MCMC法を用いた
舗装劣化パフォーマンスカーブの推定

平成25年2月21日

京都大学工学部地球工学科土木コース
松井　佑介

要　旨

現在，土木施設のアセットマネジメントにおいて，津田らが開発したマルコフ劣化ハザードモデルを基礎とした数多くの派生モデルが開発され，実践されてきている．今後老朽化が進む土木施設に対するアセットマネジメントとして，これらの劣化予測モデルを用いた実践の積み重ねが重要だと考えられる．本研究では，アセットマネジメントの実践事例として，高速道路舗装を対象として分析する．舗装の平均的な寿命長は劣化パフォーマンスにより表現することができ，その劣化パフォーマンスカーブにより，個々の道路区間の劣化速度を相対的に評価するための基準として設定することができる．具体的にNEXCOが管理する高速道路舗装に対し，マルコフ劣化ハザードモデルをMCMC法（マルコフ連鎖モンテカルロ法）を用いて舗装劣化パフォーマンスカーブを推定する．

目次

第1章　はじめに

土木施設のアセットマネジメントでは，ライフサイクル費用の低減化が図れるような最適補修戦略を求めることが重要な課題である[1)2)]．ライフサイクル費用は，対象となる土木施設の生涯を通して発生するすべての費用の集計結果である．ライフサイクル費用評価法として，割引現在価値法[3)]，年平均費用の最小化[1)4)]などが提案されている．これらの評価法を用いて試算したライフサイクル費用を最小にする補修政策･補修タイミングを検討するためには，まず土木施設の劣化予測を行い，その後，最適な補修タイミングを決め，そのタイミングを検出するための検査スパンを考える必要がある．

本研究は，まず土台となる劣化予測を行うために，どの環境がどの程度影響しているかを推計したものである．

これまで土木施設のアセットマネジメントでは，主に目視検査によるデータに基づいて検討されていたが，現在，舗装に対するFWD調査が盛んに行われているため，これらのデータに基づく検討が可能となり，より正確な補修政策と補修タイミングが検討できる．舗装の劣化過程は，路面の劣化と舗装全体の耐荷力の低下から起こる．舗装の耐荷力が低下すれば，路面の劣化速度に影響を及ぼすことから，舗装の耐荷力の推移の重要性を鑑み，舗装のFWD調査を対象に考察する．劣化予測には，1) 管理する土木施設群全体の平均的な劣化を対象とする場合，と2) 個別の施設における具体的な損傷劣化を対象とする場合とがある．前者に対しては膨大な劣化情報から劣化過程の背後に存在する規則性をモデル化する統計的手法が，後者に対しては劣化メカニズムを解明して劣化過程を直接的にモデル化する物理的手法が採用されることが多い．土木施設全体の劣化傾向を捉えるためには，対象とする施設全体に対して包括的に実施される検査結果を利用することが望ましい．また，実用的には既存の検査の枠組みを変えることなく獲得できるデータに基づいて劣化予測手法を構築していくことが有効であろう．

以上を踏まえて，本研究では，マルコフ推移確率をベイズ推定する劣化予測手法を用いる．具体的には，津田ら[5)]が開発した多段階指数劣化ハザードモデルを用いたマルコフ推移確率推定モデル（以下，マルコフ劣化ハザードモデルと呼ぶ）に対

して，マルコフ連鎖モンテカルロ法[6) 7)]（Markov Chain Monte Calro method，以下MCMC法と略記する）を援用したベイズ推定法を構築する．マルコフ劣化ハザードモデルは，構造特性，環境条件，目視検査の間隔等，施設ごとに有するデータの異質性を非集計的に扱う点に特徴があり，従来手法と比較して高精度の劣化予測を行うことが可能である．以下，**2章**で既往の研究のレビューを踏まえて本研究の位置づけを明確にする．**3章**でマルコフ劣化ハザードモデルによるマルコフ推移確率の推定手法の概要を述べる．**4章**でMCMC法に基づくベイズ推定法を紹介し，**5章**で舗装のFWD調査データに適用することにより，舗装の劣化予測を行う．

第2章　本研究の基本的な考え方

本研究では，土木施設の健全度を多段階のレーティング（離散値）で評価したFWD調査データを扱う. 検査データに基づく統計的劣化予測手法はこれまでに数多く提案されており, 体系化すると**図–2.1**の通りに分類することができる. 図のように統計的手法には，確定的手法と確率的手法があり, 確率的手法つまり, 不確実性を考慮した推計方法として，1) 集計的推計方法と，2) 非集計的推計方法が存在する.

確定的手法, つまり不確実性を考慮しない確定論的手法の事例としては，Yanev.B.[8]，貝戸ら[9]の研究がある．Yanev.B. は，ニューヨーク市の橋梁に対する目視検査データ(7段階のレーティング評価)を橋梁の経年ごとにプロットし，一定間隔の経年区間における平均レーティングを算出することで橋梁の劣化曲線を示した．しかし，この手法では橋梁の過去における完全な検査履歴を把握していなければ，劣化予測結果が実際の劣化よりも緩やかになってしまうことを指摘している．この適用限界に関しては，その他の文献においても同様の報告がなされている[10]．これに対し，貝戸ら[9]は，ニューヨーク市における橋梁の目視検査データを用いて，橋梁の劣化速度に着目した平均劣化曲線の算出方法を検討している．また，劣化速度を確率変数と捉えて，過去の検査履歴を反映したマルコフ推移確率の推定方法を提案した.

1）集計的推計方法は，ある一定の測定期間の中で生起した健全度間の推移状態に関するデータに基づいて，マルコフ推移確率を直接推計することを目的とする. 一般的な算定方法として，健全度間の推移状態に関するサンプルの単純数え上げ[11)−13)]により, 推移確率を直接定義する方法がある．例えば，武山ら[11]は，舗装の供用性指標として用いられていたPSI（連続値）を 5 段階の離散値に定義し直した上で，交通量別にマルコフ推移確率を推定している．他にも，最尤法により推移確率を推計する方法も提案されている．しかしながら，これらの研究では目視検査間隔が全て均一であるという理想的な状態を暗に想定している．マルコフ推移確率は，推移確率を定義する測定間隔に依存する．現実に測定される健全度データには，測定間隔が異なる多様なデータが混在している場合が多い. この場合，実データが測定された測定間隔の差異がもたらす影響を補正する必要がある．しかし，このような集計的劣化予測方法では，個々の施設が置かれている使用環境や，施設が

有する構造的，機能的特性と推移確率との関係をモデル化できないという限界がある．これに対して，杉崎ら[14]は検査間隔の不均一性を考慮したマルコフ推移確率の推定方法を提案し，実データを用いた比較検討から検査間隔の不均一性を単純に無視できないことを示している．

2) 非集計的推計方法は，個々の土木施設の劣化過程に関する情報に基づいて，その背後にある劣化過程の統計的規則性を推計する方法である．このような非集計的推計方法として，青木ら[15]は，ワイブルハザードモデルを用いて，トンネル照明の寿命解析を行っている．Mishalani and Madanat[16]は，2つの隣接する健全度のみを対象として，マルコフ推移確率を指数ハザードモデルを用いて表現する方法を提案した．これとは独立に，津田ら[5]は，2つ以上の任意の健全度間における推移状態を表現する多段階指数ハザードモデルを提案し，マルコフ推移確率を推計する一般的な方法論を提案した．しかしながら，非集計的手法の実用上の課題として，予測精度を確保するためには2,000サンプル程度のデータ蓄積が必要となることを津田らは指摘している．また，青木ら[17]は，マルコフ推移確率が過去の記憶を有する非斉次マルコフ推移確率を推計するための多段階ワイブル劣化ハザードモデルを提案している．また，マルコフ推移確率の推計方法に関しては，測定データが非常に少ない段階で，技術者の経験情報と測定結果を結合してマルコフ推移確率を推計するベイズ推計モデル[18]，予防補修により測定データが欠損することにより発生する欠損バイアスを補正する方法[19]が提案されている．統計的手法は，物理的手法とは異なり劣化メカニズムを解明することなく，劣化過程の背後に存在する規則性を統計処理によりモデル化する．そのため，統計的手法はマクロなレベルでの平均的な劣化特性を議論するために有用であるものの，予測精度を確保するためには，数千，数万という膨大な目視検査データの蓄積が前提となる．本研究ではサンプル数が2,000を超える高速道路総合技術研究所が実施した舗装耐荷力調査の結果を用い，マルコフ劣化ハザードモデルをMCMC法を用いて舗装劣化パフォーマンスカーブを推定する．

第3章　マルコフ劣化ハザードモデル

3.1　モデル化の前提

土木施設の劣化を予測するためには，施設の劣化状態に関する時系列データを蓄積する必要がある．いま，ある施設の劣化状態が目視検査データとして得られ，その履歴が**図–3.1**に示すように与えられたとする．同図は，施設が補修されずに放置された時に，劣化がどのように進展するかを表したものである．現実には，施設の劣化過程には不確実性が含まれ，しかも劣化状態は時間軸上の限られた時刻で実施される目視検査を通じてのみ知ることができる．図中，時刻τはカレンダー上の実時刻（以下，時刻と呼ぶ）を表す. 時刻τ_0で施設の使用が開始された直後から劣化が始まる．施設の劣化状態がJ個のレーティングで記述される場合を考える．施設の劣化状態を表すレーティングを状態変数i $(i = 1, 2, \cdots, J)$で表現する．施設が最も健全な（劣化が進展していない）状態を$i = 1$で表し，状態変数iの値が大きくなるほど，劣化が進展していることを表す. $i = J$の場合，当該施設が使用限界に到達していることを示す.

施設に対して定期的に目視検査が実施され，施設の劣化状態に関するレーティングが獲得できる場合を考える．ここでは，時間軸上の 2 つの時刻τ_Aとτ_Bにおいて定期検査が実施される．時刻τ_Aで観測された当該部材の健全度が状態変数$h(\tau_A)$として表されているものとする．状態変数$h(\tau_A)$はカレンダー上の実時刻τ_Aでの目視検査結果であり，このときのレーティング評価がi（$i = 1, 2, \cdots, J$）であれば，$h(\tau_A) = i$となる．このとき，レーティングiからjへの推移状態を表すマルコフ推移確率は，時刻τ_Aで評価された健全度$h(\tau_A) = i$を与件とし，将来時点において健全度$h(\tau_B) = j$が生起する条件付確率として定義される．すなわち，

$$\mathrm{Prob}[h(\tau_B) = j \mid h(\tau_A) = i] = p_{ij} \tag{3.1}$$

と表すことができる．マルコフ推移確率行列は，全てのレーティングの組み合わせに対して算出したマルコフ推移確率を要素とする行列である．

マルコフ推移確率の推定方法に関する既往の研究は，推移確率そのものを推定対

象として，2時点間における状態推移の件数というサンプルの数え上げデータに基づいてマルコフ推移確率を推定する事例が多い．たとえば，数え上げデータは

$$\bar{p}_{ij} = \frac{h(\tau_A) = i \text{かつ} h(\tau_B) = j \text{である件数}}{h(\tau_A) = i \text{である件数}} \tag{3.2}$$

により定義できる．このような集計的なマルコフ推移確率の推定法は取り扱いが簡便であるが，個々の施設の構造特性や環境条件といった固有の情報を反映することはできない．また，限られた検査データを有効に活用するためにも，データによる検査間隔の差異を考慮しながら，すべての検査データを活用してマルコフ推移確率を推定することが望ましい．そこで，次節では，マルコフ劣化ハザードモデルを用いて，マルコフ推移確率を推定する方法を説明する．

3.2 マルコフ劣化ハザードモデルの概要

本研究では，津田ら[5)]が提案したマルコフ劣化ハザードモデルを用いて高速道路舗装の劣化過程を記述する．以下では，**3.1**で示した劣化過程を，読者の便宜を図るためにその概要を述べる．ハザードモデルの詳細については参考文献[20),21)]を参照して欲しい．

