

複数リスクを考慮した最適水力発電契約
に関する研究

平成20年3月3日

京都大学大学院工学研究科

都市社会工学専攻

徐 飛

要 旨

本研究では、貯水池の所有と運営に関する上下分離型水力発電プロジェクト契約におけるリスク分担構造について考察する。運営者は完全競争的な電力市場において、河川流量リスク、電力価格リスクという2種類のリスクを考慮しながら期待収益を最大にするように電力を生産する。所有者は、契約期間内のリース料金収益の最大化を図る。具体的には、運営者の行動を確率的動的計画法を用いて、期待収益最大化モデルとして定式化し、プロジェクト価値とリスクを計測する方法を提案する。さらに、所有者と運営者の関係を最適水力発電契約モデルとして定式化し、所有者と運営者の間のリスク分担構造について分析する。最後に、アメリカ合衆国における Oroville Dam を対象として、本研究で提案した方法論の有効性について実証的に検証する。

目 次

1	序論	1
2	本研究の基本的考え方	3
2.1	電力市場の自由化	3
2.2	既存の研究概要	4
2.3	電力価格リスクと河川流量リスク	5
2.4	モデルの基本構成	6
3	最適水力発電契約モデル	7
3.1	モデル化の前提条件	7
3.2	期待収益最大化モデル	8
3.3	最適リース契約モデル	11
4	モデルの解法	13
4.1	最適値関数の導出	13
4.2	最適値関数に関する期待値操作	13
4.3	最適値関数の線形近似	15
4.4	プロジェクトリスクの評価	20
4.5	最適リース契約モデルの特定化	21
5	適用事例	22
5.1	適用事例の概要	22
5.2	入力情報の作成	22
5.3	最適契約貯水量	24
5.4	最適発電戦略の導出	25
5.5	直接取引契約	28
5.5.1	固定売電契約	29
5.5.2	オプション契約	32
6	結論	37

1 序論

伝統的な産業組織論において、電力事業は「自然独占産業」と位置づけられ、政府による価格規制の下で、独占事業者による電力供給が実施されてきた。しかし、近年では、電力規制による非効率性が指摘され、アメリカ合衆国やEU諸国では、電力市場の自由化が実現した。電力自由化により、電力価格の設定及び資本の参入が自由になり、マーケットに競争が導入される。それにより、発電企業に新技術導入やコストダウンのインセンティブが与えられ、マーケット全体の効率化及び消費者便益の増進が期待されている。

電力という財は、1) 貯蔵ができない、2) 生産と消費の同時同量性（生産量と消費量が常に一致する）、3) 需要の価格非弾力性という特殊な性質を有している。さらに、ピーク時における供給量の増加が容易ではない。このような理由により、欧米の電力市場における電力価格のボラティリティは極めて大きく、大規模事業者による市場支配力の行使が容易であることが指摘されている¹⁾。電力価格のボラティリティに対処し、電力取引の効率化を達成するため、電力供給者と需要者の間における多様な電力取引契約スキームの導入や、電力の市場取引メカニズムが開設されてきた。また、原子力発電、火力発電は、短期的に供給量を変動させることが困難であり、電力のピーク需要に対応するために水力発電の重要性が指摘されている。

本研究では、貯水池、および水力発電施設の所有と、施設を利用した電力生産・販売という施設の運営を分離するような上下分離型水力発電プロジェクトに着目する。上下分離型発電事業では、貯水池、発電施設を所有する主体（以下、所有者と呼ぶ）と、電力を生産・販売する主体（以下、運営者と呼ぶ）の間で、施設のリース契約が締結される。運営者は、河川流量の変動リスクと、電力価格の変動リスクを同時に考慮しながら、リース契約期間中の期待収益を最大にするように水力発電施設を運用する。所有者はリース料金収益を最大にするように、リース料金や発電可能水量を決定する。本研究では、運営者の期待収益最大化モデル、所有者の最適水力発電契約モデルを定式化し、所有者と運営者の2者間契約において実現する発電戦略やプロジェクト収益・リスク分担構造について分析する。

本研究で対象とするリース契約は、水力発電施設の保有と運営を分離する契約であり、運営者がプロジェクトリスクを負担する構造を有している。本研究で提案する契約スキームは、現在のところ、日本国内でただちに適用できる状況ではない。また、このような契約スキームの導入の是非に関しても議論の分かれるところである。しかし、欧米諸国をはじめ、諸外国では数多く見られる基本的な契約スキームである。ODA事業において、水力発電事業が占める割合は大きく、今後上下分離型契約が採用される可能性も増加しよう。このため、土木工学の分野において、水力発電事業におけるプロジェクトリスクの計測方法や、上下分離契約スキームに関する知見を蓄積する意義は大きい。以下、**2.** で、本研究の基本的な考え方を整理する。**3.** で、最適水力発電契約モデルを定式化し、**4.** で、モ

デルの解法について述べる。5. では、適用事例について考察する。

2 本研究の基本的考え方

2.1 電力市場の自由化

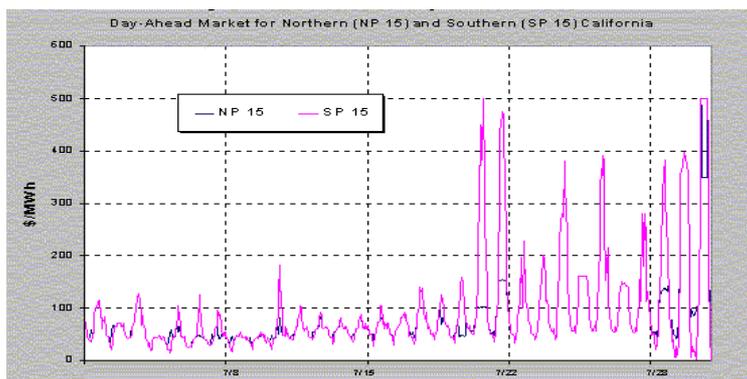
社会基盤資産の公的保有がもたらす非効率性が指摘され、社会基盤施設の運営・管理においても民営化・自由化の流れが加速している。中でも、世界的に電力市場の自由化が著しく進展している¹⁾。電力事業を構成する発電、送電、配電部門が保有する物的資産は関係特殊的であり、市場で転売することは容易ではない。このため、電力事業は自然独占産業と考えられ、政府の規制の下で価格、サービス水準、アクセス、参入行動が決定されてきた。近年の電力自由化は、発電部門の競争を促進し、送電、配電部門の規制を改革するために実施されている。このような電力自由化の流れの中で、複数の発電、配電企業が電力卸売り市場において競争的に電力を取引するようになってきた。電力取引は集積されたプール（卸電力取引所）、または二者間契約を通して行われる。卸電力取引所では、発電、配電、及び小売り企業は自分が望んだ取引量と取引価格で入札し、マーケットオペレーターは供給と需要を見合わせて、決められたアルゴリズムに従い電力価格を決定し、電力を生産者と需要者の間で配分する。一方で、二者間契約は生産者と需要者の直接交渉で結ばれ、個々のケースに合った多様なサービスを提供できる³⁾。

現在、世界各国で電力市場の自由化が進められている。特に、欧米では1990年頃から、電力市場の自由化が相次いで進められた。EUでは、2003年6月に「改正EU電力指令」が設定され、EU各国で小売部門の自由化が進められている。さらに、2005年11月時点で、12ヶ所に及び電力取引所が設けられ、EU各国が加盟する組織としてEuroPEX（European Power EXchanges）が設立された。英国では、2001年にプール制が廃止され、NETA（New Electricity Trading Arrangement）が導入され、さらに2005年にBETTA（British Electricity Trading and Transmission Arrangements）に移行した。ドイツでは1998年に電力小売の全面自由化が実施された。その後、国内の電力会社間の競争が激化して一時的に電気料金は下がったが、電力会社のM&Aの結果、寡占化が進んだ。一方、アメリカ合衆国では州ごとに電力自由化に対する実施状況は異なるが、2003年3月時点で17州とワシントンDCにおいて電力小売の自由化が実施されている。合衆国全体としては、2005年8月に「2005年エネルギー政策法」が法制化され、系統信頼度基準の設定、送電施設に関するFERC（Federal Energy Regulatory Commission）への許認可権限、送電インフラ投資促進制度、PUHCA（Public Utility Holding Company Act）の廃止及びPURPA（Public Utility Regulatory Policies Act）の改正が実施された。日本では2005年4月に電力小売部門の自由化範囲拡大、日本卸電力取引所（JEPX）及び電力系統利用協議会（ESCJ）の本格運用が開始され、電力自由化、すなわち電気事業の市場化の流れは着実に進展している¹⁾。

2.2 既存の研究概要

電力市場の自由化が進展しつつあるが、現実の電力市場は不完全競争市場^{4),5)}であり、必ずしも完全競争市場が実現しているわけではない。しかし、個々の水力発電施設の発電行動が電力市場に及ぼす影響は、それほど大きくない。したがって、水力発電施設の最適発電戦略に関する既往研究では、完全競争市場を仮定している。本研究においても、既往研究の仮定を踏襲し、電力の発電市場が完全競争的であると考え、いま、発電市場が完全競争的であり、多くの競争的な事業者が電力を生産・販売すると考える。本研究で対象とする水力発電施設も、発電施設単体として電力の生産・販売を行う事業者として、発電市場に参加する。個別水力発電施設は、電力価格の支配力を有さずプライステーカーとして行動する。固定価格で電力取引が実施される規制市場と異なり、完全競争市場において発電施設は電力価格の変動リスクに直面する。完全競争市場では電力がスポットマーケットで売買され、水力発電施設の限界生産物はマーケット価格で売却できる。

このような完全競争的な発電市場を対象として、期待収益を最大にするような水力発電施設のオペレーションモデルに関する研究が蓄積している⁶⁾⁻¹⁴⁾。中でも、河川流量リスクを考慮した水力発電施設の最適オペレーションモデルに関してはMasseが先鞭をつけた⁶⁾。Littleが、マルコフ決定過程を用いて、水力発電施設の最適オペレーションモデルを提案し⁷⁾、その後数多くの研究が蓄積している⁸⁾⁻¹¹⁾。中でも、Pereira and Pinto⁸⁾⁻⁹⁾が規制された電力市場を対象として、水力発電施設の最適オペレーションモデルをSDP (Stochastic Dynamic Programming) 法を用いて定式化している。水力発電施設を含めた貯水池管理に関しては、膨大な研究が蓄積されており、それらの研究成果に関しては参考文献の中で詳細にレビューされている¹²⁾⁻¹⁴⁾。また、土木工学の分野においても、貯水池操作に関する研究が蓄積されている¹⁵⁾⁻¹⁷⁾。しかし、これらの既往研究は、すべて河川流量リスクのみを考慮したものであり、電力価格リスクは考慮されていない。しかし、近年のグローバルにわたる電力自由化の動きが始まって以来、電力価格リスクの重要性が認識されるようになってきた。この場合、河川流量リスクと電力価格リスクという複数リスクを同時に考慮した最適オペレーションモデルが必要となり、モデルの解法が飛躍的に複雑となる。Fosso等¹⁸⁾は、ノールウェーの電力市場を対象として、電力価格リスクを考慮した水力発電施設のオペレーションモデル(以下、Fossoモデルと呼ぶ)を提案している。ここでは、Stochastic Dual Dynamic Programming (SDDP) 手法を用いた解法を提案している。SDDP法を用いるためには、最適値関数が凹関数でなければならない。しかし、後述するように、水力発電施設の場合、貯水量が増加するほど発電効率が増加するため、最適値関数が貯水量に関して凹関数である保証はない。最適値関数の凹性条件が満足されない場合、SDDP法による解法は無視できない計算誤差を生み出す可能性がある。したがって、最適値関数の凹性条件を前提としない解法を開発することが必要となる。また、Fossoは



