}) = (0.5, 0.5)$と設定した．また，収束判定のサンプル数は$\underline{n} = 2,000$,$\bar{n} = 10,000$の合計8,000サンプルとした．

まず，供用開始後，5年間のモニタリング情報に基づいて，混合地盤沈下モデルをベイズ推計する問題をとりあげる．**表-4**に，混合地盤沈下モデルの推計結果として，重み$\omega_{73}(1)$，$\omega_{73}(2)$と分散パラメータϕ_{73}の期待値，95%信頼区間，およびGeweke検定統計量[20)]を示している．Geweke検定統計量は，MCMC法によるサンプリング過程が定常状態に到達しているか否かを検定するための統計量であり，サンプル数$\underline{n}$の設定が適切であるかどういうかを検定するために用いられる．推計結果より，重みの合計は1となっており，制約条件式(15)を満足している．また，重み$\omega_{73}(1)$の期待値が大きくなっているが，これは仮想モニタリング情報がサンプル平均パスより上方に位置しているためであり，必然的な結果といえる．また，MH法を実施する際に，マルコフ連鎖が定常状態に到達するためのサンプル数として$\underline{n} = 2,000$を設定したが，Geweke検定統計量はいずれも1.96を下回っており，有意水準5%で「定常状態に収束している」という仮説を棄却できない．さらに，重み$\omega_{73}(1)$と分散ϕ_{73}の収束過程を**図-9**，**図-10**に，これら2つのパラメータの事後確率密度分布を**図-11**，**図-12**に示している．いずれのパラメータも早い段階で定常状態に収束していることがわかる．**図-11**，**図-12**には，これらのパラメーターの事前分布も示しているが，ベイズ更新により混合地盤沈下モデルにおけるパラメータ分布の分散が小さくなっている．

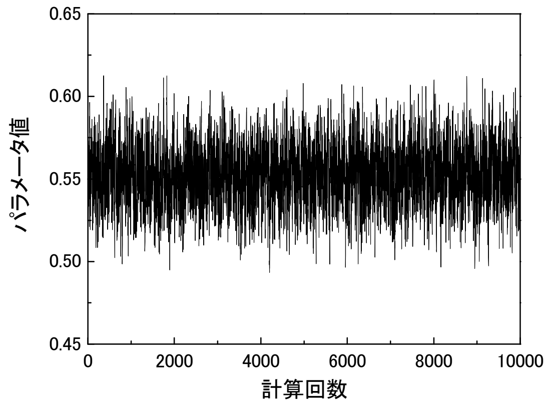


図-9 パラメータ$\omega_{73}(1)$の収束過程

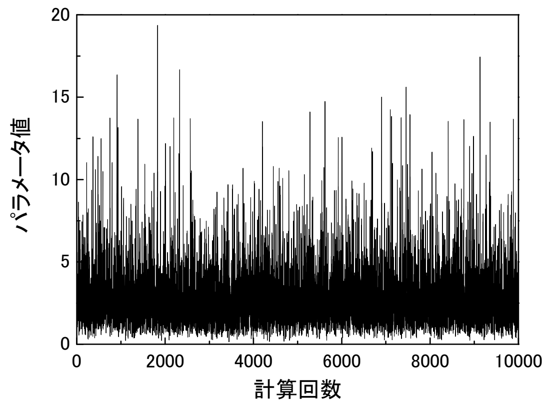


図-10 パラメータϕ_{73}の収束過程

つぎに，5年度にベイズ更新された混合地盤沈下モデルを用いて，6年度以降の地盤沈下パスを予測した結果を**図-13**に示す．前述したように，地盤沈下過程の実績パスとして，期待サンプルパスよりも沈下速度が大きいパスを仮想的に設定している．したがって，経過年数30年の時点での予測沈下量の期待値が38.11cmとなり，期待サンプルパスの35.75cmよりも大きくなっている．供用後30年度における95%信頼区間の下限は37.99cm，上限は38.22cmであり，ベイズ更新の結果，混合地盤沈下モデルの推計精度が向上し，より正確な地盤沈下リスクの管理が可能になることが判明した．