図–3.1の例を再び取り上げる．時間軸上の離散時刻τ_i $(i = 1, \cdots, J-1)$において，劣化状態がiから$i+1$に進展しているとする．以下，時刻τ_iは「劣化状態がiから$i+1$へ推移する時刻」を表す．ここで，カレンダー時刻τ_{i-1}を初期時点$y_i = 0$とする時間軸（以下，サンプル時間軸と呼ぶ）を導入する．サンプル時間軸上の時刻を，以下「時点」と呼び，カレンダー時間軸上の「時刻」とは区別する．図–3.1の例では，検査時刻τ_A，τ_Bは，サンプル時間軸上の時点y_A，y_Bに該当している．当然のことながら，$y_A = \tau_A - \tau_{i-1}$，$y_B = \tau_B - \tau_{i-1}$が成立する．なお，定期検査は検査実施時点での断片的な劣化情報を獲得しているにすぎず，劣化状態iが始まったカレンダー時刻τ_{i-1}に関する情報を獲得することはできない．したがって，サンプル時間軸上の時点y_A，y_Bも正確に把握できない．目視検査データのように断片的な劣化情報を用いる場合には，このような観測情報の切断の問題[22),23)]に留意する必要がある．ここでは，記述の便宜上，当面サンプル時点情報が既知であると仮定して議論を進めるが，このことは劣化過程がマルコフ性を満足するという条件下においては，後に明らかになるように本質的な問題ではない．

いま，時刻τ_i（時点y_C）において，劣化状態がiから$i+1$に推移すると考えよう．この時，当該施設の劣化状態がiに留まる期間長（以下，劣化状態iの寿命と呼ぶ）は$\zeta_i = \tau_i - \tau_{i-1} = y_C$と表せる．劣化状態$i$の寿命$\zeta_i$は確率変数であり，確率密度関数$f_i(\zeta_i)$，分布関数$F_i(\zeta_i)$に従うと仮定する．ただし，劣化状態$i$の寿命$\zeta_i$の定義域は$[0,\infty)$である．分布関数の定義より

$$F_i(y_i) = \int_0^{y_i} f_i(\zeta_i)d\zeta_i \tag{3.3}$$

が成立し，分布関数$F_i(y_i)$は劣化状態がiとなった初期時点$y_i = 0$（時刻τ_{i-1}）からサンプル時間軸上のある時点y_i（時刻$\tau_{i-1} + y_i$）までに劣化状態がiから$i+1$に変化した累積確率を表す．したがって，初期時点$y_i = 0$からサンプル時点$y_i \in [0,\infty)$まで，劣化状態がiのまま推移する確率$\tilde{F}_i(y_i)$は，時点y_iまでに劣化状態がiから$i+1$に変化する累積確率$F_i(y_i)$を用いて

$$\mathrm{Prob}\{\zeta_i \geq y_i\} = \tilde{F}_i(y_i) = 1 - F_i(y_i) \tag{3.4}$$

と表すことができる．ここで，施設の健全性が時点y_iまでレーティングiで推移し，かつ期間$[y_i, y_i + \Delta y_i)$中に$i+1$に進展する条件付き確率は

$$\lambda_i(y_i)\Delta y_i = \frac{f_i(y_i)\Delta y_i}{\tilde{F}_i(y_i)} \tag{3.5}$$

と表せる．対象とする施設のレーティングが時点y_iでiから$i+1$に推移しようとする瞬間的な速度$\lambda_i(y_i)$をハザード関数と呼ぶ．想定する劣化過程に合致するハザード関数を用いることで，例えば初期不良，偶発的な劣化，経年的劣化などを表現することが可能となる．

土木施設の劣化過程が過去の履歴に依存しないというマルコフ性を満足し，ハザード関数がサンプル時間軸上の時点y_iに依存せず，常に一定値$\theta_i > 0$をとると仮定する．すなわち，次式が成立する．

$$\lambda_i(y_i) = \theta_i \tag{3.6}$$

ハザード関数$\lambda_i(y_i) = \theta_i$を用いれば，レーティング$i$の寿命が$y_i$以上となる確率$\tilde{F}_i(y_i)$は若干の計算[5)]により，

$$\begin{aligned}\tilde{F}_i(y_i) &= \exp\left[-\int_0^{y_i} \lambda_i(u)du\right] \\ &= \exp(-\theta_i y_i)\end{aligned} \tag{3.7}$$

と表される．

3.3 マルコフ推移確率の導出

カレンダー時刻 τ_{i-1} にレーティングが i に推移し，検査時刻 τ_A までレーティング i が継続した場合を考える．すなわち，時刻 τ_A における検査の結果，レーティングが i であるという観測情報が得られたとする．このとき，サンプル時間軸上の時点 y_A で，レーティングが i であったという条件の下で，さらに時点 y_A から追加的に z_i (≥ 0) 以上にわたってレーティング i が継続する確率 $\tilde{F}_i(y_A+z_i|\zeta_i \geq y_A)$ は

$$\tilde{F}_i(y_A+z_i|\zeta_i \geq y_A) = \mathrm{Prob}\{\zeta_i \geq y_A+z_i|\zeta_i \geq y_A\} \tag{3.8}$$

と定義できる．確率 $\tilde{F}_i(y_i)$ の定義 (3.4) より，

$$\frac{\mathrm{Prob}\{\zeta_i \geq y_A+z_i\}}{\mathrm{Prob}\{\zeta_i \geq y_A\}} = \frac{\tilde{F}_i(y_A+z_i)}{\tilde{F}_i(y_A)} \tag{3.9}$$

が成立する．式 (3.7) より，上式の右辺は

$$\begin{aligned}\frac{\tilde{F}_i(y_A+z_i)}{\tilde{F}_i(y_A)} &= \frac{\exp\{-\theta_i(y_A+z_i)\}}{\exp(-\theta_i y_A)} \\ &= \exp(-\theta_i z_i)\end{aligned} \tag{3.10}$$

と変形できる．すなわち，検査時点 y_A においてレーティングが i として判定され，次の検査時点 $y_B = y_A + z$ においてもレーティングが i と判定される確率は，

$$\mathrm{Prob}[h(y_B)=i|h(y_A)=i] = \exp(-\theta_i z) \tag{3.11}$$

と表される．ただし，z は 2 つの検査時点の間隔を表す. ここで，確率 $\mathrm{Prob}[h(y_B) = i|h(y_A) = i]$ はマルコフ推移確率 p_{ii} に他ならない．つまり，指数ハザード関数を用いた場合，推移確率 p_{ii} はハザード率 θ_i と検査間隔 z のみに依存し，時点 y_A，y_B に関する確定的な情報を用いなくても推移確率を推定することが可能となる．

以上の議論を拡張し，指数ハザード関数を用いて，点検時刻 τ_A と $\tau_B = \tau_A + z$ の間で健全度が i から j $(> i)$ に推移するマルコフ推移確率 $p_{ij}(z)$ は，

$$\begin{aligned}p_{ij}(z) &= \mathrm{Prob}[h(\tau_B)=j|h(\tau_A)=i] \\ &= \sum_{k=i}^{j}\prod_{m=i}^{k-1}\frac{\theta_m}{\theta_m-\theta_k}\prod_{m=k}^{j-1}\frac{\theta_m}{\theta_{m+1}-\theta_k}\exp(-\theta_k z) \\ &\quad (i=1,\cdots,J-1; j=i+1,\cdots,J)\end{aligned} \tag{3.12}$$

と表すことができる[5)]．ただし，表記上の規則として，

$$\begin{cases}\prod_{m=i}^{k-1}\frac{\theta_m}{\theta_m-\theta_k} = 1 & (k \leq i+1 \text{ の時 }) \\ \prod_{m=k}^{j-1}\frac{\theta_m}{\theta_{m+1}-\theta_k} = 1 & (k \geq j \text{ の時 })\end{cases}$$

が成立すると考える．また，p_{iJ}に関してはマルコフ推移確率の条件より次式が成立する．

$$p_{iJ}(z) = 1 - \sum_{j=i}^{J-1} p_{ij}(z) \ (i = 1, \cdots, J-1) \tag{3.13}$$

3.4 マルコフ推移確率の推定

同種の土木施設に関するK個の2時点間の検査データが得られたとする．検査サンプルk $(k = 1, \cdots, K)$には，2回の連続する定期検査が実施されたカレンダー時刻τ_A^kとτ_B^kと，各検査で計測された施設のレーティング$h(\tau_A^k), h(\tau_B^k)$に関する情報が記述されている．検査サンプルにより，検査間隔が異なっていても差し支えがない．以上の検査データに基づいて，検査サンプルkの検査間隔を$z^k = \tau_B^k - \tau_A^k$と定義する．さらに，2回の検査時刻における劣化推移パターン情報に基づいて，ダミー変数δ_{ij}^k $(i, j = 1, \cdots, J; k = 1, \cdots, K)$を

$$\delta_{ij}^k = \begin{cases} 1 & h(\tau_A^k) = i, h(\tau_B^k) = j \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \tag{3.14}$$

と定義する．さらに，施設の劣化速度に影響を及ぼす，施設の構造特性や環境条件を表す特性ベクトルを$\boldsymbol{x}^k = (x_1^k, \cdots, x_M^k)$と表す．ただし，$x_m^k$ $(m = 1, \cdots, M)$は検査サンプルkのm番目の説明変数の観測値を表す．説明変数の観測値としては，構造諸元や環境条件などの定量的データだけでなく，構造形式や材料などの定性的データを用いることができる．なお，第1番目の説明変数は定数項に該当する変数であり，恒等的に$x_1^k = 1$であるとする．定期的な目視検査で得られる検査サンプルkが有する情報は，実測値であることを記号「$\bar{}$」で強調して，$\xi^k = (\bar{\delta}_{ij}^k, \bar{z}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k)$として整理できる．

一方，検査サンプル$k(k = 1, \cdots, K)$の劣化過程を指数ハザード関数$\lambda_i^k(y_i^k) = \theta_i^k$ $(i = 1, \cdots, J-1)$を用いて表現する．レーティングJはマルコフ連鎖の吸収状態であり，$p_{JJ} = 1$が成立するためにハザード率θ_Jは必然的に$\theta_J = 0$となる．土木施設の劣化過程を特徴づけるハザード率θ_i^k $(i = 1, \cdots, J-1; k = 1, \cdots, K)$は施設の特性ベクトルに依存して変化すると考え，ハザード率θ_i^kを特性ベクトル$\boldsymbol{x}^k$を用いて

$$\theta_i^k = f(\boldsymbol{x}^k : \boldsymbol{\beta}_i) \tag{3.15}$$

と表す．ただし，$\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{i,1}, \cdots, \beta_{i,M})$ は未知パラメータ $\beta_{i,m}$ $(m = 1, \cdots, M)$ によるベクトルである．また，$x_1^k = 1$ より，$\beta_{i,1}$ は定数項を表す．したがって，特性ベクトル $\boldsymbol{x}^k$ は既知であるので，ハザード率 θ_i^k の推定問題が $\boldsymbol{\beta}_i$ の推定問題として扱うことが可能となる．

マルコフ推移確率は，式(3.12)で示したように，各レーティングにおけるハザード率 θ_i^k $(i = 1, \cdots, J-1; k = 1, \cdots, K)$ を含む．さらに，ハザード率は施設の特性ベクトル $\bar{\boldsymbol{x}}^k$ を用いて式(3.15)で表現できる．また，推移確率はデータが観察された検査間隔 $\bar{z}^k$ にも依存する．これらのことを明示的に表すため推移確率 p_{ij} を目視検査による実測データ $(\bar{z}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k)$ と未知パラメータ $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}_1, \cdots, \boldsymbol{\beta}_{J-1})$ の関数として $p_{ij}(\bar{z}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k : \boldsymbol{\beta})$ と表す．いま，K 個の土木施設の劣化現象が互いに独立であると仮定すれば，全検査サンプルの劣化推移パターンの同時生起確率密度を表す尤度関数は