注) California州には2つの電力市場があり、NP・SPはそれぞれ北部・南部市場の価格指数を表す。

図-1 電力価格過程のサンプル²⁾

市場均衡シミュレーションモデルを用いて電力価格の将来予測を試みている。水力発電が総発電量の99%を占めるノールウェーでは、水文現象に対する長期予測の結果から、電気供給容量を推測することが比較的容易である。しかし、北欧以外の国々では、多様な資源・エネルギー源を用いて電力を生産しており、電力価格の変動が河川流量の変化と連動しているわけではない。そこで、本研究では、Lucia and Schwartz¹⁹⁾が試みたように、電力価格過程を平均回帰過程を用いて表現する。彼等は、電力変動リスクを計量化するとともに、電力取引に関する条件付請求権の市場価格を評価する方法論を提案している。本研究では、Fossoモデルを拡張し、電力価格リスクと河川流量リスクを明示的に同時に考慮したような水力発電施設の最適オペレーションモデルを提案し、最適値関数の凹性を前提としない解法を提案する。さらに、これら2つの複合的リスクが生起するような環境の下で、事業者が期待収益を最大にするような最適発電戦略を決定するような方法論を提案することとする。

2.3 電力価格リスクと河川流量リスク

水力発電事業には、多様な不確実性が介在する。本研究では、水力発電施設が建設され、運用が開始された段階における事業リスクに着目する。特に、電力市場が自由化され、電力価格が市場で内生的に決定されるような市場環境では、電力価格と河川流量の変動が水力発電所の収益リスクをもたらす重要な要因となる。

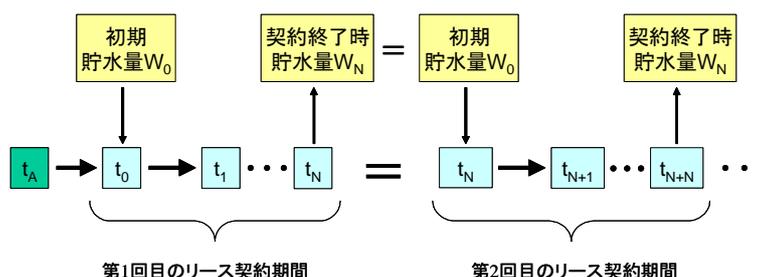
電力価格リスクは、電力の貯蔵が不可能であり、常に生産量と消費量がバランスされる(生産と消費の同時同量性)という特性に起因して発生する。電力は企業・家計にとって必需財であり、消費の価格弾力値が小さい。また、短期的には発電・送電設備能力は固定的であり、需要の変動に対して供給量を伸縮的に対応することが不可能である。さらに、生産と消費の同時同量性を利用して、市場支配力を有する企業による戦略的な価格設定が可能である。このため、株式市場に比べて電力価格のボラティリティが大きい¹⁾。図-1は、

本研究の適用事例で用いるアメリカ合衆国カリフォルニア電力取引所における電力価格の日変動（2000年7月）を示している²⁾。一方、水力発電施設は、河川流量の変動リスクにも直面する。貯水池を有する水力発電施設では、貯水池に水を貯蔵することにより、河川流量の変動リスクに対して、部分的にはあるが柔軟に対応することが可能である。さらに、企業の在庫管理と異なり、貯水池に水資源を貯蔵することに対する費用は発生しない。しかし、現時点において、電力生産のために水資源を利用することは、将来時点における電力生産量の減少を招くことから機会費用が発生する。さらに、河川流量も変動するため、将来の電力生産容量に多大な不確実が存在する。

このように電力価格リスクと河川流量リスクが存在するため、水量発電事業の実施を判断するためには、将来一定期間にわたる期待収益及び収益リスクを把握することが極めて重要な課題となる。さらに、水力発電施設の期待収益や収益リスクを評価するためには、水力発電施設の最適なオペレーションルール（以下、最適発電戦略と呼ぶ）を求めることが必要となる。以上の問題意識の下に、本研究では、電力価格リスクと河川流量リスクという複数のリスクの下で、水力発電事業の収益を最大にするような最適発電戦略を求める期待収益最大化モデルを定式化する。その上で、水力発電施設の事業収益と収益リスクを評価するための方法論を提案する。

2.4 モデルの基本構成

本研究では、水力発電施設の所有と運営が分離した上下分離型水力発電事業をとりあげる。所有者と運営者の間に、水力発電施設のリース契約が締結される。リース契約では、一定期間に亘り、運営者は発電施設の運営にかかわる権利及び所定の責任を獲得し、その期間に発生するすべての収益を獲得できる。その代わりに、運営者は所有者に、所定の時期にリース料金を支払う。リース契約の更新時点において、リース料金に関する競争入札が実施され、もっとも高いリース料金を入札した運営者との間にリース契約が締結される。リース契約には、リース料金、リース契約の終了時点において確保すべき貯水量（以下、契約貯水量と呼ぶ）、維持水量、最低貯水量等が記載される。運営者は、生産した電力の販売方法を自由に決定できる。**3.**では、運営者が完全競争的電力市場で生産した電力を売却するような最適水力発電契約モデルを定式化する。最適水力発電モデルでは、所有者は一定額のリース料金を獲得し、マーケットリスクはすべて運営者に帰属する。しかし、運営者はある特定の企業と電力の直接取引契約を締結することにより、マーケットリスクの一部を分散することも可能である。のちに、**5. (5)**において、最適水力発電契約モデルを拡張し、運営者と企業の間で、1) 企業が一定量の電力を固定価格で購入するような固定売電契約、2) 企業が固定価格で電力を購入する権利を持つオプション契約が締結される場合をとりあげ、運営者と企業の間におけるリスク分担について分析する。



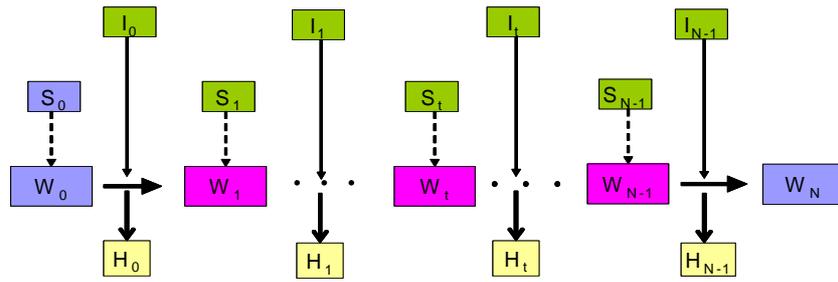
注) リース契約が2年ごとに更新される。第1回目のリース契約における契約終了時貯水量は、第2回目のリース契約における初期貯水量となる。

図-2 契約の時間的關係

3 最適水力発電契約モデル

3.1 モデル化の前提条件

本研究では、貯水池、発電施設の所有と、施設を利用して電力を生産・販売する運営が分離された上下分離型水力発電プロジェクトに着目する。貯水池の利用は発電用途に限定されている。図-2には、所有者と運営者の間のリース契約の時間的順序関係を記述している。リース契約の契約期間は有限であり、契約期間は N 個の単位区間に分割される。第1回目のリース契約が終了すると、第2回目のリース契約の事業者が決定される。このように、同一契約期間のリース契約が、離散的時間軸の上で無限に繰り返されると考える。いま、第1回目のリース契約がカレンダー時刻 t_A で締結されると考える。リース契約には、契約期間、リース契約終了時刻 t_B における貯水量（以下、契約終了時貯水量と呼ぶ） W と、リース料金 R 、および発電用貯水量の上限値と下限値 W_{\max}, W_{\min} に関する事項が記述される。所有者は、リース料金収益を最大にするように、リース料金 P と契約終了時貯水量 W を決定する。あるいは、リース料金は、事業者間の競争入札で決定されたと考えてもよい。ただし、契約期間は、それぞれのリース契約を通じて一定である。第1回目のリース契約における運営者は、時刻 t_0 において、初期貯水量 $W_0 = W$ の下で、水力発電施設の運用を開始する。電力市場は完全競争的であり、リスク中立的運営者はプライステーカーとして行動する。運営者の生産量は、電力のスポット価格に影響を及ぼさない。貯水池に流入する河川流量と、スポット市場における電力価格は不確実である。運営者は、流量リスク、価格リスクという2種類のリスクを考慮しながら、契約期間における期待収益の割引現在価値を最大にするように発電タイミングと発電量を決定する。本研究で提案する最適水力発電契約モデルは、上述したようなリース契約の構造を分析するために、1) 各リース契約の下で、運営者が期待収益を最大にするように、水力発電タイミングと発電量を決定するモデル（期待収益最大化モデル）と、2) リース契約において運営者が獲得できる期待



注) 貯水池への流入・流出関係関係は、式(3.1)で記述される。

図-3 貯水量の変化過程

収益を念頭におきながら、リース契約の内容を決定するモデル（最適リース契約モデル）という2つのサブモデルにより構成されている。

3.2 期待収益最大化モデル

契約開始時点初期時点 $t = 0$ とする離散的時間軸 $t = 0, 1, \dots, N$ を導入しよう。期間 $[t, t+1)$ ($t = 0, \dots, N-1$) を t 期と呼ぶ。初期時点 $t = 0$ における貯水量を W_0 と表す。Fosso モデルの伝統に従い、単位時間間隔として1週間を想定する。また、初期時点における河川流量を I_0 、電力価格を S_0 と表す。いま、 $t-1$ ($t = 1, \dots, N$) 期の期首における貯水量を W_{t-1} 、 $t-1$ 期における河川流量を I_{t-1} とすれば、 t 期の期首における貯水量 W_t は、

$$W_t = W_{t-1} - H_{t-1} - F_{t-1} + I_{t-1} \quad (3.1)$$

と表される。ただし、 H_{t-1} は、 $t-1$ 期に発電に用いられる水量（以下、発電水量と呼ぶ）、 F_{t-1} は、 $t-1$ 期に貯水池容量を超過した放流量である。各期における貯水量の変化過程を、模式的に図-3に示している。 $t-1$ 期の河川流量 I_{t-1} は、確率過程に従って変動する。

河川流量の変動特性は、河川によって異なる。さらに、離散時間軸における単位期間を1週間に設定しているため、1週間を基本単位とする河川流量の周期性を考えなければならない。ここでは、本研究の適用事例に基づいて、河川流量 I_t が季節変動自己回帰和分移動平均モデル (Seasonal Auto-Regressive Intergrated Moving-Average model : 以下、SARIMA モデルと略す) で表されると考える。SARIMA モデルは、伝統的な ARIMA モデルに、周期的変動が組み込まれた時系列モデルであり、その一般形は、

$$\phi_p(L)\Phi_P(L^s)\nabla^d\nabla_s^{d_s}I_t = \theta_q(L)\Theta_Q(L^s)\varepsilon_t \quad (3.2)$$

と表せる。ただし、 $\phi_p(L) = 1 - \phi_1L - \phi_2L^2 - \dots - \phi_pL^p$ 、 $\Phi_P(L) = 1 - \Phi_1L^s - \Phi_2L^{2s} - \dots - \Phi_PL^{Ps}$ 、 $\theta_q(L) = 1 - \theta_1L - \theta_2L^2 - \dots - \theta_qL^q$ 、 $\Theta_Q(L) = 1 - \Theta_1L^s - \Theta_2L^{2s} - \dots - \Theta QL^{Qs}$ であ