さらに，6年度以降も，継続してモニタリング情報が蓄積され，混合地盤沈下モデルが逐次ベイズ更新される問題を考えよう．再び，平面メッシュ$i=73$に着目する．同メッシュでは，**図-6**に示したように，6年度以降に○印で示すようなモニタリング結果が追加されてい

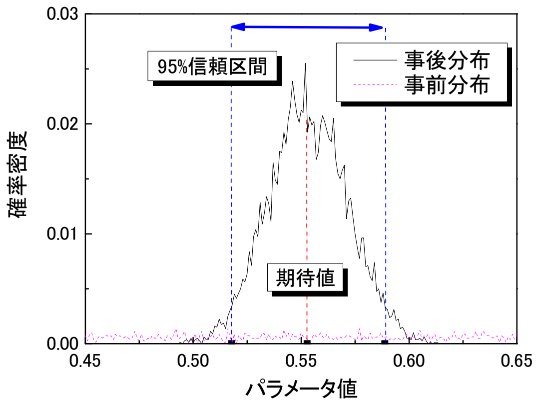


図-11 パラメータ$\omega_{73}(1)$の事後分布

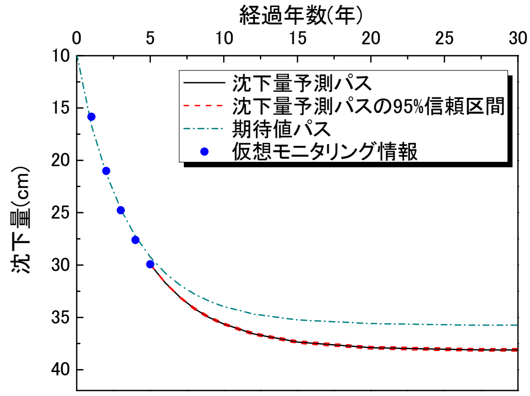


図-13 5年度における沈下量予測結果

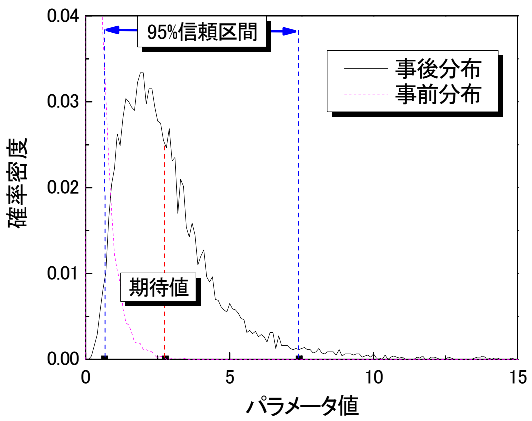
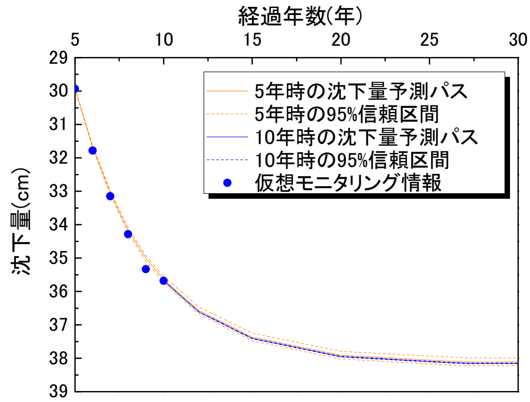


図-12 パラメータϕ_{73}の事後分布



図－14 10年度における予測結果

る．ここで，各年度に新しいモニタリング情報が得られる度に，混合地盤沈下モデルが逐次ベイズ更新されると考えよう．さらに，更新された混合地盤沈下モデルを用いて，空港供用後，30年度の地盤沈下量を予測した結果を**表-5**に示している．同表には，当該年までのモニタリング情報を用いてベイズ更新した混合地盤沈下モデルを用いて，供用後30年度の地盤沈下量の予測値（期待値）と95%信頼区間の上・下限値を記載している．なお，30年時点の仮想モニタリング情報（沈下量）は39.09cmである．ベイズ更新の結果を比較すると，情報の蓄積とともに，期待値パスが若干修正されるとともに，信頼区間の幅が狭まっている．このことからベイズ更新により推計精度が高まっていることが理解できる．なお，**図-14**には，10年時点までモニタリング情報が蓄積された場合をとりあげ，この時点において予測した10年度以降の地盤沈下量の期待値パスと95%信頼区間を示している．5年時点で予測したサンプルパスの信頼区間と，10年時点におけるサンプルパスの信頼区間を比較することにより，ベイズ更新を通じて混合地盤沈下モデルの信頼性が向上していることを視覚的に確認することができる．