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^{J-1} \prod_{j=i}^{J} \prod_{k=1}^{K} \left\{ p_{ij}(\bar{z}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k : \boldsymbol{\beta}) \right\}^{\bar{\delta}_{ij}^k} \tag{3.16}$$

と定式化できる[22),23)]．検査データ $\bar{\delta}_{ij}^k, \bar{z}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k$ はすべて確定値であり，対数尤度関数は未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ の関数である．最尤法では，この尤度関数(3.16)を最大にするようなパラメータ値 $\boldsymbol{\beta}$ を推定することになる．以上の手順で得られたパラメータ値 $\boldsymbol{\beta}$ を用いて，式(3.15)によりハザード率を算出することで，マルコフ劣化ハザードモデルを記述することが可能となる．

3.5 レーティング期待寿命の算出

マルコフ劣化ハザードモデルを用いれば，個別の施設ごとにマルコフ推移確率を推定することが可能である．しかし，現実の土木施設のマネジメントにおいて，施設個々に最適補修戦略を求めると問題が過度に煩雑になる．このため，類似の施設を対象にして平均的なマルコフ推移確率を推定した方が便利な場合が少なくない．そこで，推定した指数ハザードモデルを用いて平均的なマルコフ推移確率を推定する方法について説明する．すなわち，当該レーティングにはじめて到達した時点から，劣化が進展して次のレーティングに進むまでの期待期間長（以下，レーティング期待寿命と呼ぶ）は，生存関数 $\tilde{F}_i(y_i^k)$ を用いて

$$R_i^k = \int_0^\infty \tilde{F}_i(y_i^k) dy_i^k \tag{3.17}$$

と表される[20)]．ここで，指数ハザード関数を用いた生存関数 $\tilde{F}_i(y_i^k)$ が式 (3.7) で表されることに留意すれば，レーティング期待寿命は次式となる．

$$R_i^k = \int_0^\infty \exp(-\theta_i^k y_i^k) dy_i^k = \frac{1}{\theta_i^k} \tag{3.18}$$

第4章　ベイズ推定の方法

4.1　ベイズの定理

最尤推定法は，1) 標本数が十分に多い場合，推定量が真の値に確率収束する（一致性），2) 推定量の漸近的分散がクラメール·ラオの下限に等しい（漸近有効性）という優れた性質を有している[25)]．しかし，現実のアセットマネジメントの場面では，過去に十分な点検が実施されておらず，限られた検査データしか入手できない場合が少なくない．このように限られた検査サンプルに基づいてマルコフ劣化ハザードモデルを最尤法により推定した場合，最尤推定量が不偏性を満足せず，推定量に系統的なバイアスが生じる可能性がある．あるいは，点検実績データがまったく存在せず，技術者の経験的情報に基づいて，マルコフ劣化ハザードモデルを特定化せざるを得ない場合もある．このような場合，限られた事前情報と少ないデータに基づいて，マルコフ劣化ハザードモデルを推定するための方法論が必要となる．さらに，データが蓄積されるに従って，マルコフ劣化ハザードモデルの改良を試みることが必要となる．ベイズ推定法は事前情報を活用できるため，標本が少ない場合でも比較的精度よく推定することができるという利点がある．また，推定量の信頼域について検討することにより，マルコフ劣化ハザードモデルによる推定精度や，モデル改良による信頼度の向上の効果も検討することが可能であるという利点がある．

ベイズ推定法では，パラメータの事前分布と，観測されたデータを用いて定義される尤度関数を用いて，パラメータの事後分布を推定する．いま，尤度関数を$\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$と表す．$\boldsymbol{\beta}$は未知パラメータベクトル，$\boldsymbol{\xi}$は観測データを表す．ここで，$\boldsymbol{\beta}$が確率変数で，事前確率密度関数$\pi(\boldsymbol{\beta})$に従うと仮定する．この時，観測データ$\boldsymbol{\xi}$を得たときに未知パラメータ$\boldsymbol{\beta}$の事後確率密度関数$\pi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$はベイズの定理より，

$$\pi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi}) = \frac{\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})\pi(\boldsymbol{\beta})}{\int_{\Theta}\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})\pi(\boldsymbol{\beta})d\boldsymbol{\beta}} \tag{4.1}$$

と表すことができる．ただし，Θはパラメータ空間である．この時，$\pi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$は

$$\pi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi}) \propto \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})\pi(\boldsymbol{\beta}) \tag{4.2}$$

と表すことができる．記号$\propto$は比例を意味する．ここで，式(4.1)における分母

$$m(\boldsymbol{\xi})=\int_{\Theta}\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})\pi(\boldsymbol{\beta})d\boldsymbol{\beta} \tag{4.3}$$

を$\pi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$の基準化定数，あるいは事前予測分布と呼ぶ．一般に，ベイズ推定法は，１）事前の経験情報などに基づいて，パラメータの事前確率密度関数$\pi(\boldsymbol{\beta})$を設定する．２）新しく獲得したデータ$\boldsymbol{\xi}$に基づいて尤度関数$\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$を定義する．さらに，３）ベイズの定理(4.1)に基づいて事前確率密度関数を修正し，パラメータ$\boldsymbol{\beta}$に関する事後確率密度関数$\pi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$を得る，という手順を採用することになる．以上の手順を，本研究ではベイズ推定ルールと呼ぶ．最尤推定法と異なり，未知パラメータ$\boldsymbol{\beta}$の確率分布が，事後分布として求まる点にベイズ推定法の特徴がある．

以下では，マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定法の具体的手順を述べる．読者の便宜を図るために，**図–3.2**に，その概要をフローとして整理している．同図中には，推定法の詳細を説明する節番号も明記したので，以降の各節と併せて参照されたい．

4.2 ベイズ推定ルール

2時点間の目視検査データを用いて，マルコフ劣化ハザードモデルのパラメータベクトル$\boldsymbol{\beta}$をベイズ推定ルールで推定する方法を考える．新規に獲得したデータを$\bar{\boldsymbol{\xi}}=(\bar{\boldsymbol{\xi}}^1,\cdots,\bar{\boldsymbol{\xi}}^K)$と表す．マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定において，検査サンプルkに関して獲得できる情報は$\bar{\boldsymbol{\xi}}^k=(\bar{\delta}^k_{ij},\bar{z}^k,\bar{\boldsymbol{x}}^k)$を想定している．**3.5**で示した尤度関数(3.16)を，式(3.12)を用いて具体的に書き表せば，

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}})=\prod_{i=1}^{J-1}\prod_{j=i}^{J}\prod_{k=1}^{K}\Big\{\sum_{h=i}^{j}\prod_{l=i}^{h-1}\frac{\theta^k_l}{\theta^k_l-\theta^k_h}\prod_{l=h}^{j-1}\frac{\theta^k_l}{\theta^k_{l+1}-\theta^k_h}\exp(-\theta^k_h\bar{z}^k)\Big\}^{\bar{\delta}^k_{ij}} \tag{4.4}$$

となる．一般的に，ハザードモデルにおいて，事前確率密度関数と事後確率密度関数の関数形が一致するような共役事前確率密度関数[26)]を見出すことは不可能である[24)]．事前分布の設定に関しては，$\boldsymbol{\beta}_i$の事前確率密度関数が，標準的な事前確率密度関数として用いられる多次元正規分布に従うと仮定する．すなわち，$\boldsymbol{\beta}_i\sim\mathcal{N}_M(\boldsymbol{\mu}_i,\boldsymbol{\Sigma}_i)$である．ただし，$M$次元正規分布$\mathcal{N}_M(\boldsymbol{\mu}_i,\boldsymbol{\Sigma}_i)$の確率密度関数は，

$$g(\boldsymbol{\beta}_i|\boldsymbol{\mu}_i,\boldsymbol{\Sigma}_i)=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{M}{2}}\sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}_i|}}\exp\Big\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_i-\boldsymbol{\mu}_i)\boldsymbol{\Sigma_i}^{-1}(\boldsymbol{\beta}_i-\boldsymbol{\mu}_i)'\Big\} \tag{4.5}$$

で与えられる．ただし，$\boldsymbol{\mu}_i$ は $\mathcal{N}_M(\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$ の事前期待値ベクトル，$\boldsymbol{\Sigma}_i$ は事前分散共分散行列である．記号 $'$ は転置操作を表す．この時，事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}})$ は，式 (4.2) より，

$$\pi(\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}}) \propto \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}}) \prod_{i=1}^{J-1} g(\boldsymbol{\beta}_i|\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$$

$$\propto \prod_{i=1}^{J-1}\prod_{j=i}^{J}\prod_{k=1}^{K}\Big\{\prod_{l=i}^{j-1}\theta_l^k \sum_{h=i}^{j}\prod_{l=i}^{h-1}\frac{1}{\theta_l^k-\theta_h^k}\prod_{l=h}^{j-1}\frac{1}{\theta_{l+1}^k-\theta_h^k}\exp(-\theta_h^k\bar{z}^k)\Big\}^{\bar{\delta}_{ij}^k}$$

$$\cdot\prod_{i=1}^{J-1}\exp\Big\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_i-\boldsymbol{\mu}_i)\boldsymbol{\Sigma_i}^{-1}(\boldsymbol{\beta}_i-\boldsymbol{\mu}_i)'\Big\} \tag{4.6}$$

となる．しかし，基準化定数

$$m(\bar{\boldsymbol{\xi}}) = \int_{\Phi}\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}})\prod_{i=1}^{J-1} g(\boldsymbol{\beta}_i|\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)d\boldsymbol{\beta} \tag{4.7}$$

を解析的に定義できず，多重積分値を数値計算で求めざるを得ない．したがって，事後確率密度関数の共役性を検討する以前の問題として，パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$ の事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}})$ を明示的に求めること自体が不可能である．次節では，パラメータの事後分布に関する統計量を MCMC 法を用いて直接求める方法論を提案する．

4.3 MCMC 法

ここでは代表的な MCMC 法である MH 法 (Metropolis-Hastings algorithm) について述べる[7]．MH 法は，事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$ を直接求めることが難しい場合に，各パラメータの条件付き事後確率密度関数を用いて，反復的にパラメータ $\boldsymbol{\beta}$ のサンプルを乱数発生させることにより，事後分布からの標本サンプルを獲得する方法である．

MH 法を説明するために，再び観測データを $\bar{\boldsymbol{\xi}}$，未知パラメータを $\boldsymbol{\beta}$ と表そう．また，$\boldsymbol{\beta}$ から $\beta_{e,m}$ を除いた未知パラメータベクトルを $\boldsymbol{\beta}^{-(e,m)}$ と表そう．この時，式 (4.6) より，$\boldsymbol{\beta}^{-(e,m)}$ を既知とした時の $\beta_{e,m}$ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\beta_{e,m}|\boldsymbol{\beta}^{-(e,m)},\bar{\boldsymbol{\xi}})$ は

$$\pi(\beta_{e,m}|\boldsymbol{\beta}^{-(e,m)},\bar{\boldsymbol{\xi}})$$

$$\propto \prod_{i=1}^{e}\prod_{j=e}^{J}\prod_{k=1}^{K}\Big\{{\theta_e^k}^{\bar{\delta}_{ij}^k-\bar{\delta}_{ie}^k}\sum_{h=i}^{j}\prod_{l=i}^{h-1}\frac{1}{\theta_l^k-\theta_h^k}\prod_{l=h}^{j-1}\frac{1}{\theta_{l+1}^k-\theta_h^k}\exp(-\theta_h^k\bar{z}^k)\Big\}^{\bar{\delta}_{ij}^k}$$

$$\cdot\exp\Big\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_e-\boldsymbol{\mu}_e)\boldsymbol{\Sigma_e}^{-1}(\boldsymbol{\beta}_e-\boldsymbol{\mu}_e)'\Big\}$$

$$
\propto \prod_{i=1}^{e}\prod_{j=e}^{J}\prod_{k=1}^{K}\Big\{\exp\left(\beta_{e,m}x_m^k\right)^{\bar{\delta}_{ij}^k-\bar{\delta}_{ie}^k}\sum_{h=i}^{j}\prod_{l=i}^{h-1}\frac{1}{\theta_l^k-\theta_h^k}\prod_{l=h}^{j-1}\frac{1}{\theta_{l+1}^k-\theta_h^k}\exp(-\theta_h^k\bar{z}^k)\Big\}^{\bar{\delta}_{ij}^k}
$$

$$
\cdot\exp\Big\{-\frac{\rho_e^{mm}}{2}(\beta_{e,m}-\hat{\mu}_e^m)^2\Big\} \tag{4.8}
$$

$$
\hat{\mu}_e^m=\mu_e^m+\sum_{h=1,\neq m}^{M}(\beta_{e,h}-\mu_e^h)\rho_e^{hm}
$$