り，それぞれ自己回帰，移動平均オペレータを表す． ε_t は互いに独立で同一の平均0，分散 σ_ε^2 を持つ正規分布に従うホワイトノイズ過程である． p, q は非周期的自己回帰／移動平均オーダー， P, Q は周期的自己回帰／移動平均オーダーである．また， $\phi_i (i = 1, \dots, p)$ ， $\theta_j (j = 1, \dots, q)$ ， $\Phi_k (k = 1, \dots, P)$ ， $\Theta_l (l = 1, \dots, Q)$ は，それぞれ非周期的自己回帰／移動平均パラメータ，周期的自己回帰／移動平均パラメータである．さらに， $\nabla_s = 1 - L^s$ は，周期 s を有するタイムラグ作用素， d, d_s は，それぞれ原過程，周期成分に関する和分パラメータである．時系列過程(3.2)をSARIMA(p, d, q) \times (P, d_s, Q)と表記しよう．

水力発電施設は構造，運営環境，用途，及び発電設備などの理由により，貯水量に制約が存在する．発電用貯水量の上限と下限を W_{\max}, W_{\min} とすれば，貯水量制約は

$$W_{\min} \leq W_t \leq W_{\max} \quad (3.3)$$

と表せる．また，リース契約において，契約終了時貯水量として貯水量の下限値 \underline{W} が設定されている．したがって， N 期の貯水量に関して

$$W_N \geq \underline{W} \quad (3.4)$$

を満足しなければならない．水力発電施設が利潤最大化行動を採用する場合，上式は結果的に等号で成立する．水力発電施設はタービンを利用して発電するが，タービンを通過する流量に関して物理的な制約が存在する．発電水量の上限値を H_{\max} ，下限値を H_{\min} とすれば，発電水量制約は

$$H_{\min} \leq H_t \leq H_{\max} \quad (3.5)$$

と表される． H_{\min} は，維持水量であり，最低限度放流すべき発電水量としてリース契約に規定される．

電力の生産量はタービンの両側の水頭差及びタービンを通る水量によって決定される．議論を簡単にするため，下流側の水頭 h_{dw} が一定であると仮定する．貯水量 W_t ，発電水量 H_t の下での電力生産量 (kw · h) を

$$\begin{aligned} Q(W_t, H_t) &= \frac{1}{1000 \times 3600} \eta \rho g H_t \{h_{up}(W_t) - h_{dw}\} \\ &= K \{h_{up}(W_t) - h_{dw}\} H_t \end{aligned} \quad (3.6)$$

と表そう．ただし， $K = \frac{1}{3600} g \eta$ であり， g は重力加速度， η はエネルギー効率， $\rho = 1000(\text{kg}/\text{m}^3)$ は水の密度である．貯水池水深が貯水池全域にわたって一定であると近似すれば，タービンの上流の水頭 $h_{up}(W_t)$ は，

$$h_{up}(W_t) = K'_1 W_t + a_1 \quad (3.7)$$

と表される．ここに， K'_1, a_1 は定数である．この時， t 期における発電量 $Q(W_t, H_t)$ は， t 期の期首における貯水量 W_t と t 期に使用する発電水量 H_t の関数として

$$Q(W_t, H_t) = (K_1 W_t + K_2) H_t \quad (3.8)$$

と表される．ただし， $K_1 = K K'_1$ ， $K_2 = K(a_1 - h_{dw})$ である．

水力発電施設は，スポット電力市場で，電力を販売する．電力のスポット価格 S_t は確率変数である．Deng and Jiang²⁰⁾は，本研究の適用事例であるCalifornia州の電力価格過程が，電力価格の対数差分の確率過程が2つの平均回帰過程（Ornstein-Uhlenbeck process：以下，OU過程と呼ぶ）の重ね合わせとして表現されることを明らかにしている．本研究では，このような確率過程をDeng and Jian過程と呼ぶ．いま，時間間隔 Δ に対する電力価格の対数差分 $X_\Delta(t)$ を

$$X_\Delta(t) = \log(S(t + \Delta)) - \log(S(t)) \quad (3.9)$$

と定義する．さらに，時間間隔を一定と考え， $X_\Delta(t)$ を $x(t)$ と表記すれば，Deng and Jian過程は，2つの独立なOU過程 $X_1(t), X_2(t)$ を用いて

$$x(t) = X_1(t) + X_2(t) \quad (3.10a)$$

$$dX_j(t) = -\lambda_j X_j(t) + dZ_j(t) \quad \text{for } j = 1, 2 \quad (3.10b)$$

と表される．ただし， $Z_1(t), Z_2(t)$ は独立なレヴィ過程であり²¹⁾， λ_j は平均回帰定数を表す．レヴィ過程は，ほとんど確実に連続なマルチンゲールで $Z_0 = 0$ かつ2次変分 $[Z_t, Z_t]$ が t に比例するというレヴィ条件(Levy characterization)²¹⁾を満足するようなウィーナー過程を意味している．Deng and Jian過程(3.10a),(3.10b)は連続時間軸上で定義されたものであるため，オイラー法²²⁾を用いて離散近似を行えば，

$$\Delta X_j(t) = -\lambda_j X_j(t-1) + Z_j(t) \quad (3.11)$$

$$X_j(t) = (1 - \lambda_j) X_j(t-1) + Z_j(t) \quad (3.12)$$

を得る．したがって，電力価格の変化過程は

$$S(t) = S(t-1) \cdot \exp\{(1 - \lambda_1) X_1(t-1) + Z_1(t) + (1 - \lambda_2) X_2(t-1) + Z_2(t)\} \quad (3.13)$$

と表される．

水力発電施設は、契約期間 $[0, N]$ において、発電による期待収益の最大化を図る。初期水量 W_0 の下で、達成可能な期待収益の最大値 $\alpha_0(W_0)$ は

$$\alpha_0(W_0) = \max_{\mathbf{H}} \left\{ E \left[\sum_{t=0}^{N-1} \gamma_t Q(W_t, H_t) S_t \right] \right\} \quad (3.14a)$$

subject to

$$W_t = W_{t-1} - H_{t-1} - F_{t-1} + I_{t-1} \quad (3.14b)$$

$$W_{\min} \leq W_t \leq W_{\max} \quad (3.14c)$$

$$H_{\min} \leq H_t \leq H_{\max} \quad (3.14d)$$

$$S(t) = S(t-1) \cdot \exp\{[(1-\lambda_1)X_1(t-1) + Z_1(t)] + [(1-\lambda_2)X_2(t-1) + Z_2(t)]\} \quad (3.14e)$$

$$\phi_p(L)\Phi_P(L^s)\nabla^d\nabla_s^{d_s}I_t = \theta_q(L)\Theta_Q(L^s)\varepsilon_t \quad (3.14f)$$

$$\varepsilon_t \sim N(\mu_t, \sigma_t) \quad (3.14g)$$

$$v_t \sim N(0, 1) \quad (3.14h)$$

$$W_N \geq \underline{W} \quad (3.14i)$$

と表される。ただし、 $\mathbf{H} = (H_0, \dots, H_{N-1})$ は、発電水量（制御変数）ベクトル、 γ_t は t 期の割引因子である。 $\alpha_0(W_0)$ は、期間 0 における最適値関数を表す。記号 $E[\cdot]$ は、流入量の系列 $\mathbf{I} = (I_0, \dots, I_{N-1})$ と、電力のスポット価格系列 $\mathbf{S} = (S_0, \dots, S_{N-1})$ に関する期待値操作を表す。すなわち、問題 (3.14a)-(3.14i) は、2 種類のリスクを同時に考慮した確率的制御問題になっている。

3.3 最適リース契約モデル

図-2 に示す時点 t_A において、所有者と運営者の間で、 N 期間に亘る水力発電施設のリース契約が締結される。厳密に言えば、リース契約が締結される時点 t_A と、リース契約の下で、運営者が実際に操業を開始する時点 t_0 の間にはタイムラグが存在する。期待収益最大化モデルで求めた最適値関数 $\alpha_0(W_0)$ は、初期時点 t_0 における電力価格 S_0 と初期時点までの河川流量の履歴 $\mathbf{I}_0 = (I_{-1}, I_{-2}, \dots)$ を与件として、運営者が獲得できる期待収益の最大値を表している。さらに、最適値関数 $\alpha_0(W_0)$ は、契約終了時貯水量 \underline{W} にも依存している。以上のことを明示的に表すために、最適値関数を $\alpha_0(W_0 : \underline{W}, \mathbf{I}_0, S_0)$ と表そう。ここで、契約締結時点 t_A まで遡ろう。契約締結時点 t_A では、契約開始時点 t_0 における河川流量履歴 \mathbf{I}_0 と電力価格 S_0 に関する情報を獲得できない。しかし、河川流量に関する分布関数 $Z(\mathbf{I}_0)$ と電力価格に関する分布関数 $X(S_0)$ ($S_0 \in [0, \infty)$) は既知であると考える。この時、初期貯水量 W_0 と契約終了時貯水量 \underline{W} の下で、契約締結時点で評価した期待収益の最大値 $\Pi(W_0, \underline{W})$

は

$$\begin{aligned} & \Pi(W_0, \underline{W}) \\ &= \int_0^\infty \int_0^\infty \alpha_0(W_0 : \underline{W}, \mathbf{I}_0, S_0) dZ(\mathbf{I}_0) dX(S_0) \end{aligned} \quad (3.15)$$

と表される。つぎに，所有者が無限期間にわたり，運営者とリース契約を繰り返し締結し，水力発電施設の建設費用と維持補修費を回収する場合を考えよう。このようなリース契約が定常的に繰り返される場合，初期貯水量 W_0 と契約終了時貯水量 \underline{W} が一致する。すなわち， $W_0 = \underline{W}$ が成立する。以下，初期貯水量と契約終了時貯水量が一致すると考え，一括して契約貯水量 \underline{W} と呼ぶこととする。さらに，リース料金が，初期時点において一括支払い（あるいは，每期等額支払い）であり，かつ維持補修費（滞砂対策費）は所有者が負担すると仮定しよう。リース契約期間を所与とすれば，最適リース契約モデルは以下のようになる。

$$\max_{R, \underline{W}} \{R\} \quad (3.16a)$$

subject to

$$\Pi(\underline{W}, \underline{W}) - R \geq 0 \quad (3.16b)$$

制約条件 (3.16b) は，運営者の参加条件である。

4 モデルの解法

4.1 最適値関数の導出

最適値関数 (3.14a) は、初期時点で評価した期待収益の現在価値の最大値を表す。初期貯水量 W_0 を所与と考えよう。ただし、終末期貯水量が契約貯水量 W に設定されている。最適値関数 $\alpha_0(W_0)$ を展開すれば、

$$\begin{aligned}\alpha_0(W_0) &= \max_{\mathbf{H}} \left\{ E \left[\sum_{t=0}^N \gamma_t Q(W_t, H_t) S_t \right] \right\} \\ &= \max_{H_0} \left\{ E \left[Q(W_0, H_0) S_0 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \gamma \alpha_1(W_0 - H_0 - F_0 + I_0) \right] \right\}\end{aligned}\quad (4.1)$$

を得る。ただし、 γ は、1期後の割引因子である。最適値関数 $\alpha_0(W_0)$ を求めるには、期間1における最適値関数 $\alpha_1(W_1) = \alpha_1(W_0 - H_0 - F_0 + I_0)$ に関する情報が必要となる。さらに、期間 t における最適値関数 $\alpha_t(W_t)$ ($t = 0, \dots, N-1$) は、

$$\begin{aligned}\alpha_t(W_t) &= \max_{H_t} \left\{ E \left[Q(W_t, H_t) S_t \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \gamma \alpha_{t+1}(W_t - H_t - F_t + I_t) \right] \right\}\end{aligned}\quad (4.2)$$