つぎに，予測しえない急激な沈下が観測された場合のベイズ更新結果を検証する．**図-15**にその場合の仮想モニタリング情報を示す．5年まではこれまでと同様の沈下量が観測され，6年度に急激な沈下の発生を想定している．図中の青いプロットはこれまでのモニタリング情報（ケース１）であるが，赤いプロットが今回のケース（ケース２）である．この情報に基づいてベイズ更新を行った結果（沈下パス）を同図に併せて示している．沈下量はかなり大きくなるが，新規情報を反映したベイズ更新がなされていること，これまでと同様に沈下が12年程度で収束傾向を示していることを確認できる．これは，今回与えた急激な沈下量が，利用しているサンプルパスの上・下限値内に収まっていたこ

表-5　地盤沈下量の予測結果 (メッシュ $i=73$)

当該年	30年時点の沈下量予測値	95%信頼区間		信頼区間の幅
5年	38.109	37.990	38.224	0.234
6年	38.209	38.139	38.279	0.140
7年	38.218	38.174	38.263	0.089
8年	38.226	38.199	38.254	0.055
9年	38.439	38.419	38.457	0.038
10年	38.151	38.140	38.163	0.023
15年	38.115	38.114	38.116	0.002
20年	38.477	38.477	38.477	0.000
25年	39.046	39.046	39.046	0.000

注）30年時点における仮想モニタリング情報（沈下量）は39.09cmである．

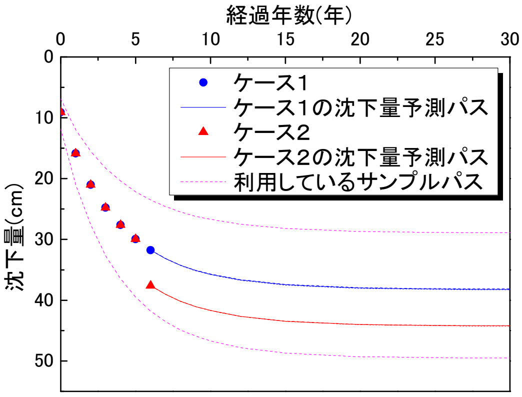


図-15 急激な変化における予測結果

とが要因である．実際に計測される地盤沈下過程の定性的な特性が許容範囲内にあれば，重みパラメータを修正することにより，その後の沈下過程を表現できる．地盤沈下過程の実測値が，1次モデルによる予測結果による適用可能性の範囲内に収まっているかどうかに関する検討方法に関しては，**6.(5)** でとりあげる．**表-6** には，重みパラメータの推計結果を示している．**表-4** と比較して，サンプルパスの重みパラメータが補正され，$\omega_{73}(2)$ の値が大きくなっていることが確認できる．したがって，実用化に際しては，サンプルパスの上・下限値の範囲を広い目に設定しておくことが有効であると考えられる．

（5）モデルの適用範囲の検証

本研究で提案したハイブリッド型地盤沈下モデルを用いることにより，1次モデルが有効であるという前提の下で，地盤沈下の継続的モニタリングにより，地盤沈下予測の精度を恒常的に改善することができる．当然のことながら，混合沈下モデルによる予測結果と現実の観測値に間には，推計残差が存在する．このような

表-6　予期しえない沈下に対する補正結果

パラメータ	期待値	95%信頼区間		Geweke検定統計量
$\omega_{73}(1)$	0.472	0.462	0.482	2.10E-02
$\omega_{73}(2)$	0.528	0.518	0.538	-2.10E-02
ϕ_{73}	61.34	18.55	133.40	-1.70E-02