と表せる．ただし，$\bar{\delta}_{ie}^k$は，検査サンプルkの事前レーティング$d(\tau_A^k)=i$とサンプリングにおける事前レーティングeが一致した場合に1を，そうでない時に0となるダミー変数である．μ_e^mは事前期待値ベクトル$\boldsymbol{\mu}_e$の第m要素であり，ρ_e^{hm}は事前分散共分散行列$\boldsymbol{\Sigma_e}^{-1}$の第$(h,m)$要素である．また，$\sum_{h=1,\neq m}^{M}$は1から$M$までの要素のうち$m$を除いた要素の総和を意味する．これらの条件付き確率密度関数から標本を発生させ，その標本を用いてパラメータ$\boldsymbol{\beta}$の事後分布に関する各種の統計量を計算することができる．MCMC法から得られた標本を用いて，事後分布の各種統計量を求める方法については，**4.5**で述べる．

4.4 条件付き事後確率密度関数からのサンプリング法

マルコフ劣化ハザードモデルでは，事後確率密度関数$\pi(\beta_{e,m}|\boldsymbol{\beta}^{-(e,m)},\bar{\boldsymbol{\xi}})$を直接解析的に求めることができず，また，事後分布からの直接サンプリングも困難である．そこで，代表的なMCMC法であるMH法を用いて，パラメータ$\boldsymbol{\beta}$の標本サンプルを条件付き事後確率密度関数から抽出する．

マルコフ連鎖が不変分布に収束するのに対して有用な十分条件が詳細つり合い条件である．これは，任意のθについて，

$$
\rho(\theta^{(n)})p(\theta^{(n+1)}|\theta^{(n)})=\rho(\theta^{(n+1)})p(\theta^{(n)}|\theta^{(n+1)}) \tag{4.9}
$$

が満たされることをいう. 以上が成立すれば$\rho(\cdot)$は定常分布である．MH法は事後分布からのサンプリングが困難な場合にサンプリングが容易な分布を提案分布として採用し，事後分布と提案分布の違いを詳細つり合い条件が満たされるように修正する操作を含めることで事後分布$\rho(\cdot)$からのサンプリングを可能とするアルゴリズムである．いま，提案分布を$\boldsymbol{q}(\theta'|\theta^{(n)})$とし，釣り合いの崩れをするために$\theta^{(n)}$から$\theta'$への推移の量を調整する確率$P(\theta'|\theta^{(n)})$を導入する．すなわち，

$$
p(\theta'|\theta^{(n+1)})=\boldsymbol{q}(\theta'|\theta^{(n)})\times P(\theta'|\theta^{(n)}) \tag{4.10}
$$

に従って推移する．このpが詳細つり合い条件を満たすために，

$$P(\theta'|\theta^{(n)}) = \min\Big[\frac{\boldsymbol{\rho}(\theta')\boldsymbol{q}(\theta'|\theta^{(n)})}{\boldsymbol{\rho}(\theta^{(n)})\boldsymbol{q}(\theta^{(n)}|\theta')}, 1\Big] \tag{4.11}$$

のような採択確率$P(\cdot|\cdot)$に従って提案分布からの候補を採用しながらサンプリングする．本研究ではθ'の生成方法として，ランダムウォーク法を取り上げる．ここではn回目の候補を

$$\theta' = \theta^{(n)} + \mathcal{N}(0, \boldsymbol{\nu I}) \tag{4.12}$$

として発生させる．$\mathcal{N}(0, \boldsymbol{\nu I})$は0ベクトルを平均，$\boldsymbol{\nu I}$を分散共分散行列とした多次元正規分布であり，$\boldsymbol{I}$は単位行列を表す. $\boldsymbol{\nu} = (\nu_1, \nu_2, \cdots)$はステップ幅を定めるパラメータベクトルである．このとき，提案分布の確率密度$\boldsymbol{q}$は$(\theta', \theta^{(n-1)})$に関して対称となるために，ランダムウォークにより発生させた候補θ'は確率

$$P(\theta'|\theta^{(n)}) = \min\Big[\frac{\boldsymbol{\rho}(\theta')}{\boldsymbol{\rho}(\theta^{(n)})}, 1\Big] \tag{4.13}$$

で受容される．以上のような手順を行うことで，パラメータの条件付き事後確率密度関数$\pi(\beta_{e,m}|\boldsymbol{\beta}^{-(e,m)}, \bar{\boldsymbol{\xi}})$からのサンプリングが可能となる．以降では，以上の推計内容をより詳細に説明する．

ステップ1　初期値設定

事前分布のパラメータベクトル(行列)$\boldsymbol{\mu}_i$, Σ_i $(i = 1, \cdots, J-1)$の値を任意に設定する．また，パラメータ推定量の初期値$\boldsymbol{\beta}(0) = (\beta_{1,1}(0), \cdots, \beta_{J-1,M}(0))$を任意に設定する．初期値の影響は，MCMC法によるシミュレーション回数が蓄積されるにつれ，次第に薄れていく. MCMCのサンプル標本回数nを$n = 1$とし，サンプル数$\overline{n}$を設定する．

ステップ2　パラメータ$\pi(\beta_{e,m}|\boldsymbol{\beta}^{-(e,m)}, \bar{\boldsymbol{\xi}})(v)$の標本抽出

$\boldsymbol{\beta}(n) = (\beta_{1,1}(n), \cdots, \beta_{J-1,M}(n))$を次のように発生する．
$\pi(\beta_{1,1}|\boldsymbol{\beta}^{-(1,1)}(n-1), \bar{\boldsymbol{\xi}})$から$\beta_{1,1}$を乱数発生する．
$\pi(\beta_{1,2}|\boldsymbol{\beta}^{-(1,2)}(n-1), \bar{\boldsymbol{\xi}})$から$\beta_{1,2}$を乱数発生する．
$\cdots$
$\pi(\beta_{e,m}|\boldsymbol{\beta}^{-(e,m)}(n-1), \bar{\boldsymbol{\xi}})$から$\beta_{e,m}$を乱数発生する．

$\cdots$

$\pi(\beta_{J-1,M}|\boldsymbol{\beta}^{-(J-1,M)}(n-1),\bar{\boldsymbol{\xi}})$ から $\beta_{J-1,M}$ を乱数発生する．

なお，本研究では，事後分布のパラメータ$\boldsymbol{\beta}$の標本をサンプリングする手法として，ランダムウォークMH法を用いる．

ステップ3　アルゴリズムの終了判定

十分大きな$\underline{n}$に対して$n > \underline{n}$ならば$\boldsymbol{\beta}(n)$を記録．$n = N$ならばアルゴリズムを終了する．$n < \overline{n}$ならば$n = n+1$としてステップ2に戻る．

以上で求めた$\boldsymbol{\beta}(n)$ $(n = \underline{n}+1, \underline{n}+2, \cdots, \overline{n})$は，事後確率密度関数$\pi(\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}})$からの標本と見なすことができる．したがって，これらの標本を用いて，パラメータベクトル$\boldsymbol{\beta}$の事後分布に関する各種の統計量を計算することも可能となる．なお，サンプリング過程の定常性に関しては，次節で述べるGewekeの検定統計量を用いて判断できる．

4.5　事後分布に関する統計量

MCMC法によって得られた標本に基づいて，パラメータベクトル$\boldsymbol{\beta}$に関する統計的性質を分析することができる．MCMC法を用いた場合，パラメータの事後確率密度関数$\pi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$を解析的な関数として表現することはできない．得られた標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を推定することとなる．いま，MH法から得られた標本を$\boldsymbol{\beta}(n)$ $(n = 1, \cdots, \overline{n})$と表そう．ただし，$\boldsymbol{\beta}(n) = (\boldsymbol{\beta}_1(n), \cdots, \boldsymbol{\beta}_{J-1}(n))$である．この内，最初の$\underline{n}$個の標本は収束過程からの標本と考え，標本集合から除去する．その上で，パラメータの標本添字集合を$\mathcal{M} = \{\underline{n}+1, \cdots, \overline{n})$と定義しよう．このとき，パラメータ$\boldsymbol{\beta}$の同時確率分布関数$G(\boldsymbol{\beta})$は

$$G(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\#(\boldsymbol{\beta}(n) \leq \boldsymbol{\beta}, n \in \mathcal{M})}{\overline{n} - \underline{n}} \tag{4.14}$$

と表すことができる．ただし，$\#(\boldsymbol{\beta}(n) \leq \boldsymbol{\beta}, n \in \mathcal{M})$は論理式$\boldsymbol{\beta}(n) \leq \boldsymbol{\beta}, n \in \mathcal{M}$が成立するサンプルの総数である．また，パラメータ$\boldsymbol{\beta}_i$の事後分布の期待値ベクトル$\tilde{\boldsymbol{\mu}}_i(\boldsymbol{\beta}_i)$, 分散・共分散行列$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i(\boldsymbol{\beta}_i)$は，それぞれ

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{\mu}}_i(\boldsymbol{\beta}_i) &= (\tilde{\mu}(\beta_{i,1}), \cdots, \tilde{\mu}(\beta_{i,M}))' \\ &= \Big(\sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\beta_{i,1}(n)}{\overline{n}-\underline{n}}, \cdots, \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\beta_{i,M}(n)}{\overline{n}-\underline{n}}\Big)' \end{aligned} \tag{4.15-a}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i(\boldsymbol{\beta}_i) = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}^2(\beta_{i,1}) & \cdots & \tilde{\sigma}(\beta_{i,1}\beta_{i,M}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}(\beta_{i,M}\beta_{i,1}) & \cdots & \tilde{\sigma}^2(\beta_{i,M}) \end{pmatrix} \tag{4.15-b}$$

と表される．ただし，

$$\tilde{\sigma}^2(\beta_{i,m}) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\{\beta_{i,m}(n) - \tilde{\mu}(\beta_{i,m})\}^2}{\overline{n} - \underline{n}} \tag{4.16-a}$$

$$\tilde{\sigma}(\beta_{i,m}\beta_{i,l}) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\{\beta_{i,m}(n) - \tilde{\mu}(\beta_{i,m})\}\{\beta_{i,l}(n) - \tilde{\mu}(\beta_{i,l})\}}{\overline{n} - \underline{n}} \tag{4.16-b}$$