と定義できる。最適値関数 $\alpha_0(W_0)$ を定義するために、1期以降のすべての期間における最適値関数 $\alpha_t(W_t)$ ($t = 1, \dots, N$) に関する情報が必要となる。

4.2 最適値関数に関する期待値操作

式 (4.2) において、河川流量 I_t 及び電力価格 S_t が確率変数であることに留意しよう。最適値関数を求めるためには、これら2種類のリスクに関して、最適値関数の期待値を評価することが必要となる。ここでは、これら2つのリスクの内、まず河川流量に関するリスクに着目しよう。河川流量リスクに関して、モンテカルロシミュレーションにより、SARIMAモデル (3.2) に従うサンプルパスを発生させる。いま、河川流量に関して、合計 M 個のサンプルパスを発生すれば、式 (4.1) を

$$\begin{aligned}\alpha_0(W_0) &= \max_{H_0} \left\{ E \left[Q(W_0, H_0) S_0 + \gamma \alpha_1(W_1) \right] \right\} \\ &= \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \max_{H_0^j} \left\{ E^\circ \left[Q(W_0, H_0^j) S_0 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \gamma \alpha_1^j(W_1^j) \right] \right\}\end{aligned}\quad (4.3)$$

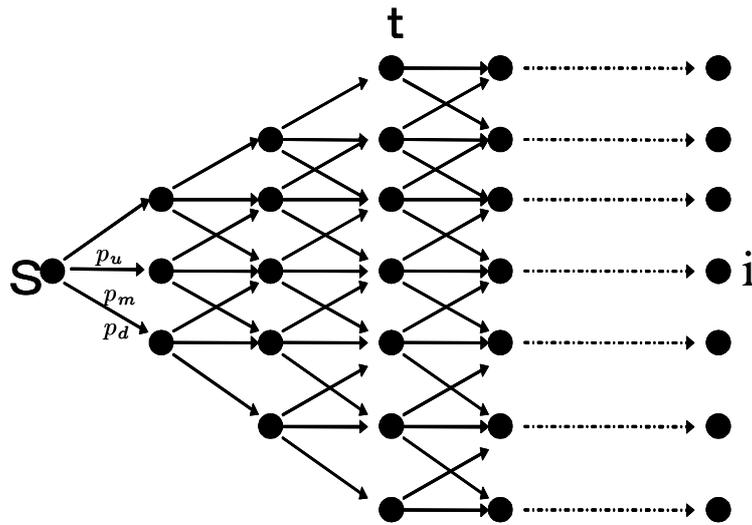


図-4 電力価格過程の離散表現

と書き換えることができる．ここに， $\alpha_1^j(W_1^j)$ は，サンプルパス j 上で定義される 1 期の最適値関数を表す．また，記号 $E^\circ[\cdot]$ は，電力のスポット価格系列 $\mathbf{S} = (S_0, \dots, S_{N-1})$ に関する期待値操作を表す．同様に，サンプルパス j 上における t 期の最適値関数 $\alpha_t^j(W_t^j)$ は，

$$\alpha_t^j(W_t^j) = \max_{H_t^j} \left\{ E^\circ \left[Q(W_t^j, H_t^j) S_t + \gamma \alpha_{t+1}^j(W_{t+1}^j) \right] \right\} \quad (4.4)$$

と定義できる．

つぎに，電力価格の変動過程を，図-4に示すような trinomial tree で表現しよう． t 期における各ノードでの電力価格 s^i は， $t-1$ 期から $t+1$ 期までの平均価格を表している． t 期の電力価格 S_t を与件とすれば， $t+1$ 期の電力価格は確率 $p_u(S_t)$ ， $p_d(S_t)$ で増加，あるいは減少するか，確率 $p_m(S_t)$ で不変にとどまる．電力価格の変動特性を考えれば，電力価格が無限に増加する，もしくは減少するとは考えにくいいため，電力価格に上限値と下限値が存在すると仮定する．また，電力価格が Deng and Jian 過程に従う場合，電力価格の推移確率 $p_u(S_t)$ ， $p_m(S_t)$ ， $p_d(S_t)$ は，現時点での価格 $S_t = s^i$ のみに依存し，時点 t に依存しない．このため，推移確率 $p_u(S_t)$ ， $p_m(S_t)$ ， $p_d(S_t)$ が時間に依存せず，電力価格 $S_t = s^i$ のみに依存するような確率 p_u^i ， p_m^i ， p_d^i を用いて表現する．

なお，確率 p_u^i ， p_m^i ， p_d^i を解析的に求めることは困難であるが，価格過程 (3.10) に関するサンプルパスを発生させることによって求めることができる．電力価格を離散的な状態変数 $\{s^1, s^2, \dots, s^i, \dots, s^I\}$ で表現しよう．任意の t 期における電力価格が $S_t = s^i$ の場合，期間 $[t, t+1)$ をさらに τ 個の微小期間に分割し，モンテカルロシミュレーションにより， $[t, t+2)$ 期までの価格過程 (3.10) の $2\tau+1$ 個の電力価格サンプルの流列 s_u^l ($l = 1, \dots, L, u = 0, \dots, 2\tau$)

を得る．すべてのサンプルパスに対して，集合 $\mathbf{s} = \{\bar{s}^l | \bar{s}^l = \frac{\sum_{u=0}^{2\tau} s_u^l}{2\tau}, l = 1, \dots, L\}$ が得られる．ただし， \bar{s}^l は任意に選んだ $t+1$ 期における平均電力価格サンプルである．この時，確率 p_u^i, p_m^i, p_d^i は

$$p_u^i = \frac{\#\{\bar{s}^l | s^i + \frac{s^{i+1}-s^i}{2} < \bar{s}^l < +\infty\}}{V} \quad (4.5a)$$

$$p_m^i = \frac{\#\{\bar{s}^l | s^i - \frac{s^i-s^{i-1}}{2} \leq \bar{s}^l \leq s^i + \frac{s^{i+1}-s^i}{2}\}}{V} \quad (4.5b)$$

$$p_d^i = \frac{\#\{\bar{s}^l | -\infty < \bar{s}^l < s^i - \frac{s^i-s^{i-1}}{2}\}}{V} \quad (4.5c)$$

で求められる． $\#\{A\}$ は，集合 A の要素数を表す．

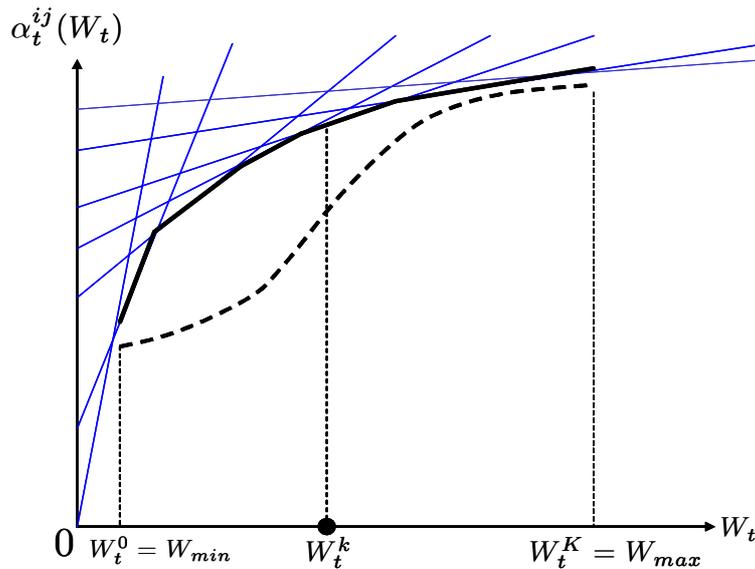
いま，河川流量サンプルパス j ($j = 1, \dots, M$) に着目しよう． t 期における電力価格が \bar{s}_t^i に確定したと考える．河川流量サンプルパス j 上で， t 期の電力価格が i となる場合の貯水量を W_t^{ij} と表す．この時， t 期の最適値関数 $\alpha_t^{ij}(W_t^{ij})$ は，

$$\begin{aligned} & \alpha_t^{ij}(W_t^{ij}) \\ &= p_u^i \max_{H_{tu}^{ij}} \left\{ Q(W_t^{ij}, H_{tu}^{ij}) \bar{s}_t^i + \gamma \alpha_{t+1}^{i+1,j}(W_{t+1}^{i+1,j}) \right\} \\ &+ p_m^i \max_{H_{tm}^{ij}} \left\{ Q(W_t^{ij}, H_{tm}^{ij}) \bar{s}_t^i + \gamma \alpha_{t+1}^{ij}(W_{t+1}^{ij}) \right\} \\ &+ p_d^i \max_{H_{td}^{ij}} \left\{ Q(W_t^{ij}, H_{td}^{ij}) \bar{s}_t^i + \gamma \alpha_{t+1}^{i-1,j}(W_{t+1}^{i-1,j}) \right\} \end{aligned} \quad (4.6)$$

と表される． $H_{tu}^{ij}, H_{tm}^{ij}, H_{td}^{ij}$ は，それぞれ河川流量サンプルパス j と t 期までの電力価格サンプルパス l を所与とし，かつ期間 t における価格変化が，「価格上昇」，「一定」，「価格減少」となる場合の発電水量（制御変数）である．すなわち，最適値関数 (4.4) は，右辺第1項，第2項，第3項で表される3つのサブ問題に分解できる．

4.3 最適値関数の線形近似

再帰方程式 (4.6) において，最適値関数 $\alpha_t^{ij}(W_t^{ij})$ の関数形が既知であれば，終端条件より反復的に再帰方程式 (4.6) を解くことにより，初期時点の最適値関数を求めることができる．しかし，最適値関数 $\alpha_t^{ij}(W_t^{ij})$ を解析的に求めることは不可能である．従来より，確率動的計画問題において最適値関数を解析的に導出できない場合，最適値関数を線形近似することにより構成する SDDP (Stochastic Dynamic Dual Programming) 法が提案されている．一般に，資源配分問題では，資源ストック量が増加するに従い，資源の限界生産性が減少する場合が少なくない．このように資源の限界生産性が減少し最適値関数の凹性が保証される場合，**図-5** に示すように，最適値関数を線形近似することにより，最適値関数の包絡線を構成することができる．しかし，水力発電施設の場合，資源ストックである貯水量が増加すれば，水位が上昇し，水頭差が増大する．その結果，式 (3.6) に示すように，



注) 最適値関数を実線のように凹関数であれば, SDDP 法による線形近似により, 最適値関数の包絡線を構成できる. しかし, 期待収益モデルの最適値関数は, 破線で示されるように凹性を満足しない. 本研究では, 最適値関数上の各点を直接求めるという方法を採用する.

図-5 最適値関数の非凹性

水力発電施設の発電効率が良くなり, 限界収益が上昇する. このため, 動的計画問題(4.6)の解法として, 通常の SDDP 法を用いることはできない. 本研究では, 最適値関数上の各点を数値的に求め, 最適値関数を構成する方法を採用する.