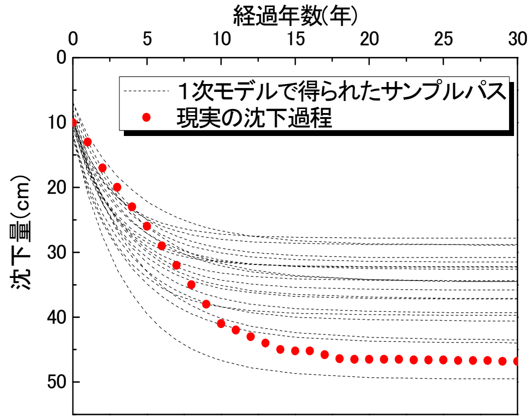


図-16 混合地盤沈下モデルのシステム的誤差

推計残差として，ランダムな推計残差とシステム的な推計残差が考えられる．ランダムな推計残差に関しては，混合地盤沈下モデルをベイズ更新することにより，地盤沈下過程の推計精度を向上することが可能である．しかし，システム的な推計残差が発生する場合，ハイブリッド型地盤沈下モデルの適用可能性を吟味することが必要となる．たとえば，**図-16** の事例では，現実の沈下過程の特性が，1次モデルで想定した沈下過程の特性の間に明らかな乖離が発生している．混合地盤沈下モデルは，1次モデルで得られたサンプルパスの線形結合で表現されるため，ベイズ更新を通じても混合地盤沈下モデルのシステム的な推計誤差を補正できない．

混合地盤沈下モデルにシステム的推計残差が存在するか否かを統計的に仮説検定する方法論を提案しよう．いま，時点 $t=T$ までのモニタリング情報 $\bar{y}_i^{0,T}$ を用いて混合地盤沈下モデル，

$$y_i^t = \sum_{k=1}^{K} \omega_i(k) f_i(t,k) + \varepsilon_i \tag{55}$$

が得られたとしよう．ただし，混合地盤沈下モデルの重み係数 $\omega_i(k)$ として，ベイズ更新後のサンプル平均パスの重み $\tilde{\omega}_i(k)$ を用いることとしよう．この時，時点 $\underline{t}(<T)$ における残差は，

$$\xi_i^{\underline{t}} = \bar{y}_i^{\underline{t}} - \sum_{k=1}^{K} \tilde{\omega}_i(k) f_i(\underline{t},k) \tag{56}$$

と表すことができる．したがって，システム的推計残

差の有無は，

$$\xi_i^t = \rho\xi_i^{t-1} + \varpi_t \tag{57}$$

において，１階の自己相関係数ρを推計することで判別することができる．ただし，$\varpi_t \sim \mathcal{N}(0, \vartheta^2)$ はホワイトノイズである．いま，ρの事前確率密度関数が無情報事前分布（定数），ϑ^{-2}の事前確率密度関数がガンマ分布$\mathcal{G}(\zeta, \eta)$ に従うとしよう．この時，ρの事後確率密度関数$\pi(\rho|\bar{\boldsymbol{y}}_i^t)$ は，

$$\pi(\rho|\bar{\boldsymbol{y}}_i^t) \propto \left(\eta + \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{\underline{t}}(\xi_i^t - \rho\xi_i^{t-1})^2\right)^{-(\zeta+(\underline{t}+1)/2)} \tag{58}$$

と表すことができる．いま，φを定数として，$\rho \geq |\varphi|$ を満たすときにシステム的推計残差が存在するとしよう．このとき，システム的推計残差が存在するか否かを検討する仮説検定モデルを，

$$\begin{cases} H^0 : \rho \in S_0 \quad S_0 = \{\tilde{\rho}|\tilde{\rho} \leq |\varphi|\} \\ H^1 : \rho \in S_1 \quad S_1 = \{\tilde{\rho}|\tilde{\rho} > |\varphi|\} \end{cases} \tag{59}$$