である．$100(1-2\alpha)\%$ 信頼区間に関しては，標本順序統計量 $(\underline{\beta}^{\alpha}_{i,m}, \overline{\beta}^{\alpha}_{i,m})$ $(i = 1, \cdots, J-1, \quad m = 1, \cdots, M)$

$$\underline{\beta}^{\alpha}_{i,m} = \arg \max_{\beta_{i,m}(n^*)} \left\{ \frac{\#(\beta_{i,m}(n) \leq \beta_{i,m}(n^*), n \in \mathcal{M})}{\overline{n} - \underline{n}} \leq \alpha \right\} \tag{4.17-a}$$

$$\overline{\beta}^{\alpha}_{i,m} = \arg \min_{\beta_{i,m}(n^{**})} \left\{ \frac{\#(\beta_{i,m}(n) \geq \beta_{i,m}(n^{**}), n \in \mathcal{M})}{\overline{n} - \underline{n}} \leq \alpha \right\} \tag{4.17-b}$$

を用いて $\underline{\beta}^{\alpha}_{i,m} < \beta_{i,m} < \overline{\beta}^{\alpha}_{i,m}$ と定義できる．

MCMC 法では初期値 $\boldsymbol{\beta}(0)$ が不変分布である事後分布からの標本である保証はない．なお，不変分布とはサンプル中の個々の要素が確率変動したとしても，全体としての分布の特性が変化しないような確率分布を指す. サンプリングを合計 $\overline{n}$ 回繰り返し，$\overline{n}$ 個のサンプルの内，最初の $\underline{n}$ 個の標本 $\boldsymbol{\beta}(n)$ $(n = 1, \cdots, \underline{n})$ を事後分布に収束する過程からのサンプリングと考える．そこで，$\underline{n}+1$ 回以降の標本が，不変分布である事後分布からの標本であるかどうか（マルコフ連鎖が定常状態に到達したかどうか）を仮説検定する Geweke の方法[27)]を説明する．パラメータの標本 $\boldsymbol{\beta}(n) = (\boldsymbol{\beta}_1(n), \cdots, \boldsymbol{\beta}_{J-1}(n))$ $(n = \underline{n}+1, \cdots, \overline{n})$ の中から，最初の n_1 個と最後の n_2 個のデータをとりあげよう. このとき，パラメータ $\beta_{i,m}$ $(i = 1, \cdots, J-1, \quad m = 1, \cdots, M)$ の不変分布への収束を判断するための Geweke 検定統計量は，

$$\mathcal{Z}_{\beta_{i,m}} = \frac{\bar{\beta}^1_{i,m} - \bar{\beta}^2_{i,m}}{\sqrt{\nu_1^2(\beta_{i,m}) + \nu_2^2(\beta_{i,m})}} \sim \mathcal{N}(0,1) \tag{4.18}$$

$$\bar{\beta}^1_{i,m} = \frac{\sum_{n=\underline{n}+1}^{\underline{n}+n_1} \beta_{i,m}(n)}{n_1}$$

$$\bar{\beta}^2_{i,m} = \frac{\sum_{n=\overline{n}-n_2+1}^{\overline{n}} \beta_{i,m}(n)}{n_2}$$

$$\nu_1^2(\beta_{i,m}) = \frac{2\pi \hat{f}^1_{\beta_{i,m}}(0)}{n_1} \quad \nu_2^2(\beta_{i,m}) = \frac{2\pi \hat{f}^2_{\beta_{i,m}}(0)}{n_2}$$

と定義できる．ただし，$f^j_{\beta_{i,m}}(x)$ $(j = 1, 2)$ はスペクトル密度関数であり，$2\pi f^j_{\beta_{i,m}}(0)$ の推定値は

$$\begin{aligned}
&2\pi \hat{f}^j_{\beta_{i,m}}(0) = \hat{\omega}^j_0 + 2\sum_{s=1}^{q} w(s,q)\hat{\omega}^j_{i,m} \qquad (4.19)\\
&\hat{\omega}^j_0 = \tilde{\sigma}^2_j(\beta_{i,m})\\
&\hat{\omega}^1_{i,m} = \frac{\sum_{g=\underline{n}^\circ}^{\underline{n}+n_1}(\beta_{i,m}(g) - \bar{\beta}^1_{i,m})(\beta_{i,m}(g-s) - \bar{\beta}^1_{i,m})}{n_1}\\
&\hat{\omega}^2_{i,m} = \frac{\sum_{g=\overline{n}^\circ}^{\overline{n}}(\beta_{i,m}(g) - \bar{\beta}^2_{i,m})(\beta_{i,m}(g-s) - \bar{\beta}^2_{i,m})}{n_2}\\
&w(s,q) = 1 - \frac{s}{q+1}
\end{aligned}$$

として求まる[28), 29)]．ただし，$\underline{n}^\circ = \underline{n} + s + 1, \overline{n}^\circ = \overline{n} - n_2 + s + 1$ である．ここで，$\beta_{i,m}$ $(i = 1, \cdots, J-1, \quad m = 1, \cdots, M)$ の不変分布への収束性に関する帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 を

$$\begin{cases} H_0 : |\mathcal{Z}_{\beta_{i,m}}| \leq z_{\alpha/2} \\ H_1 : |\mathcal{Z}_{\beta_{i,m}}| > z_{\alpha/2} \end{cases} \qquad (4.20)$$

と設定しよう．ただし，$z_{\alpha/2}$ は帰無仮説を棄却するための臨界的な値である．有意水準 $\alpha \cdot 100\%$ で帰無仮説を仮説検定する場合，$z_{\alpha/2}$ は $\alpha/2 = 1 - \Phi(z_{\alpha/2})$ を満足する値として定義できる．ただし，$\Phi(z)$ は標準正規分布の分布関数である．

第5章　適用事例

5.1　適用事例の概要

3章で述べたマルコフ劣化ハザードモデルを，NEXCO各社が管理する高速道路舗装の劣化予測問題に適用する．本研究で用いたデータは，高速道路総合技術研究所が実施した舗装耐荷力調査の結果であり，FWDを用いたたわみ量調査が実施されている．対象区間では複数の時間断面において調査が実施されており，建設時点に関するデータが利用可能であるため，建設時点から最初の調査時点までの期間，調査時点から次の調査時点に至るまでの期間のそれぞれを1単位のサンプルデータと定義した．このような考え方によりデータベースを整備したところ，モデル推定に用いたサンプル数は2,654サンプルとなった．本適用事例では，FWDを用いたたわみ測定により得られる損傷指標D_0に基づいて耐荷力ランクを定義し，高速道路舗装の劣化を評価する．ただし，D_0は，重錘の載荷点直下のたわみ量(mm)を表す．損傷指標D_0を離散化し，耐荷力ランクを定義したものを**表–5.1**に示す．耐荷力ランクは6段階に分けられ，ランク数が大きくなると損傷指標D_0も大きくなり，舗装構造の劣化が進んでいることを表す．また，耐荷力ランク6は使用限界を意味している．

5.2　1次分析

本適用事例で用いるデータベースをマルコフ劣化ハザードモデルに適用する前に，データベースの1次分析を実施する．本データベースが所有している舗装諸元データとして，1)表層種別，2)路盤種別，3)アスファルト層厚(以下As層厚)，4)FWD調査の実施回数，5)道路舗装の供用年月日，などがある．これら舗装諸元データのうち，現在供用している高速道路だけでなく，新たに敷設した高速道路の劣化予測を実施する際にも有用であると考えられる1)〜3)の舗装諸元に関して，サンプルデータを分類した．表層に用いられる表層用混合物は，高機能舗装1型用混合物，高機能舗装2型用混合物，密粒度アスファルト混合物（以下それぞれ，高機能舗装1，高機

能舗装2，密粒）の3つに分類される．路盤の種類としては，粒状路盤とセメント安定処理路盤（以下それぞれ，粒状，セメ安）の2つに分類される．また，As層厚は連続値ではなく，層厚が220mm未満，220mm以上260mm未満，260mm以上と3つの段階に分けられている質的データである．データベースをこれらの組合せ，18通りに分類して整理したものを**表–5.2**に示している．**表–5.2**より，高機能舗装2のサンプル数が全2,654サンプルに対して78サンプル，約3％と非常に少なく，また，密粒のサンプル数も282サンプルであり，約11％と少ない．このため，モデルの推定において高機能舗装2，あるいは密粒を説明変数として含む劣化パフォーマンスカーブは信頼性が低くなることに注意しなければならないことがわかる．

つぎに，舗装諸元データ同士の相関性を分析する．本データベースにおいて相関性を分析する諸元データは，表層種別，路盤種別，As層厚とすべて質的データである．したがって，クラメールの連関係数Vを用いて相関性の分析を試みた．**表–5.3**に示すように，表層種別と路盤種別のVは0.014，表層種別とAs層厚のVは0.017，路盤種別とAs層厚のVは0.089と，いずれの値も小さく相関がないものと考えられる．ただし，クラメールの連関係数Vは，総サンプル数K，χ^2検定統計量，相関性を分析する2つの諸言データの分類数a，bを用いて，

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{K \times (\min(a,b) - 1)}} \tag{5.1}$$

と表される．

5.3 モデルの推定結果

ベイズ推定に用いる指数ハザード関数を

$$\theta_i^k = \exp(\boldsymbol{\beta}_{i,m}\boldsymbol{x}_m^k) \tag{5.2}$$

$$(i = 1, \cdots, 5; k = 1, \cdots, K; m = 1, \cdots, M+1) \tag{5.3}$$

と特定化する．Kは総サンプル数，Mは特性変数の数である．本研究で利用可能な道路舗装特性である表層種別，路盤種別，As層厚の全組み合わせ8通りのモデルを推定し，これらモデル群の中から，各パラメータの推定値が，Geweke検定統計量による収束条件を満たすモデルのAICを計算し，AICの値が最も低くなるモデルを選択した．これにより，表層種別，路盤種別，As層厚の3つすべてが説明変数として採

用された．**表–5.4**には，各未知パラメータに対して標本平均，括弧内にGeweke検定統計量を示している．ただし，特性変数は質的データであるため，ダミー変数，およびダミー変数ベクトル

$$\boldsymbol{x}_2^k = \begin{cases} (1,0) & :\text{高機能舗装1のとき} \\ (0,1) & :\text{高機能舗装2のとき} \\ (0,0) & :\text{密粒のとき} \end{cases} \tag{5.4}$$

$$x_3^k = \begin{cases} 1 & :\text{粒状のとき} \\ 0 & :\text{セメ安のとき} \end{cases} \tag{5.5}$$

$$\boldsymbol{x}_4^k = \begin{cases} (1,0) & :\text{220mm未満のとき} \\ (0,1) & :\text{260mm以上のとき} \\ (0,0) & :\text{220mm以上260mm未満のとき} \end{cases} \tag{5.6}$$

$$(i = 1, \cdots, 5)$$

を用いて特性を分類している．**表–5.4**のパラメータ推定値の標本平均を用いて，高速道路舗装の劣化過程を記述すると，劣化過程のハザード率は

$$\theta_i^k = \exp(\beta_{i,1} + \boldsymbol{\beta}_{i,2}\boldsymbol{x}_2^k + \beta_{i,3}x_3^k + \boldsymbol{\beta}_{i,4}\boldsymbol{x}_4^k) \tag{5.7}$$

と表現することができる．**表–5.4**より，本研究で取り扱った高速道路に関していえば，舗装特性が異なっていても耐荷力ランク4〜5まで劣化が進むと，劣化速度は等しくなることがわかる．また，高機能舗装1の劣化が最も遅く，高機能舗装2の劣化が最も速いこと，セメ安よりも粒状を用いた方が劣化が遅くなることが読み取れる．さらに，層厚が厚くなればなるほど劣化速度が遅くなるといえる．

5.4 舗装劣化パフォーマンスカーブ

ベイズ推定の1つの特徴は，モデルのパラメータ値の確率分布が求まる点にある．モデルのパラメータ値の信頼域は標本順序統計量$(\underline{\beta}_{i,m}^{\alpha}, \overline{\beta}_{i,m}^{\alpha})$を用いて分析することができる．**図–5.1**に，MCMC法により求めた耐荷力ランク1における定数項，および路盤種別に関するパラメータ標本を示している．青実線はパラメータの標本平均，赤点線はパラメータの下限5%，赤点線は上限5%である．指数ハザード関数のパラメータ値が異なれば，そこから導出される舗装劣化パフォーマンスカーブも変化す