再帰方程式(4.6)を, 契約終了期から逆向きに逐次解くこととする. すなわち, 河川流量サンプルパス j 上で確率動的問題を解く. 契約終了期において, 運営者の収益はゼロである. また, 契約終了時における貯水量は, 契約貯水量 $W_N = \underline{W}$ でなければならない. すなわち, 任意の i, j に対して,

$$\alpha_N^{ij}(\underline{W}) = 0 \quad (4.7)$$

が成立する. つぎに, $t = N - 1$ 期に着目しよう. $W_N = \underline{W} = W_{N-1}^{ij} - H_{N-1}^{ij} - F_{N-1}^{ij} + I_{N-1}^j$ より, $H_{N-1}^{ij} = W_{N-1}^{ij} - \underline{W} - F_{N-1}^{ij} + I_{N-1}^j$, ($H_{\min} \leq H_{N-1}^{ij} \leq H_{\max}$) を得る. したがって

$$\begin{aligned} & \alpha_{N-1}^{ij}(W_{N-1}^{ij}) \\ &= Q(W_{N-1}^{ij}, \min[H_{\max}, H_{N-1}^{ij}])s_{N-1}^i + 0 \\ &= Q(W_{N-1}^{ij}, \min[H_{\max}, W_{N-1}^{ij} - \underline{W} \\ & \quad - F_{N-1}^{ij} + I_{N-1}^j])s_{N-1}^i \end{aligned} \quad (4.8)$$

を得る. 式(4.6)で示されるように, $\alpha_t^{ij}(W_t^{ij})$ は3つの最適化問題

$$M_1^{ij}(W_t^{ij}) = \max_{H_{tu}^{ij}} \left\{ Q(W_t^{ij}, H_{tu}^{ij})s_t^i \right.$$

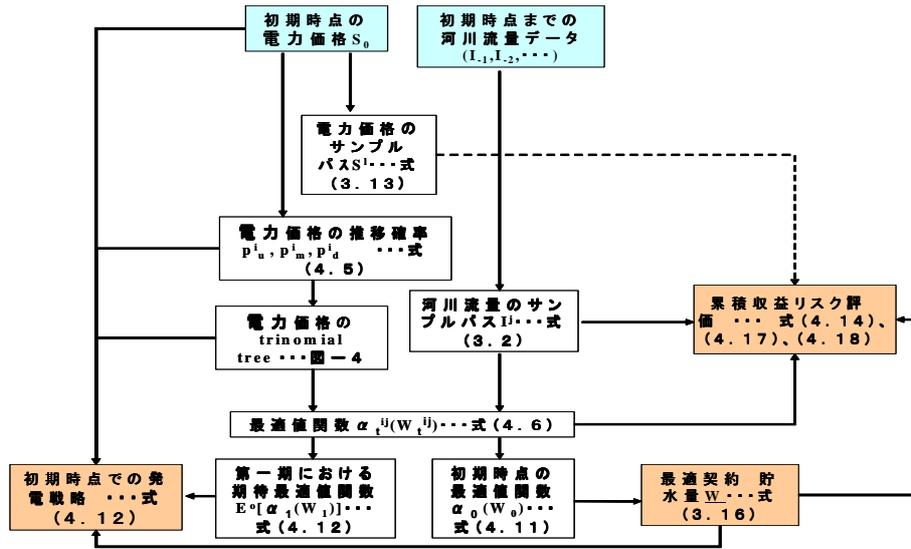


図-6 初期時点における最適値関数の計算手順

$$+\gamma\alpha_{t+1}^{i+1,j}(W_{t+1}^{i+1,j}) \} \quad (4.9a)$$

$$M_2^{ij}(W_t^{ij}) = \max_{H_{tm}^{ij}} \left\{ Q(W_t^{ij}, H_{tm}^{ij}) s_t^i + \gamma\alpha_{t+1}^{ij}(W_{t+1}^{ij}) \right\} \quad (4.9b)$$

$$M_3^{ij}(W_t^{ij}) = \max_{H_{td}^{ij}} \left\{ Q(W_t^{ij}, H_{td}^{ij}) s_t^i + \gamma\alpha_{t+1}^{i-1,j}(W_{t+1}^{i-1,j}) \right\} \quad (4.9c)$$

に分解される。これら3つのサブ問題を、再帰的に解くことを考える。いま、貯水量の定義域 $[W_{\min}, W_{\max}]$ を K 個の部分区間に分割し、その k 番目の分割点を

$$W_t^k = W_{\min} + k \frac{W_{\max} - W_{\min}}{K} \quad (k = 0, 1, \dots, K) \quad (4.10)$$

と定義しよう。問題 M_1 において、 $\alpha_{t+1}^{i+1,j}(W_{t+1}^{i+1,j})$ ($i = 0, \dots, K$) の値が既知であると考えよう。このとき、 $M_1^{ij}(W_t^{ij})$ は次のように求められる。まず、 t 期の期首における貯水量が W_t^{ij} であるとしよう。また、 $t + 1$ 期における期首の貯水量を $W_{t+1}^{ij} \in [\max(W_t^{ij} + I_t^j - H_{\max}, W_{\min}), \min(W_t^{ij} + I_t^j - H_{\min}, W_{\max})]$ と表す。任意の $W_t^{ij} \in [W_{\min}, W_{\max}]$ に対して、 $M_1^{ij}(W_t^{ij})$ を最大にするような $W_{t+1}^{ij} \in [\max(W_t^{ij} + I_t^j - H_{\max}, W_{\min}), \min(W_t^{ij} + I_t^j - H_{\min}, W_{\max})]$ と H_{tm}^{ij} を求めることにより、関数 $M_1^{ij}(W_t^{ij})$ の離散近似を得ることができる。同様に、 $M_2^{ij}(W_t^{ij})$ 、 $M_3^{ij}(W_t^{ij})$ を求めることにより、最適値関数 $\alpha_t^{ij}(W_t^{ij})$ の離散近似を得ることができる。以上の考え方により、河川流量に関するサンプルパス j 上で定義されるすべての最適値関数 $\alpha_t^{ij}(W_t^{ij})$ を求めることができる。さらに、河川流量に関する

不確実性を取り扱うために、河川流量に関する M 個のサンプルパスを発生させるとともに、それぞれのサンプルパスに対して最適値関数を求めることになる。初期時点における電力価格の実現値を $S_0 = \bar{s}_0^{i(0)}$ 、初期貯水量 W_0 を用いれば、初期時点における最適値関数 $\alpha_0(W_0)$ は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
\alpha_0(W_0) &= \max_{H_0} \left\{ E \left[Q(W_0, H_0) \bar{s}_0^{i(0)} + \gamma \alpha_1(W_1) \right] \right\} \\
&= \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M p_u^{i(0)} \max_{H_{0u}^{i(0)j}} \left\{ Q(W_0^{i(0)}, H_{0u}^{i(0)j}) \bar{s}_0^{i(0)} \right. \\
&\quad \left. + \gamma \alpha_1^{i(0)+1,j}(W_1^{i(0)+1,j}) \right\} + p_m^{i(0)} \\
&\quad \max_{H_{0m}^{i(0)j}} \left\{ Q(W_0^{i(0)}, H_{0m}^{i(0)j}) \bar{s}_0^{i(0)} + \gamma \alpha_1^{i(0)j}(W_1^{i(0),j}) \right\} + p_d^{i(0)} \\
&\quad \max_{H_{0d}^{i(0)j}} \left\{ Q(W_0^{i(0)}, H_{0d}^{i(0)j}) \bar{s}_0^{i(0)} + \gamma \alpha_1^{i(0)-1,j}(W_1^{i(0)-1,j}) \right\} \\
&\quad s.t.
\end{aligned} \tag{4.11}$$

$$W_1^{i(0)+1,j} = W_0 - H_{0u}^{i(0)j} - F_0 + I_0$$

$$W_1^{i(0),j} = W_0 - H_{0m}^{i(0)j} - F_0 + I_0$$

$$W_1^{i(0)-1,j} = W_0 - H_{0d}^{i(0)j} - F_0 + I_0$$

$$W_{\min} \leq W_1^{i(0)+1,j}, W_1^{i(0),j}, W_1^{i(0)-1,j} \leq W_{\max}$$

$$H_{\min} \leq H_{0u}^{i(0)j}, H_{0m}^{i(0)j}, H_{0d}^{i(0)j} \leq H_{\max}$$

ただし、 $H_0^{i(0)} = (H_{0u}^{i(0)j}, H_{0m}^{i(0)j}, H_{0d}^{i(0)j})$ である。ここでの $H_{0u}^{i(0)j}, H_{0m}^{i(0)j}, H_{0d}^{i(0)j}$ は時点 1 で価格変動に対し、それぞれの可能価格に対する最適生産戦略である。しかし、時点 0 での最適戦略は 1 つしか存在しない。初期時点の最適実行戦略 $H_0^{i(0)*}$ は、下記の問題より求めることができる。

$$\begin{aligned}
&\max_{H_0^{i(0)*}} \left\{ E \left[Q(W_0, H_0^{i(0)*}) \bar{s}_0^{i(0)} + \gamma E^\circ [\alpha_1(W_1)] \right] \right\} \\
&= \max_{H_0^{i(0)*}} \left\{ Q(W_0^{i(0)}, H_0^{i(0)*}) \bar{s}_0^{i(0)} + \gamma \left[\right. \right. \\
&\quad \left. \left. p_u^{i(0)} \alpha_1^{i(0)+1}(W_1^{i(0)+1}) + p_m^{i(0)} \alpha_1^{i(0)}(W_1^{i(0)}) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + p_d^{i(0)} \alpha_1^{i(0)-1}(W_1^{i(0)-1}) \right] \right\} \\
&\quad s.t.
\end{aligned} \tag{4.12}$$

$$W_1^{i(0)+1} = W_0 - H_{0u}^{i(0)*} - F_0 + I_0$$

$$W_1^{i(0)} = W_0 - H_{0m}^{i(0)*} - F_0 + I_0$$

$$W_1^{i(0)-1} = W_0 - H_{0d}^{i(0)*} - F_0 + I_0$$

$$W_{\min} \leq W_1^{i(0)+1}, W_1^{i(0)}, W_1^{i(0)-1} \leq W_{\max}$$

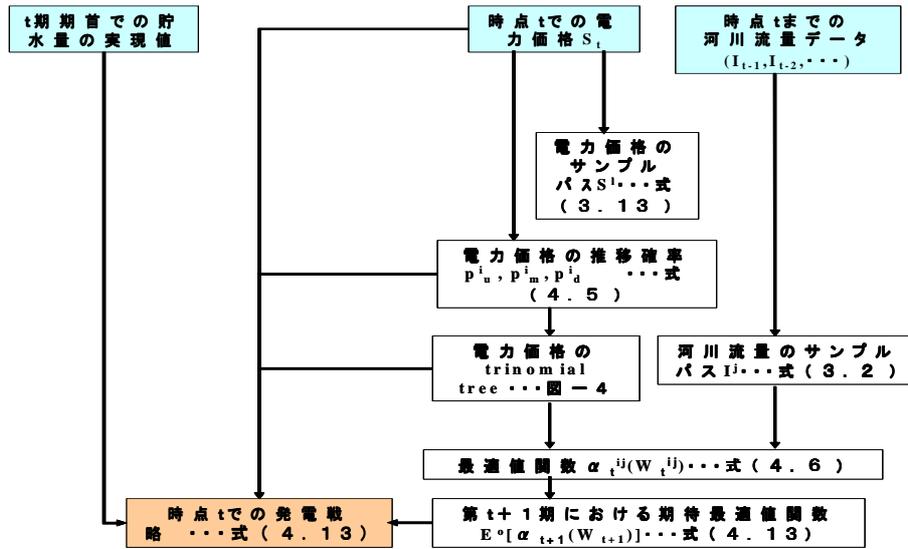


図-7 各期における最適戦略の計算手順

$$H_{\min} \leq H_0^{i(0)*} \leq H_{\max}$$

以上の計算手順を図-6に一括整理している。

各期における最適戦略は、再帰方程式(4.6)をフィードフォワード的に逐次解くことにより求められる。ここで、各期に実現する電力価格、河川流入量の実現値の流列を $(\bar{s}_0^{i(0)}, \bar{I}_0), \dots, (\bar{s}_{N-1}^{i(N-1)}, \bar{I}_{N-1})$ と表そう。いま、初期時点から一定期間が経過し、0期から t 期までの実現値に関する情報 $(\bar{s}_0^{i(0)}, \bar{I}_0), \dots, (\bar{s}_t^{i(t)}, \bar{I}_t)$ が得られたとしよう。さらに、 t 期の期首における貯水量の実現値を $\bar{W}_t^{i(t)}$ と表そう。電力価格が $\bar{s}_t^{i(t)}$ に確定しているため、上付き添え字 $i(t)$ が付加されている。その上で、 t 期の電力価格と河川流入量 $(\bar{s}_t^{i(t)}, \bar{I}_t)$ を初期条件として L 本の電力価格サンプルパスと M 本の河川流量サンプルパスを発生させる。この時、下記の問題を解くことにより、 t 期における最適戦略が求まる。