と定式化できる．仮説$H_i(i = 0, 1)$ が成立する事後確率P_{H_i}はそれぞれ，

$$P_{H_0} = \int_{S_0} \pi(\rho|\bar{\boldsymbol{y}}_i^t)d\rho \tag{60}$$

$$P_{H_1} = \int_{S_1} \pi(\rho|\bar{\boldsymbol{y}}_i^t)d\rho \tag{61}$$

となる．$P_{H_1} > P_{H_0}$のとき，帰無仮説H_0は棄却され，システム的推計残差が存在し，１次モデルの有効性に限界があると判断できる．

現時点において，対象地盤における地盤沈下モニタリングデータが蓄積されておらず，本研究で用いた１次モデルの適用範囲を検討できる段階ではない．不幸にして，現実の地盤沈下過程の観測結果，本研究で提案したハイブリッド型地盤沈下モデルの適用性に疑義が生じた場合，モデルの再構成が必要となる．この場合，**図-1** に示したように１次モデルの信頼性に問題が生じているわけであり，地盤モデル，あるいは圧密沈下モデル自体を再検討しなければならない．１次モデルの再検討の問題は，本稿の域を超えているため，ここではこれ以上議論しないこととする．

７．おわりに

本研究では，空港施設のアセットマネジメントにおいて重要な課題となる地盤沈下の継続的モニタリングとモニタリング情報を用いた地盤沈下予測結果をベイズ更新するための方法論の提案を試みた．具体的には不同沈下を考慮した１次元圧密モデルを用いて，地盤沈下過程に関するサンプルパスを作成するとともに，サンプルパスを荷重平均した混合地盤沈下モデルを作成した．さらに空港の供用開始後，地盤沈下量を継続的にモニタリングすることにより，混合地盤沈下モデルをMCMC（マルコフ連鎖モンテカルロ）法を用いてベイズ更新する方法論を提案した．さらに空港施設の地盤沈下予測管理問題への適用事例を通じて本研究で提案した方法論の有効性に関して実証的に検証した．しかし，本研究で提案したベイズ更新モデルの適用可能性を向上するためには，以下のような研究課題が残されている．第１に，本研究の適用事例は，現時点において空港整備事業が開始された段階である．したがって，現時点においてモニタリング情報が入手可能ではない．したがって，適用事例では，モニタリング情報を人工的に作成することにより混合地盤沈下モデルのベイズ更新を試みた．今後，空港地盤の沈下過程を継続的にモニタリングすることにより，混合地盤沈下モデルのベイズ更新の有効性を，現実のモニタリング情報を用いて検証することが必要である．第２に，空港舗装マネジメントにおいて地盤沈下予測管理は重要な検討課題ではあるが，舗装マネジメントを実施するためには空港舗装の劣化・損傷過程を管理することが必要である．そのためには，地盤沈下に伴い空港舗装の劣化・損傷が進展する過程をモデル化[23),24)]することが必要である．第３に，本研究で提案した方法論は，１次モデルが有効であるという範囲内において，適用可能である．６.（５）では，混合地盤沈下モデルの推計残差を用いて，１次モデルの有効性を検討する方法論を提案した．しかし，推計残差の系列相関が大きく，１次モデルの有効性に限界があることが判明した場合，本研究で提案した方法論を用いて地盤沈下予測を継続的に実施することには問題がある．この場合，１次モデルにさかのぼり，モデルの仮定や前提条件の再吟味，あるいはモデルの再構築が必要となることは言うまでもない．このような１次モデルのフォローアップに関しては，今後に残された大きな研究課題である．第４に，本研究で提案したベイズ更新モデルは，モニタリング情報に基づいて設計段階における予測結果をベイズ更新するための方法論を提案したものである．このようなベイズ更新モデルは，地盤沈下予測管理以外の幅広い問題に対して適用できる可能性を持っている．今後，ベイズ更新モデルの方法論の有効性を空港舗装以外の土木施設のアセットマネジメント問題に対して検証することが必要である．

なお，本研究の一部は文部科学省科学技術調整振興費「若手研究者の自立的研究環境整備促進」事業により大阪大学大学院工学研究科グローバル若手研究者フロンティア研究拠点において実施された．