る．サンプリングにより求めたパラメータ標本$\boldsymbol{\beta}(n)$を用いれば，標本サンプルnのハザード率は

$$\theta_i^k(n) = \exp(\beta_{i,1}(n) + \boldsymbol{\beta}_{i,2}(n)\boldsymbol{x}_2^k + \beta_{i,3}(n)x_3^k + \boldsymbol{\beta}_{i,4}(n)\boldsymbol{x}_4^k) \tag{5.8}$$

と定義される．このとき，標本サンプルnのレーティング期待寿命$R_i^k(n)$は，式(3.17)と同じように，

$$R_i^k(n) = \frac{1}{\theta_i^k(n)} \tag{5.9}$$

と表現できる．また，レーティング期待寿命の標本平均値を次式で得ることができる．

$$E[R_i(n:\bar{\boldsymbol{x}}^k)] = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{R_i(n:\bar{\boldsymbol{x}^k})}{\overline{n}-\underline{n}} \tag{5.10}$$

さらに，レーティング期待寿命の$100(1-2\alpha)\%$信頼区間を定義するために標本順序統計量$\underline{H}^{\alpha}(\bar{\boldsymbol{x}}^k), \overline{H}^{\alpha}(\bar{\boldsymbol{x}}^k)$を

$$\underline{H}^{\alpha}(\bar{\boldsymbol{x}}^k) = \arg\max_{R_i^*(\bar{\boldsymbol{x}}^k)} \left\{ \frac{\#(R_i(n:\bar{\boldsymbol{x}}^k) \leq R_i^*(\bar{\boldsymbol{x}}^k), n \in \mathcal{M})}{\overline{n}-\underline{n}} \leq \alpha \right\} \tag{5.11-a}$$

$$\overline{H}^{\alpha}(\bar{\boldsymbol{x}}^k) = \arg\min_{R_i^{**}(\bar{\boldsymbol{x}}^k)} \left\{ \frac{\#(R_i(n:\bar{\boldsymbol{x}}^k) \geq R_i^{**}(\bar{\boldsymbol{x}}^k), n \in \mathcal{M})}{\overline{n}-\underline{n}} \leq \alpha \right\} \tag{5.11-b}$$

と表す. その上で，$100(1-2\alpha)\%$信頼区間の下限値$\underline{H}^{\alpha}(\bar{\boldsymbol{x}}^k)$をもとに作成した舗装劣化パフォーマンスカーブ（以下，$100(1-2\alpha)\%$信頼下限曲線と呼ぶ）と上限値$\underline{H}^{\alpha}(\bar{\boldsymbol{x}}^k)$をもとに作成した舗装劣化パフォーマンスカーブ（以下，$100(1-2\alpha)\%$信頼上限曲線と呼ぶ）を求めた．**図–5.2**には，標本平均値を用いた舗装劣化パフォーマンスカーブ, $100(1-2\alpha)\%$信頼下限曲線，$100(1-2\alpha)\%$信頼上限曲線を示している．ただし，対象とする舗装特性を高機能舗装1, 粒状，As層厚220mm未満としている．また，$\alpha = 0.05$に設定しており, $100(1-2\alpha)\%$信頼下限曲線と$100(1-2\alpha)\%$信頼上限曲線はそれぞれ，90%信頼下限曲線と90%信頼上限曲線を表している．**図–5.2**に示すように，標本平均値を用いた舗装劣化パフォーマンスカーブにおいてはおよそ53年で耐荷力ランクが6に到達するが，90%信頼下限曲線ではおよそ104年，90%信頼上限曲線ではおよそ32年となっており, 耐荷力ランク6に到達するまでの年数の幅がおよそ72年と非常に大きくなっている．これは本研究で用いた総サンプル数が$2,654$と少ないためであるが，今後データが蓄積されるにつれてこの幅は狭くなり, 90%信頼下限曲線，90%信頼上限曲線が標本平均値を用いた舗装劣化パフォーマンスカーブに近づいていくと考えられる．

5.5 耐荷力ランク分布

道路管理者が管理する道路網において，特定区間の劣化傾向を捉えるためには，舗装劣化パフォーマンスカーブを算出することが有効である．一方で，道路網全体のレーティング分布の経年推移を把握することもアセットマネジメントを実践していく上では重要である．そこで，マルコフ推移確率を用いて，レーティング分布の経年推移を分析する．ベイズ推定によって式(5.7)で定義した標本サンプルnのハザード率が得られれば，マルコフ推移確率は式(3.12)と式(3.13)から推定することができる．さらに，レーティング期待寿命の場合と同様に，検査サンプルkのマルコフ推移確率の標本平均値$E[p_{ij}(n:\bar{\boldsymbol{x}}^k)]$と標本順序統計量$(\underline{p}_{ij}^{\alpha}(\bar{\boldsymbol{x}}^k),\overline{p}_{ij}^{\alpha}(\bar{\boldsymbol{x}}^k))$を定義する．具体的な式は

$$E[p_{ij}(n:\bar{\boldsymbol{x}}^k)] = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{p_{ij}(n:\bar{\boldsymbol{x}^k})}{\overline{n}-\underline{n}} \tag{5.12-a}$$

$$\underline{p}_{ij}^{\alpha}(\bar{\boldsymbol{x}}^k) = \arg \max_{p_{ij}^{*}(\bar{\boldsymbol{x}}^k)} \left\{ \frac{\#(p_{ii}(n:\bar{\boldsymbol{x}}^k) \leq p_{ij}^{*}(\bar{\boldsymbol{x}}^k), n \in \mathcal{M})}{\overline{n}-\underline{n}} \leq \alpha \right\} \tag{5.12-b}$$

$$\overline{p}_{ij}^{\alpha}(\bar{\boldsymbol{x}}^k) = \arg \min_{p_{ij}^{**}(\bar{\boldsymbol{x}}^k)} \left\{ \frac{\#(p_{ij}(n:\bar{\boldsymbol{x}}^k) \geq p_{ij}^{**}(\bar{\boldsymbol{x}}^k), n \in \mathcal{M})}{\overline{n}-\underline{n}} \leq \alpha \right\} \tag{5.12-c}$$

である．**表–5.5**はベイズ推定結果から算出したマルコフ推移確率の標本平均値$E[p_{ij}(n:\bar{\boldsymbol{x}}^k)]$である．ただし，舗装劣化パフォーマンスカーブを算出したときと同様に，対象とする舗装特性を高機能舗装1，粒状，As層厚220mm未満としている．なお，マルコフ推移確率についても標本順序統計量を算出することで信頼域を評価することができる．

次にレーティング分布を算出する．ある任意の時点tにおける，レーティングiのサンプル数を$n_i(t)$と表す．サンプル総数に対して，レーティングiが占める割合をレーティングiの占有率と呼び，次式で表す．

$$X_i(t) = \frac{n_i(t)}{\sum_{i=1}^{J} n_i(t)} \tag{5.13}$$

さらに，各レーティングの占有率を要素とする状態ベクトルを次のように定義する．この状態ベクトルが当該時点tでのレーティング分布に他ならない．

$$\boldsymbol{X}_t = (X_1(t), X_2(t), \cdots, X_J(t)) \tag{5.14}$$

ただし，上式は，$\sum_{i=1}^{J} X_i(t) = 1$が成立する．このとき時点$t+1$における状態ベクト

ル$\boldsymbol{X}_{t+1}$は，時点tの状態ベクトル$\boldsymbol{X}_t$とマルコフ推移確率行列$\boldsymbol{\Pi}$を用いて

$$\boldsymbol{X}_{t+1} = \boldsymbol{X}_t \boldsymbol{\Pi} \tag{5.15}$$

と示すことができる．さらに，時点$t+2$の状態ベクトルは，上式の$\boldsymbol{X}_{t+1}$を$\boldsymbol{X}_t$と置き，同様の行列計算を行って求める．最終的に，アセットマネジメントの対象期間内におけるレーティング分布の推移は，この繰り返し計算を必要な回数だけ実施することで得られる．

時点tにおいて，すべての道路舗装が新設状態である場合を考える．耐荷力ランクはすべて1であるので，状態ベクトルの初期値は

$$\boldsymbol{X}_t = (1, 0, 0, 0, 0, 0) \tag{5.16}$$

となる．任意時点tを$t=0$として，式(5.16)を式(5.15)に代入し，繰り返し計算を100回行った．推定したマルコフ推移確率は，調査間隔が1年であるので，100回繰り返し計算を行えば，100年間の耐荷力ランク分布の推移を把握することができる．**図–5.3**は，**表–5.5**のマルコフ推移確率を用いた場合の耐荷力ランク分布の推移である．ランク1を保ち続ける道路区間は30年後にはほとんど存在しない．その後は劣化の進行が進み，より高いランク（劣化が進行した状態を表すランク）の占有率が増加してくる．また，前節の舗装劣化パフォーマンスカーブで耐荷力ランク期待寿命の標本平均値を与えた53年付近では，道路区間の約50%が使用限界である耐荷力ランク6に達していることがわかる．さらに，**図–5.4**は，マルコフ推移確率の90%信頼上下限値$(\underline{p}_{ij}^{\alpha}(\bar{\boldsymbol{x}}^k), \overline{p}_{ij}^{\alpha}(\bar{\boldsymbol{x}}^k))$を用いて，耐荷力ランク分布を算出した結果であり，それぞれ悲観的シナリオ，楽観的シナリオとみなすことができる．実際に，**図–5.4**(a)では90年後にはほとんどの道路区間で使用限界な状態に達するのに対して，**図–5.4**(b)では，100年経過後であっても使用可能限界に達する道路区間は50%ほどである．アセットマネジメントにおいて戦略レベルの意思決定を行う際には，平均的な劣化の予測のみならず，このような両極端のシナリオを想定しておくことも重要である．

第6章　おわりに

土木施設の劣化状態に関する検査データが十分に蓄積されていない場合，専門技術者の経験情報や同類施設における推定結果を活用し，劣化予測を行わざるを得ない．ベイズ推定には，専門技術者の経験情報を事前情報として活用し，実測データを組み合わせて劣化予測を行うことができるという望ましい性質がある．

本研究では，FWD調査結果による多段階のレーティングで耐荷力ランクが評価されるケースを取り上げ，マルコフ劣化ハザードモデルを用いてマルコフ推移確率をベイズ推定する方法論を紹介し，これを取り上げた．さらに，具体的に舗装劣化パフォーマンスカーブを推定したところ，表層に高機能舗装1型用混合物，路盤に粒状路盤を用い，As層厚が220mm未満の道路区間では，使用限界に達するまでの平均的な年数はおよそ53年となった．同時に，舗装劣化パフォーマンスカーブの信頼域を推定すると，90％信頼下限曲線においては使用限界に達するまでの年数はおよそ104年，90％信頼上限曲線においてはおよそ32年と，信頼域の上下限値に開きがあり，精度に課題が残る結果となった．現時点においては，先に示した結果を用いてFWD調査間隔を設定し，道路舗装の維持管理を実施していかなければならない．しかし，マルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推定する方法論はモデルの柔軟性と拡張性に優れ，かつ実用性の高い手法であるため，今後，さらなるデータの蓄積によって舗装劣化パフォーマンスカーブを逐次修正していくことが可能である．すでに貝戸[30)]らの研究にてベイズ推定を更新するベイズ更新ルールが提案されており，これを援用し，ベイズ更新を実施することで，先に示した舗装劣化パフォーマンスカーブの90％信頼上下限値の差異を小さくすることが可能となり，より精度の高い劣化予測を行うことができる．