$$\begin{aligned} & \max_{H_t^{i(t)*}} \left\{ E \left[Q(\bar{W}_t^{i(t)}, H_t^{i(t)*}) \bar{s}_t^{i(t)} + \gamma E^o[\alpha_{t+1}(W_{t+1})] \right] \right\} \\ & = \max_{H_t^{i(t)*} } \left\{ Q(\bar{W}_t^{i(t)}, H_t^{i(t)*}) \bar{s}_t^{i(t)} + \gamma \left[\right. \right. \\ & \quad p_u^{i(t)} \alpha_{t+1}^{i(t)+1}(W_{t+1}^{i(t)+1}) + p_m^{i(t)} \alpha_{t+1}^{i(t)}(W_{t+1}^{i(t)}) \\ & \quad \left. \left. + p_d^{i(t)} \alpha_{t+1}^{i(t)-1}(W_{t+1}^{i(t)-1}) \right] \right\} \end{aligned} \tag{4.13}$$

s.t.

$$W_{t+1}^{i(t)+1} = \bar{W}_t^{i(t)} - H_{tu}^{i(t)*} - F_t^{i(t)} + \bar{I}_t$$

$$W_{t+1}^{i(t)} = \bar{W}_t^{i(t)} - H_{tm}^{i(t)*} - F_t^{i(t)} + \bar{I}_t$$

$$W_{t+1}^{i(t)-1} = \bar{W}_t^{i(t)} - H_{td}^{i(t)*} - F_t^{i(t)} + \bar{I}_t$$

$$W_{\min} \leq W_{t+1}^{i(t)+1}, W_{t+1}^{i(t)}, W_{t+1}^{i(t)-1} \leq W_{\max}$$

$$H_{\min} \leq H_t^{i(t)*} \leq H_{\max}$$

すなわち、 t 期における最適実行戦略 $H_t^{i(t)*}$ は、 t 期における電力価格 $s^{i(t)}$ 、流量 \bar{I}_t に関する情報を獲得した後に計算することになる。 t 期の期首における貯水量 \bar{W}_t を与件として、**図-7**に示すような計算過程を経ることにより、 t 期における最適戦略 $H_t^{i(t)*}$ を求めることができる。つまり、 t 期における最適実行戦略 $H_t^{i(t)*}$ は、 t 期に入り電力価格、流量に関する新しい情報を獲得した後でないと計算できない。

4.4 プロジェクトリスクの評価

水力発電施設の所有者と運営者の間で、発電施設のリース契約を求める問題を考えよう。初期時点における貯水量を W_0 、電力価格 $s^{i(0)}$ 、河川流量の履歴 \mathbf{I}_0 を与件とする。さらに、契約貯水量 $W_N = \underline{W}$ を、当面の間与件と考える。その上で、運営者がリース契約により獲得できる期待収益 $\alpha_0(W_0)$ を求める。運営者は、河川流量、電力価格という2種類のリスクに直面する。まず、河川流量に関して、 M 本のサンプルパスを発生する。さらに、電力価格に関しても、trinomial tree 上における L 本のサンプルパスをモンテカルロシミュレーションにより発生さを求めれば、初期時点における期待収益は次式で与えられる。

$$\alpha_0(W_0) = \left\{ \frac{1}{LM} \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^M \sum_{t=0}^{N-1} \gamma_t Q(W_t^{jl*}, H_t^{jl*}) s_t^l \right\} \quad (4.14)$$

つぎに、プロジェクトリスクを評価するために、シナリオ $(j, l) \in \Xi$ 上における T ($0 \leq T \leq N-1$) 期までの累積収益を、次式のように定義する。

$$B_T^{jl} = \sum_{t=0}^T \gamma_t Q(W_t^{jl*}, H_t^{jl*}) s_t^l \quad (4.15)$$

つぎに、合計 LM 個のシナリオに対して、期間 T までの収益現在価値のサンプル $B_T^{jl} \in \mathbf{B}_T$ を求める。ただし、 $\mathbf{B}_T = \{B_T^{jl} | (j, l) \in \Xi\}$ はサンプル集合である。さらに、期間 T までの収益現在価値を F 個の離散的なカテゴリ $[B_{T_{f-1}}, B_{T_f})$, ($f = 1, \dots, F$) に分割する。ただし、 B_{T_F} は十分大きい正数であり、 $0 = B_{T_0} < B_{T_1} < \dots < B_{T_f} < B_{T_{f+1}} < \dots < B_{T_F} < \infty$ が成立する。その上で、各カテゴリ f が出現する相対頻度 R_f ($f = 1, \dots, F$) を

$$R_f = \frac{\#\{(j, l) \in \Xi | B_{T_{f-1}} \leq B_{T_{ij}} < B_{T_f}\}}{LM} \quad (4.16)$$

と定義する。以上で求めた相対頻度分布 R_f ($f = 1, \dots, F$) は、期間 T までの収益リスクを表す確率密度関数 $\rho(B_T | S_0, W_0, I_{-1})$ の離散近似を与える。期間を N に設定すれば、契約開始時点で評価したリース契約の収益リスクを評価することが可能となる。

さらに，期間 T までの累積収益 B_T の $100(1-2\alpha)\%$ 信頼区間に関しては，標本順序統計量

$$\underline{B}_T(\alpha) = \arg \sup_{B_T^*} \left\{ \frac{\#\{(j, l) \in \Xi | B_{Tjl} \leq B_T^*\}}{LM} \leq \alpha \right\} \quad (4.17)$$

$$\overline{B}_T(\alpha) = \arg \inf_{B_T^{**}} \left\{ \frac{\#\{(j, l) \in \Xi | B_{Tjl} \geq B_T^{**}\}}{LM} \leq \alpha \right\} \quad (4.18)$$

を用いて定義できる．なお，記号「arg」は，操作「sup」，あるいは「inf」を達成する変数値を指示する記号である．たとえば，式(4.17)の場合，右辺が満足するような B_T^* の上界値を指示している．

4.5 最適リース契約モデルの特定化

契約締結時点（**図-2** の時点 t_A ）では，初期時点 t_0 における河川流量履歴 \mathbf{I}_0 と電力価格 S_0 に関する情報を獲得できない．そこで，契約開始時点における河川流量履歴 \mathbf{I}_0 と電力価格 S_0 の確率分布 $Z(\mathbf{I}_0)$ ， $X(S_0)$ を求める必要がある．それぞれ，河川流量の確率過程 (3.2)，電力価格の確率過程 (3.10) を用いて，十分な数のサンプルパスを発生しよう．その上で，状態変数に関する相対頻度関数 $\tilde{Z}(\mathbf{I}^k)$ ， $\tilde{X}(s^i)$ を求めることができる．この時，契約時点で評価した期待収益 $\Pi(W_0, W_0)$ は，

$$\begin{aligned} \Pi(W_0, W_0) &= \sum_{k=0}^{K_I} \sum_{i=1}^{K_S} \alpha_0(W_0 : W_0, \mathbf{I}^k, s^i) \tilde{Z}(\mathbf{I}^k) \tilde{X}(s^i) \end{aligned} \quad (4.19)$$

と近似できる．期待収益 (4.19) を求めるためには，初期河川流量と初期電力価格の組み合わせ (\mathbf{I}^k, s^i) のそれぞれに対して，最適値関数 $\alpha_0(W_0 : W_0, \mathbf{I}^k, s^i)$ を求めることが必要となる．リース契約期間を所与とすれば，最適水力発電契約モデルは，式 (3.16a), (3.16b) で定式化できる．

5 適用事例

5.1 適用事例の概要

以上で定式化したモデルを，Oroville Damにおける水力発電問題に適用しよう．Oroville Damは，アメリカ合衆国 California州に立地するアースフィルダムである．同ダムは，1968年に建設され，California州政府水資源局 (the State of California Department of Water : DRW) が所有・運用している．Oroville Damの設計諸元は，以下に示すとおりである．

- 最大貯水量： $W_{\max} = 3.5 \times 10^9 \text{m}^3$
- 最小貯水量： $W_{\min} = 5 \times 10^8 \text{m}^3$
- 最大生産用水量： $H_{\max} = 2 \times 10^8 \text{m}^3/\text{月}$
- 最小生産用水量： $H_{\min} = 2 \times 10^7 \text{m}^3/\text{月}$
- ダムの高さ：210m
- ダムのパラメータ： $K_1 = 2 \times 10^{-7}, K_2 = -20$

同ダムでは水力発電施設が運用されており，DRWとSouthern Cal Edison社（以下，SCE社と呼ぶ）との間に電力の直接取引契約が締結されている．以下，適用事例でとりあげる直接契約をDWR-SCE契約と呼ぶ．同ダムは，現在，DRWにより所有，運営されており，特定の事業者との間にリース契約が結ばれているわけではない．本研究では，ある特定の事業者が，同ダムをリース契約で運用した場合を想定しよう．さらに，リース契約における運営者を，仮にDRWと呼ぶこととする．以下で述べるDRWは，このような仮想的リース契約における運営者を意味することを断っておく．DRWが獲得できるリース料収益と，現在実施されている売電契約における収益を比較する．適用事例では，契約期間を2年間とする．議論の簡単化のために，契約時点と初期時点が一致していると考える．運営者は週単位で当該期における発電スケジュールを決定する．したがって，契約期間は合計104個の単位期間に分割される．なお，本適用事例で，Oroville Damを選択した理由は，California州における電力市場の価格データが入手可能なことと，同ダムに流入するFeather Riverの河川流量データが公開されていることによる．

5.2 入力情報の作成

電力価格過程がDeng and Jian過程（式(3.10)参照）に従う場合，電力価格 S_t の対数差分 x は，確率密度関数

$$p(x \mid \alpha, \beta, \delta, \mu) = \frac{\alpha \cdot \frac{(x-\mu)^{(\alpha)}}{(x-\mu)} e^{-\frac{1}{\delta}(x-\mu)^{(\alpha)}}}{\delta\beta \cdot (1 + e^{-\frac{1}{\delta}(x-\mu)^{(\alpha)}})^{1+\frac{1}{\beta}}} \quad (5.1)$$

に従って分布する．ここで

$$x^{(\alpha)} = \begin{cases} x^\alpha & x > 0 \text{ の場合} \\ 0 & x = 0 \text{ の場合} \\ -(-x)^\alpha & x < 0 \text{ の場合} \end{cases} \quad (5.2)$$