参考文献

1) 松尾稔：地盤工学－信頼性設計の理念と実際－，技報堂

出版，1984.
2) Tang, W.H.: Probabilistic evaluation of penetration resistance, *Proc. of ASCE*, Vol.105, GT10, pp.1173-1191, 1979.
3) 奥村樹郎，土田孝：土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推定，港湾技術研究所報告，第20巻3号，pp131-168, 1981.
4) 久楽勝行，護摩堂満，竹内辰典：軟弱地盤上の不同沈下の実態とその予測，土木技術資料，25-12，pp.14-21，1983.
5) 土田孝，小野憲司：数値シミュレーションによる不同沈下の予測とその空港舗装設計への適用，港湾技術研究所報告，第27巻，第4号，pp.123-200, 1988.
6) Yuan, J. and Mooney, M.A.: Development of adaptive performance models for the Oklahoma airfield pavement management system, *TRB 2003 Annual Meeting Nov.15*, pp1-24, 2002.
7) Pavement Management System: *Advisory Circular*, Federal Aviation Administration, AC No.150/5380-7, pp1-8, 1988.
8) Mishalani, R. and Madanat S.: Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models, *ASCE, Journal of Infrastructure Systems*, Vol.8, No.4, pp139-148, 2002.
9) Shin, H.C. and Madanat, S.M.: Development of a stochastic model of pavement distress initation，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.61-67，2003.
10) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-63，pp.68-82，2005.
11) 青木一也，山本浩司，津田尚胤，小林潔司：多段階ワイブル劣化ハザードモデル，土木学会論文集，No.798/VI-68, pp.125-136，2005.
12) 森脇武夫：実務のための圧密沈下予測とその対策技術，圧密現象とその理論的な取り扱い（その１；一次元圧密），土と基礎，Vol.54, No.11, pp.39-54，2006.
13) Jeffreys, H.: *The Theory of Probability*, Oxford University Press, 1961.
14) 繁桝算男：ベイズ統計入門，東京大学出版会，1985.
15) Ibrahim, J.G., Ming-Hui, C. and Sinha, D.: *Bayesian Survival Analysis*, Springer Series in Statistics, 2001.
16) 和合肇：ベイズ計量経済分析，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用，東洋経済新報社，2005.
17) 伊庭幸人：計算統計学のフロンティアー計算統計II，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺，岩波書店，2005.
18) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集A，Vol.63，No.2，pp.336-355, 2007.
19) Gilks, W.R. and Wild, P.: Adaptive rejection sampling for Gibbs sampling, *Applied Statistics*, Vol.41, pp.337-348, 1992.
20) Geweke, J.: Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments, *Bayesian Statistics*, Vol.4, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.
21) Chib, S.: Marginal likelihood from Gibbs output, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.90, pp.1313-1321,1995.
22) 下村泰造，西澤辰男，吉永清人，福岡知久：疲労度設計法を用いた空港コンクリート舗装の維持管理手法の検討，土木学会舗装工学論文集，第12巻, pp.211-218，2007.
23) 小梁川雅，野田悦郎，伊藤正秀：供用履歴を受けたコンクリート舗装の疲労特性に関する研究，土木学会舗装工学論文集，第9巻，pp.149-156，2004.
24) 西澤辰男，松野三朗：コンクリート舗装の構造解析における有限要素法の適用性について，土木学会論文報告集，第338号，pp.207-215，1983.

(平成19年 12月 4日 受付)

A HYBRID GROUND CONSOLIDATION MIDEL FOR AIRPORT PAVEMENT MANAGEMENT

Taizo SHIMOMURA, Kengo OBAMA, Kiyoyuki KAITO, and Kiyoshi KOBAYASHI

The forecasting of consolidation processes is an important subject for the asset management of airport facilities. In the planning and design stage, there exist a lot of uncertainties in geotechnical conditions, it is impossible to forecast the ground consolidation process by deterministic methods. In this paper, the sets of sample paths designating ground consolidation processes are generated by use of a one-directional consolidation model incorporating uneven ground sinking. Given the sample paths, the mixed consolidation model is presented to describe the probabilistic structure behind the sample paths. The mixed model can be updated by the Bayesian methods based upon the monitoring data. The paper concludes by illustrating a case study carrying out for the airport pavement management.