本研究で実践した舗装劣化パフォーマンスカーブの推定に関しての留意点として，次の項目を挙げることができる．

第1にサンプリングデータの偏りである．劣化が進行すると何らかの対策が施されるために，劣化が進行したレーティングに関するサンプル数が減少するというサンプル欠損の問題が発生する．一方で，健全性の高いレーティングにおいてもサンプル欠損の問題が生じることがある．これは，道路管理者にとって，限られた予算

内で道路を効率的に維持管理するために，調査箇所の選択を経験的に行わなければならないことが少なくないためである．例えば，前回の路面性状調査時点から路面の健全度が劣化していない場合には，舗装構造全体の状態が非常に良いと判断され，FWD調査が行われない．したがって，これらのサンプル欠損（情報に偏り）の問題を考慮した方法論が必要となる．

第2に，個別の劣化予測である．個々の道路舗装には無視できない異質性が含まれる場合がある．特に，初期時点での工事不良等が存在する場合，このような異質性が問題になる．異質性については十分なサンプルを揃えることは事実上不可能であるので，現場にて有用な代物とするためには，技術者の先験的な経験情報による個々の有する異質性のパラメータ予測をベイズ推定法に組み込むモデルの構築が必要となる．

第3に本研究はマルコフ性を満たす仮定に基づいて行われていることである．つまり，将来の確率法則が現在状態にのみ依存し，過去のいかなる状態にも依存しないという仮定をおいて話を進めている．本研究はFWD調査結果のみに基づいて行われており，FWD調査結果には表れない他の要素が劣化過程と相関関係にある場合，FWD調査結果が同じでも他の要素の値が異なる場合が存在し，マルコフ性を満たさない可能性がある．他の要素が無視できる要素であるかを確かめ，必要ならばモデルに組み込む必要がある．

参考文献

1) 小林潔司：分権的ライフサイクル費用評価と集計的効率性，土木学会論文集，No.793/IV-68，pp.59-71，2005.

2) 小林潔司，上田孝行：インフラストラクチャ・マネジメント研究の課題と展望，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.15-27，2003.

3) 織田澤利守，石原克治，小林潔司，近藤佳史：経済的寿命を考慮した最適修繕政策，土木学会論文集，No.772/IV-65，pp.169-184，2004.

4) 貝戸清之，保田敬一，小林潔司，大和田慶：平均費用法に基づいた橋梁部材の最適補修戦略，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.83-96，2005.

5) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.69-82，2005.

6) 和合肇：ベイズ計量経済分析，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用，東洋経済新報社，2005.

7) 伊庭幸人：計算統計学のフロンティアー計算統計II，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺，岩波書店，2005.

8) Yanev, B.: Life-Cycle Performance of Bridge Components in New York City, *Proceedings of Recent Advances in Bridge Engineering*, pp.385-392, 1997.

9) 貝戸清之，阿部允，藤野陽三：実測データに基づく構造物の劣化予測，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.29-38，2003.

10) 例えば，Abed-Al-Rahim, I.J. and Johnston, D.W.: Bridge Element Deterioration Rates, *Transportation Research Record*, Vol.1490, pp.9-18, 1995.

11) 武山泰，嶋田洋一，福田正：マルコフ連鎖モデルによるアスファルト舗装の破壊損傷評価システム，土木学会論文集，No.420/V-13，pp.135-141，1990.

12) 小牟禮建一，濱田秀則，横田弘，山路徹：RC桟橋上部工の塩害による劣化進行モデルの開発，港湾空港技術研究所報告，Vol.41，No.4，pp.3-37，2002.

13) 内山典之，平野廣和，佐藤尚次：床版の劣化予測を考慮した橋梁維持管理システムの構築，土木学会第59回年次学術講演会，I-137, 2004.

14) 杉崎光一，貝戸清之，小林潔司：目視検査周期の不均一性を考慮した統計的劣化予測手法の構築，構造工学論文集，土木学会，Vol.52A，pp.781-790，2006.

15) 青木一也，山本浩司，小林潔司：劣化予測のためのハザードモデルの推計，土木学会論文集，No.791/VI-67，pp.111-124，2005.

16) Mishalani, R. and Madanat S.：Computation of infrastructuretransition probabilities using stochastic duration models，ASCE Journal of Infrastructure Systems，Vol.8, No.4, 2002.

17) 青木一也，山本浩司，津田尚胤，小林潔司：多段階ワイブル劣化ハザードモデル，土木学会論文集，No.798/VI-68，pp.125-136，2005.

18) 津田尚胤，貝戸清之，山本浩司，小林潔司：ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法，土木学会論文集F，Vol.62，No.3，pp.473-491，2006.

19) 小林潔司，熊田一彦，佐藤正和，岩崎洋一郎，青木一也：サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル，土木学会論文集F，Vol.63，No.1，pp.1-15，2007.

20) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.

21) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.

22) Tobin, J.: Estimation of relationships for limited dependent variables, *Econometrica*, Vol.26, pp.24-36,1958.

23) Amemiya, T. and Boskin, M.: Regression analysis when the dependent variables is truncated lognormal, with an application to the determination of the duration of welfare dependency, *International Economic Review*, Vol.15, p.485,1974.

24) Ibrahim, J.G., Ming-Hui, C. and Sinha, D.: *Bayesian Survival Analysis*, Springer Series in Statics, 2001.

25) 東京大学教養学部統計学教室編：自然科学の統計学，東京大学出版会，1992.

26) 繁枡算男：ベイズ統計入門，東京大学出版会，1985.

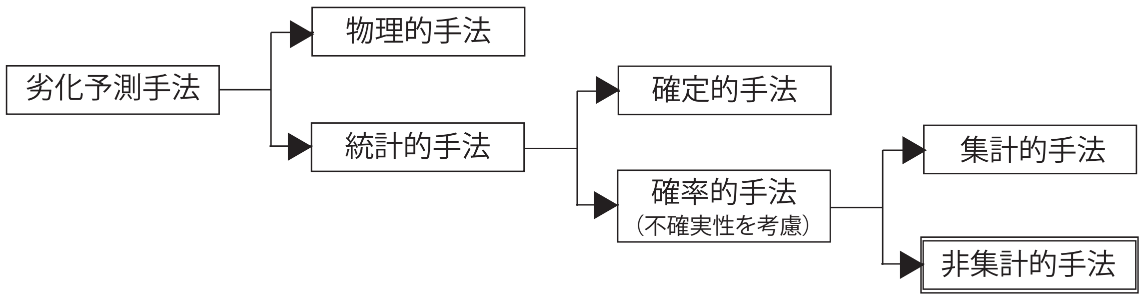
27) Geweke, J.: Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments, *Bayesian Statistics*, Vol.4, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.

28) Chib, S.: Marginal likelihood from Gibbs output, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.90, pp.1313-1321,1995.

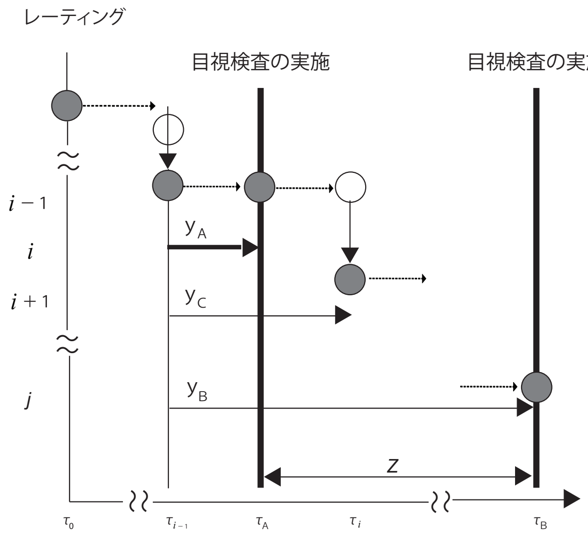
29) Newey, W. K. and West, K. D.: A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation coisistent covariance matrix, *Econometrica*, Vol.55, pp.703-708,1987.

30) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集A，Vol.63，No.2，336-355，2007.

付 録 A　付 図 表



図–2.1　統 計 的 劣 化 予 測 手 法 の 体 系

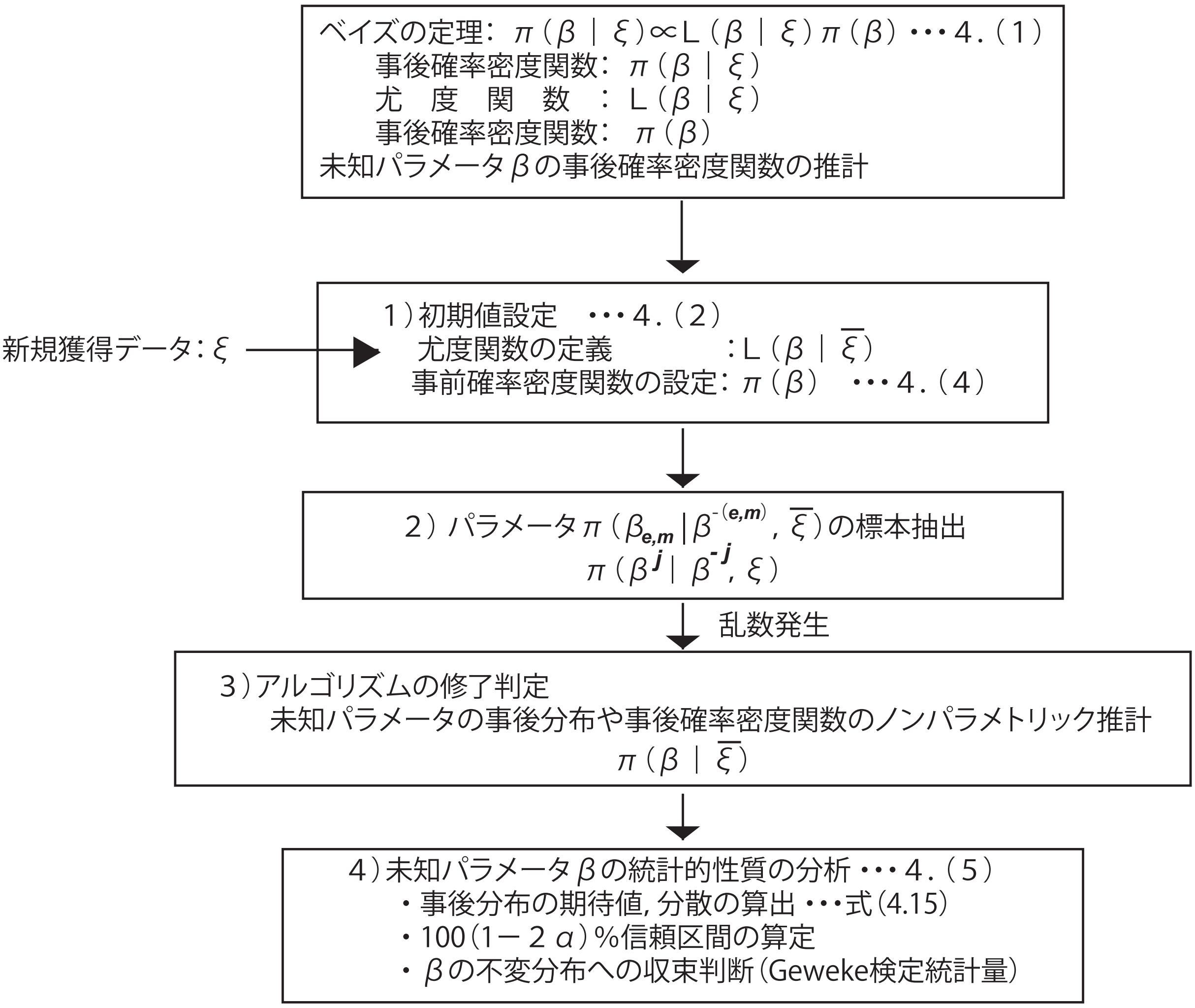


図–3.1 劣化過程のモデル化

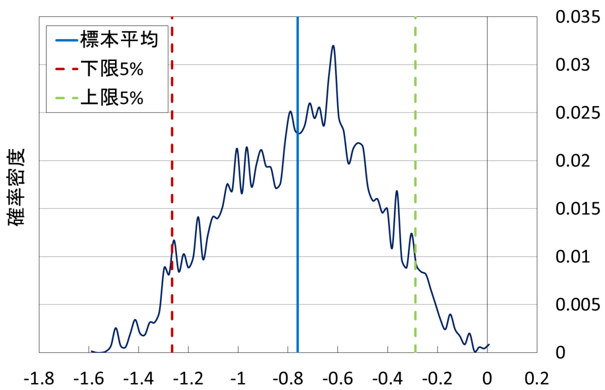
注) ある土木施設の劣化過程を示している．カレンダー時刻τ_{i-1}にレーティングが$i-1$からiに変化した場合，検査が行われる時刻τ_A，τ_Bは時刻τ_{i-1}を起点とするサンプル時点y_A，y_Bと対応する．図中の劣化サンプルパスの場合，時点y_Cにレーティングが1つ進行する．定期検査サンプリングの場合，時刻τ_{i-1}を観測できないため，サンプル時間軸上の時点y_A，y_B，y_Cも観測できない．しかし，検査間隔$z = y_B - y_A$であるという情報を用いることができる．