が成立する．Deng and Jian²⁰⁾は，California州電力市場における1998年4月1日から2000年3月31日までの2年間の日次の価格データを用いて，電力価格過程のボラティリティの確率分布(5.1)のパラメータの推定値 $\alpha = 0.6124, \beta = 0.8819, \delta = 0.1901, \mu = -0.0226$ を得ている．本事例は単位期間を1週間に設定しているが，式(4.5a)-(4.5c)を用いて電力価格の週単位における推移確率を表現できる．

ついで，Feather Riverの流量データに基づいて，河川流量の時系列過程を推計した．その際，標準的なBox-Jenkins法^{23),24)}の手順に従い，時系列過程(3.2)の同定，ならびに推定を試みた．初期値 I'_0 と $\varepsilon_0 = 0$ を所与とすると，条件付対数尤度関数は

$$\begin{aligned} \ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}, \sigma_{I'}^2) &= \ln f(I'_t, I'_{t-1}, \dots, I'_1 | I'_0, \varepsilon_0 = 0; \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}, \sigma_{I'}^2) \\ &= -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln(\sigma_{I'}^2) - \sum_{t=1}^T \frac{(I'_t - \hat{I}'_t)^2}{\sigma_{I'}^2} \end{aligned} \quad (5.3)$$

となる．ただし， $\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}$ は，それぞれ自己回帰係数ベクトル，移動平均係数ベクトル， \hat{I}'_t は I'_t の推定量であり， I'_1 は観測値である．さらに，赤池の情報量基準²³⁾

$$\begin{aligned} AICC &= -2 \ln \mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\phi}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}, S(\hat{\boldsymbol{\phi}}, \hat{\boldsymbol{\theta}})/n) \\ &\quad + 2(p+q+1)n/(n-p-q-2) \end{aligned} \quad (5.4)$$

を用いて，最終的なモデル形式を選択した．ただし， $S(\hat{\boldsymbol{\phi}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) = \sigma_{I'}^2 \sum_{t=1}^T \frac{(I'_t - \hat{I}'_t)^2}{E(I'_t - \hat{I}'_t)^2}$ である．以上の結果，最終的にSARIMA(1, 0, 1) × (0, 1, 0)₅₂が選ばれた．周期52の季節成分を除去した流量過程 I_t は，時系列の長期定常平均値 I_{tA} と長期定常平均値からの偏差 I'_t の和で表せる．偏差 I'_t 過程は，過去の時系列データより

$$I'_t = \phi I'_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.5)$$

と表される．ここで， ϕ は自己回帰係数， θ は移動平均係数を表し， ε_t は平均0，分散 σ_I^2 を持つ正規分布に従うホワイトノイズ過程である．表-1に，SARIMA(1, 0, 1) × (0, 1, 0)₅₂モデルの最尤推定量を示している．SARIMA(1, 0, 1) × (0, 1, 0)₅₂を用いて河川流量の長期定常平均からの乖離成分 I'_t をランダムに発生させ²³⁾，河川流量の長期定常平均値 I_{tA} を補正することにより，河川流量のサンプルパス I_t を作成した．

表-1 推定結果

推定量	推定値	標準偏差	t 値
ϕ	0.692	0.118	6.190
θ	0.565	0.153	3.693
σ_I^2		0.086	
SS/T		0.086	
AICC		27.541	

注) SS/T は平均残差 $\sum_{t=1}^T (I'_t - \hat{I}'_t)^2/T$ を表す。

5.3 最適契約貯水量

流量のシナリオはOroville Damに流入するFeather Riverのデータをもとに、1000個のサンプルパスを発生させた。電力価格シナリオもカリフォルニア州の過去2年間のデータに基づいて、1000個のサンプルパスを発生した。その結果、河川流量リスク、電力価格リスクを組み合わせた合計100万個の計算シナリオを作成した。価格のtrinomial treeは、[0.01ドル/KWH, 0.95ドル/KWH]の範囲で、最大50個のノードを用いてtreeを展開した。貯水量に関しては、貯水可能範囲 $[W_{\min}, W_{\max}]$ を100個の単位区間に分割した。以上の計算スキームの下で、4.(3)で提案した方法により期待収益最大化問題を解いた。本研究でとりあげるリース契約では、事業者が契約期間の期首において利用できる貯水量と、契約終了時において確保すべき貯水量（契約貯水量）が契約書に規定されている。さらに、リース契約が反復的に継続されるため、初期貯水量は契約貯水量に一致する。このようなリース契約では、事業者はリース契約期間中における河川流入量のみ利用可能である。契約貯水量の増加は、全期間にわたる平均水位の増加を意味する。平均水位の増加によって、タービンの発電効率が改善される。従って、契約貯水量の増加に従い、期待収益も増加する。しかし、契約貯水量が大きすぎると、契約期間の末期において高い水準の水位を確保することが必要となり、契約末期において実際に発電に使える水量が少なくなる。その結果、資源としての貯水量の期間配分にける効率性が低下する。このため、契約貯水量がある最適契約貯水量を超えると、動学的資源配分の効率性が低下するデメリットが、発電効率の改善のメリットを上回り、事業者の期待収益が減少することになる。図-8には、本適用事例における契約貯水量と期待収益の関係を示している。同図に示すように、契約貯水量が小さい間は、契約貯水量を増加するほど事業者の期待収益は増加する。しかし、期待収益が最大値に達した後は、契約貯水量を増加するほど期待収益は逆に減少する。以上の結果より、Oroville Damをリース契約で運用した場合、DRWが期待できる最大のリース料金収益 $\Pi(W, W)$ は 1.93×10^8 ドルであり、最適契約貯水量 W は $2.32 \times 10^9 m^3$ であることが判明した。

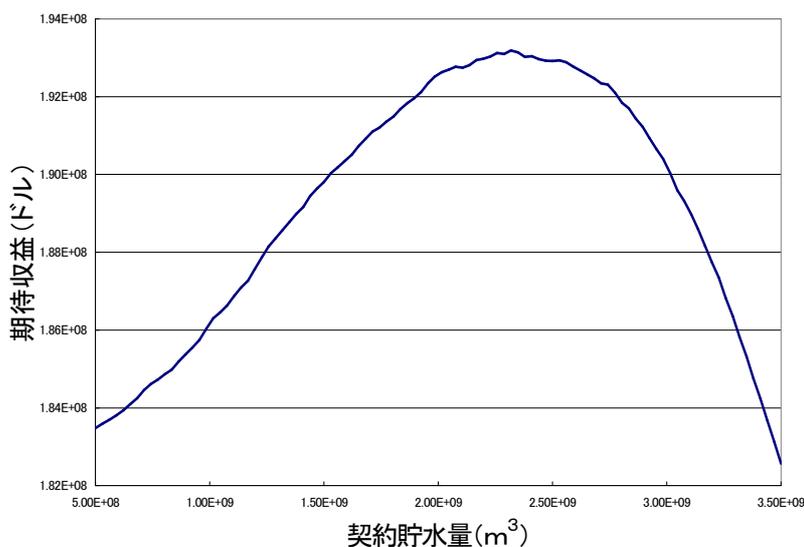


図-8 契約貯水量と期待収益の関係

5.4 最適発電戦略の導出

本研究で定式化した期待収益最大化モデルでは、1) 契約期間が比較的短期間に固定されているリース契約を想定している。2) 河川流量が過去の水量に依存する時系列過程で表現されているという特徴がある。このため、最適発電戦略は定常戦略とはならず、電力価格、河川流量過程の実現値に依存する経路依存的ルールとして与えられる。さらに、河川流量が時系列過程 SARIMA(1, 0, 1) × (0, 1, 0)₅₂ に従うため、最適発電戦略が当該期の河川流量だけでなく、過去の河川流量にも依存することになる。このため、最適発電戦略を、単純な状況依存的ルールとして明示的に表現することが不可能である。したがって、契約期間中の任意の期間において、当該期における最適戦略を求めるためには、契約時点から現在までの河川流量過程、電力価格過程の実現結果を初期条件として、契約終了期を目標とする期待収益最大化モデルを逐次解くことが必要となる。このように、最適発電戦略が、経路依存的になるため、最適発電戦略のすべてを網羅的に記述することは不可能となる。したがって、ここでは、河川流量過程、電力価格過程として、あるサンプルパスを発生させる。その上で、河川流量過程、電力価格過程が、サンプルパスのように実現した場合、「どのような最適発電戦略が、結果として採用されたか」を示すこととする。

初期契約時点を起点とする最初の単位期間（以下、第0期と呼ぶ）に着目し、当該期間における最適発電戦略を求めよう。初期契約時点においては、過去の河川流量過程、電力価格過程はすべて確定している。これらの過程の実現値を与件として、初期契約時点以降の河川流量過程のサンプルパスを発生させる。さらに、前述したように、契約終了時貯水量の最適契約貯水量 W を $2.32 \times 10^9 m^3$ に設定した。その上で、4. (1) で述べた線形近似手法を用いて、初期契約時点での最適値関数を求めた。図-9には、初期貯水量と期待収益

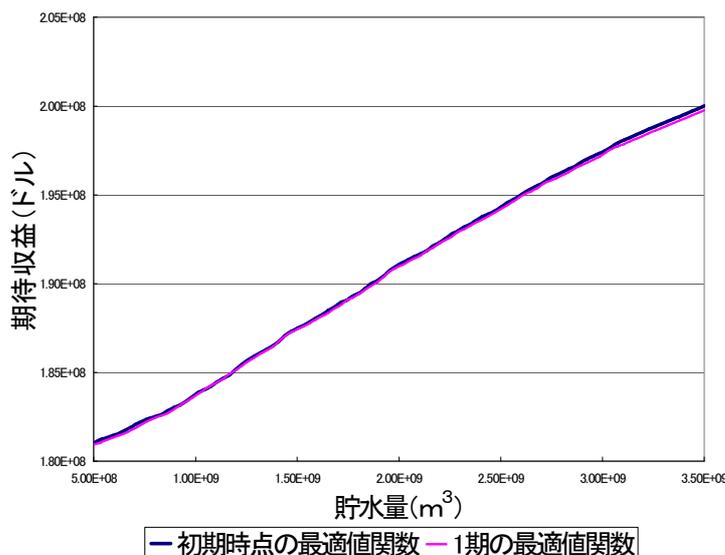


図-9 初期時点の最適値関数及び1期の期待最適値関数

の最大値（初期時点における最適値関数値）の関係を示している。同図より明らかなように、最適値関数が必ずしも大域的に凹関数である保証がないことが理解できる。初期契約時点における貯水量は、最適契約貯水量 W に一致する。したがって、初期時点における期待収益の最大値は 1.93×10^8 ドルとなる。さらに、初期時点より単位期間進んだ第1期における期待最適値関数 $E^\circ[\alpha_1(W_1)]$ （式(4.11)参照）を求めた結果を同じく図-9に示している。初期契約時点における電力価格は確定している。したがって、初期契約時点における電力価格の実現値を式(4.11)に代入することにより、河川流量と最適発電水量の関係を求めることができる。図-10は、第0期における河川流量と最適発電水量、および0期末貯水量の関係を示している。本ケースでは、第0期において貯水池の水位を高めることが優先され、最大貯水量に達するまで最小発電水量を用いて発電することが最適戦略となっている。最大貯水量に達するために必要以上の河川流量があるとき、余った流量だけを発電に使う。さらに、その余った河川流量が最大発電水量を上回る場合限り、最大発電水量を上回る河川流量を余剰水量として放流する。その場合、第0期末の貯水量及び発電用水量はそれぞれ最大貯水量、最大発電水量に一致する。ただし、第1期以降の各期における発電戦略は、第1期から当該期までの河川流量過程に依存するため、最適発電戦略を図-10のような単純な状況依存的ルールとして表現できない。第2期以降の最適発電戦略は、当該期までの河川流量過程に依存するような経路依存的最適戦略となる。