表–5.1 舗装耐荷力ランク

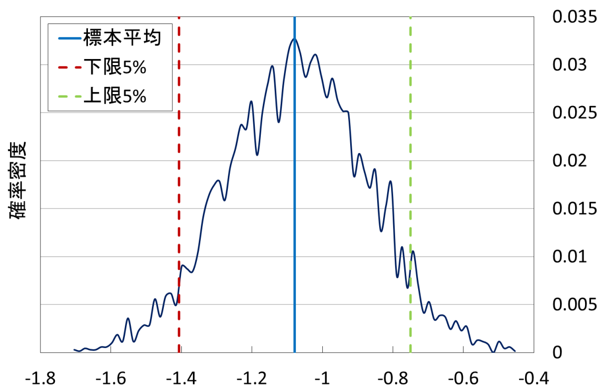
耐荷力ランク	損傷指標 D_0
1	$0 \leq D_0 \leq 0.1$
2	$0.1 < D_0 \leq 0.2$
3	$0.2 < D_0 \leq 0.3$
4	$0.3 < D_0 \leq 0.4$
5	$0.4 < D_0 \leq 0.5$
6	$0.5 < D_0 \leq 0.6$



図–3.2　マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定法

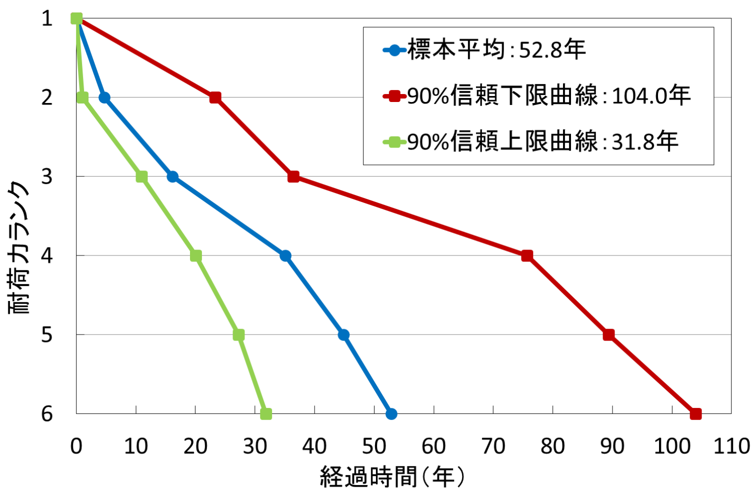


(a) 定数項 $(\beta_{1,1})$ の標本サンプル

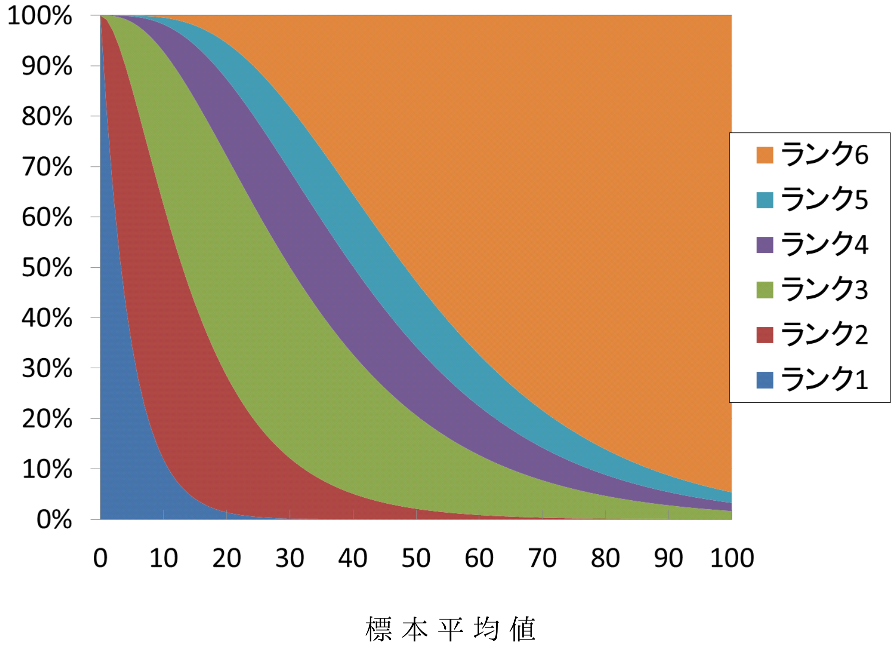


(b) 路盤種別 $(\beta_{1,3})$ の標本サンプル

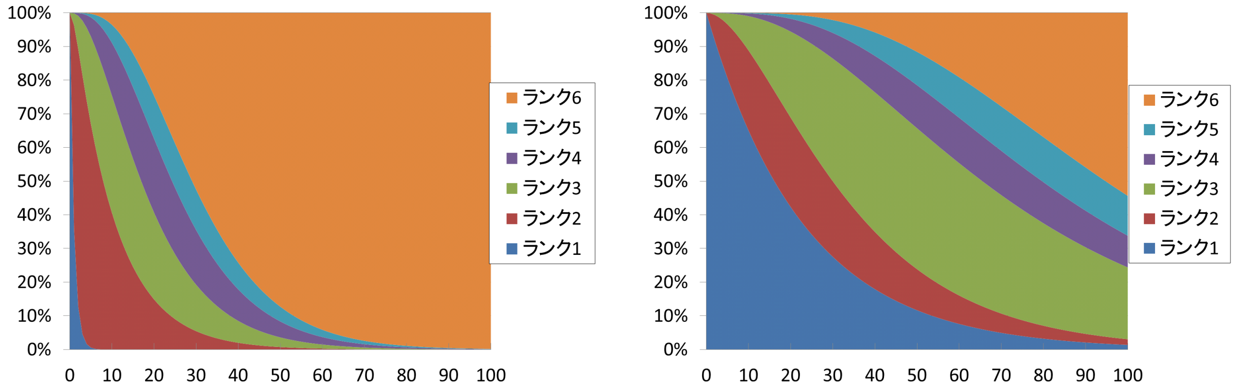
図–5.1 パラメータの事後分布(標本サンプル数7,000)



図–5.2 舗装劣化パフォーマンスカーブ



図–5.3 耐荷力ランク分布の推移



(a)90% 信頼上限値　　(b)90% 信頼下限値

図–5.4 耐荷力ランク分布の推移

表–5.2 データベース詳細

路盤種別	表層種別	As層厚 220mm未満	As層厚 220mm以上 260mm未満	As層厚 260mm以上	合計 表層種別	合計 路盤種別
粒状	高機能舗装1	791	157	619	1,567	1,890
	高機能舗装2	78	0	0	78	
	密粒	221	17	7	245	
セメ安	高機能舗装1	282	353	92	727	764
	高機能舗装2	0	0	0	0	
	密粒	0	0	37	37	
合計(As層厚別)		1,372	527	755	2,654	

表–5.3 クラメールの連関係数V

	表層種別	路盤種別	As層厚
表層種別	-	0.014	0.017
路盤種別	0.014	-	0.089
As層厚	0.017	0.089	-

表–5.4 推定結果

耐荷力ランク	定数項	表層種別		路盤種別	As層厚	
	$\beta_{i,1}$	$\beta^1_{i,2}$	$\beta^2_{i,2}$	$\beta_{i,3}$	$\beta^1_{i,4}$	$\beta^2_{i,4}$
1	-0.761	-0.803	0	-1.079	1.098	-2.282
	(0.052)	(0.008)	-	(0.092)	(-0.132)	(-0.121)
2	-2.430	0	2.481	0	0	-1.499
	(0.003)	-	(-0.047)	-	-	(0.011)
3	-2.160	0	1.967	-0.781	0	0
	(0.052)	-	(0.072)	(-0.069)	-	-
4	-2.282	0	0	0	0	0
	(-0.012)	-	-	-	-	-
5	-2.078	0	0	0	0	0
	(-0.046)	-	-	-	-	-
対数尤度	-1419.8					
AIC	2865.7					

表–5.5 マルコフ推移確率の標本平均値

耐荷力ランク	1	2	3	4	5	6	ハザード率
1	0.808	0.184	0.008	0.000	0.000	0.000	0.213
2	0	0.916	0.082	0.002	0.000	0.000	0.087
3	0	0	0.949	0.049	0.002	0.000	0.053
4	0	0	0	0.903	0.091	0.006	0.102
5	0	0	0	0	0.882	0.118	0.125
6	0	0	0	0	0	1	-

謝辞

本研究の遂行にあたり，多くの方々にご指導･ご協力をいただきました．ここに心より感謝の意を表します．京都大学大学院工学研究科小林潔司教授には研究室に配属されて以来，常に辛抱強くご指導頂きました．小林教授の公私に関わらず御指導頂きましたこの1年間は，研究だけに留まらず，プロとしての姿勢，生きかた，教養など，自分の至らない点全てを吸収するうえで何事にも代え難い貴重な経験となりました．ここに，心より深く感謝申し上げます．京都大学大学院工学研究科松島格也准教授には，日頃から公私に関わらず気に留めて頂き，常に適切な助言を頂き，また色々とご迷惑をお掛けしました．本稿を取りまとめるにあたっても松島准教授が定期的にお声がけ下さっていたことにより常に励まされておりました．心より御礼申し上げます．京都大学大学院工学研究科大西正光助教には，日々のささいなことから研究室生活を送るうえで多大なサポートを受けました．大西助教のご指導により励まされたことは数え切れません．心より御礼申し上げます．京都大学大学院工学研究科鄭蝦榮研究員には，つらいときにも励ましの言葉を頂き，勇気をもらうことができました．心より御礼申し上げます．大阪大学大学院工学研究科小濱健吾特任研究員には，未熟な私の疑問に対して丁寧に御指導頂きました．本研究遂行にあたり，小濱特任研究員抜きには遂行に至らないと言っていい程の御指導を頂きました．ここに心より深く感謝申し上げます．秘書の藤本彩氏には，日頃から多くの事務上のお手伝いの他，様々な場面でご支援を受けました．ここに，心より感謝いたします．同学年の仲間である宇波謙介氏，宇野哲生氏，西本恒氏，宮崎謙氏には大学卒業のために色々とご助力頂きました．特に西本氏には多大なるご助力を頂きました．ここに心より深く感謝申し上げます．