いま、図-11に示すような河川流量過程、電力価格過程が実現する場合を考えよう。同図に示す河川流量過程、電力価格過程は、初期契約時点における最適値関数を求めるために発生させた100万個のサンプルパスの中の1つを実現過程としてとりあげたものである。このような実現過程は、契約終了期において、結果的にその全容が明らかになる。換

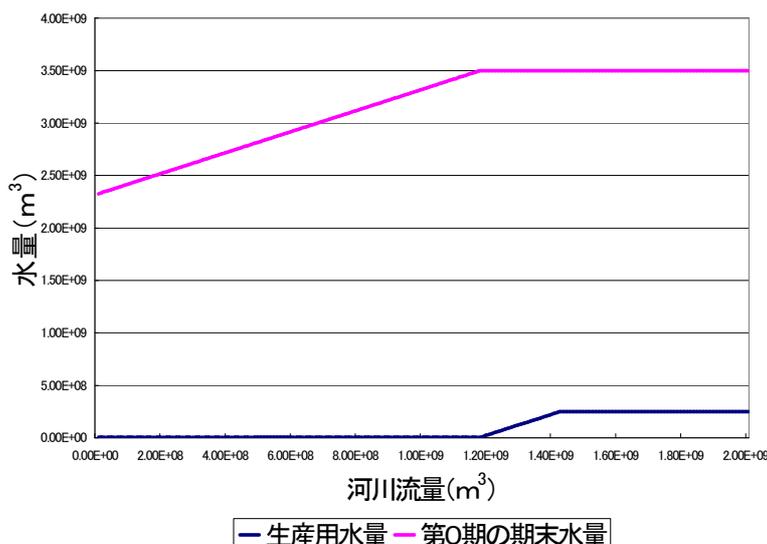


図-10 第0期の最適発電戦略

言すれば、契約期間中の任意の期では、その期までの実現過程に関しては既知であるが、それ以降の期に関する実現過程に関する情報は利用できない。したがって、第2期以降の任意の t 期の最適戦略に関しては、 $t-1$ 期末までの河川流量過程と電力価格過程に関する情報を与件として、当該期を初期時点と考えた期待収益最大化モデルを解くことが必要となる。すなわち、第1期の場合と同様に、1) t 期以降の河川流量過程と電力価格に関するサンプルパスを発生させる。2) 4. (1) で述べた線形近似手法を用いることにより、 t 期における最適値関数を求める。3) 当該期より単位期間進んだ第 $t+1$ 期における期待最適値関数 $E^\circ[\alpha_{t+1}(W_{t+1})]$ を求める。4) t 期の期首における電力価格の実現値を式(4.13)に代入することにより、河川流量と最適発電水量の関係を求める。河川流量過程と電力価格過程が図-11に示すように進展する場合、各期において上述の方法を用いて最適戦略を逐次解くことにより得られた最適戦略（生産水量）も同図に併記している。河川流量過程が図-11に示すように進展した場合、初期契約時点直後の期間では、最適発電水量が河川流量を下回っている。これは貯水池の水位を上げ、期間全体の発電効率を良くするためである。本シミュレーションケースでは、第13週までに、河川流量が最大発電水量を上回り、それにより貯水量も徐々に最大貯水量まで上がっていく。第23週から、乾期に入り、長い期間に亘って河川流量が減少する。このような期間では、基本的には、電力価格と河川水量に依存して、生産用水量（発電量）を小刻みに変化させるという戦略が採用されている。第62週以降、乾季が終了し、再び河川流量が増加している。河川流量が増加することが予測される場合、それに先立って、発電水量を河川流入量以上に増加させ、貯水余力を増加する戦略が採用される。特に、河川流量が再びピークとなる期間では、発電水量を最大にしなが、余剰の河川流量を貯蔵する戦略が採用されている。それ以降暫くは、最大貯

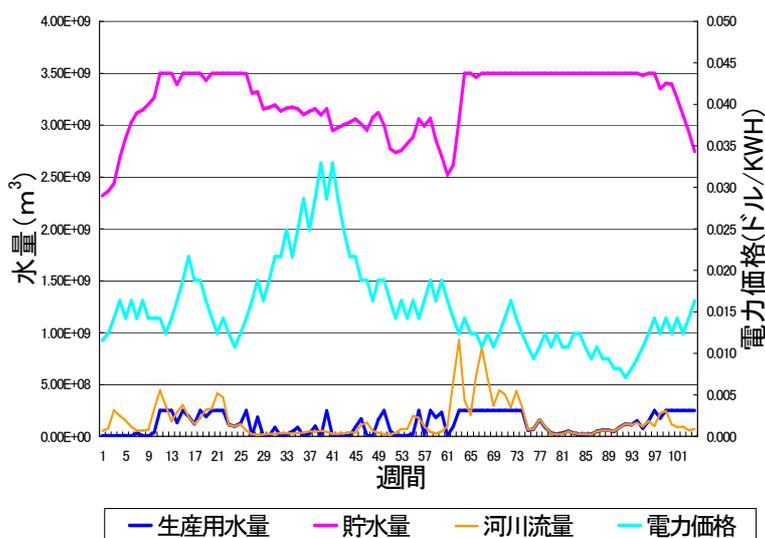


図-11 最適発電戦略の実績例

水量を維持しながら、河川流量分だけを電力生産に使用する。また、契約終了期に先立って、発電水量を河川流量以上に増やし、貯水量を契約貯水量まで減少させていく。このように、最適発電戦略は、単純な状況依存的ルールとして求まるのではなく、河川水量、電力価格、及び契約終了までの期間長に応じて、絶えず発電量を調整するような経路依存的戦略となる。

以上の最適戦略は、サンプルとしてとりあげた実現過程に対してのみ成立する事項である。最適戦略は、河川流量過程、電力価格過程の実現過程に依存する経路依存的戦略となる。河川流量過程と電力価格過程に不確実性が存在するため、事業収益にもリスクが存在する。図-12には、契約期間中の任意の T 期とその期までの累積収益の（初期契約時点で評価した）現在価値 B_T^I の関係を示している。河川流量と電力価格にボラティリティが存在するため、電力事業の累積収益にはリスクが存在する。同図には、累積収益の 90% 信頼区間を示している。実線で示した曲線は期待累積収益を示している。

5.5 直接取引契約

以上でとりあげたリース契約では、運営者がすべてのマーケットリスクを負担する構造になっている。多くの水力発電施設では、特定の企業との間で電力の直接取引契約を締結している場合が少なくない。例えば、Oroville Dam では、DWR-SCE 契約により、電力の直接取引が実施されている。同契約では、SCE 社の要求に応じて、DRW が電力を固定価格で売却する。すなわち、SCE 社は、DRW との直接取引契約を通じて、電力価格リスクをヘッジすることが可能になる。一方、運営者が SCE 社の要求に応じられない場合には一定額のペナルティが支払われる。このような直接取引契約により、DRW と SCE 社は、

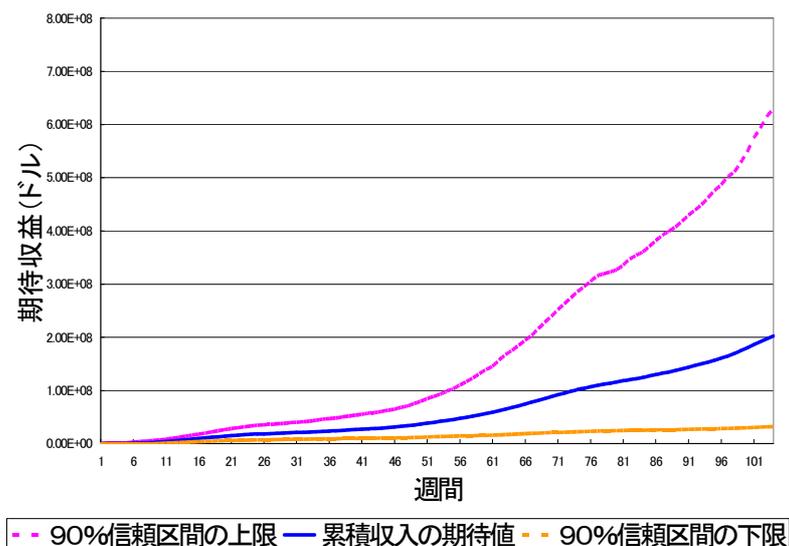


図-12 累積収益リスクの定量評価

互いにマーケットリスクを分担することが可能となる。このように電力の直接取引により、運営者はリスクポジションを改善することが可能となる。以下では、運営者と企業の間において、2種類の直接取引契約が締結される場合をとりあげる。すなわち、2. (4) で言及したように、1) 企業が一定量の電力を固定価格で購入するような固定売電契約、2) 企業が固定価格で電力を購入する権利を持つオプション契約に着目する。いずれの場合においても、運営者は余剰電力を、電力市場において市場価格で売却することが可能である。ただし、運営者が契約の履行ができない場合には、あらかじめ契約に記載されたペナルティが企業に支払われることになる。なお、現実の DRW-SCE 契約では、SCE 社は電力購入量を任意に決定できる。このような直接取引契約では、DRW は電力価格リスク、河川流量リスク以外にも、直接取引における電力購入量リスクという新たなリスクに直面することになる。以下でとりあげる直接取引契約の構造は、DWR-SCE 契約より単純な内容になっている。しかし、2つのプロトタイプモデルを取り上げることにより、直接取引契約が有するリスク分担構造をより明確に分析することが可能となる。

5.5.1 固定売電契約

固定売電契約は、企業が契約期間にわたって、一定量の電力 Q_C (週単位) を固定価格 ρ_C で購入することを約束するような契約である。ただし、運営者が契約通りの電力を供給できない場合、運営者は企業にペナルティ (週単位) $P_C \times (Q_C - Q)$ を支払う。ただし、 $Q \leq Q_C$ を満足する。この時、 t 期における最適値関数 $\alpha_t^o(W_t)$ ($t = 0, \dots, N$) は、次式で表

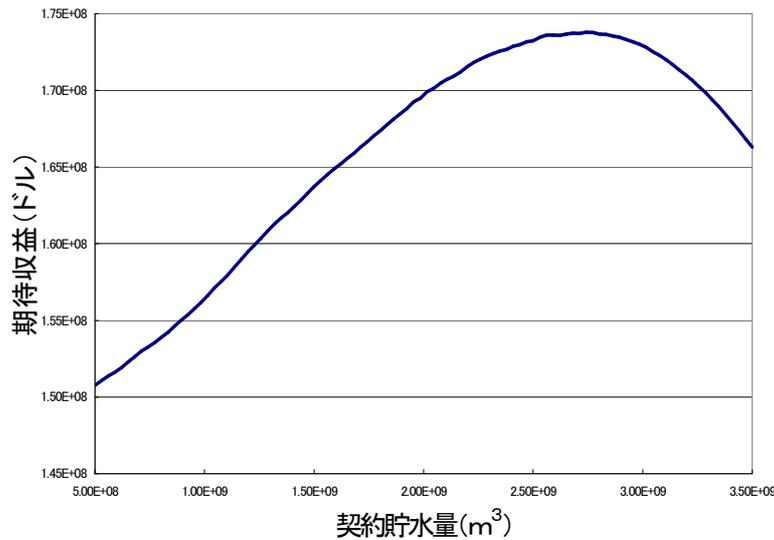


図-13 最適契約（固定売電契約）

せる。

$$\begin{aligned} \alpha_t^\circ(W_t) = \max_{H_t} \left\{ E \left[\rho_C \cdot \min[Q_C, Q(W_t, H_t)] \right. \right. \\ \left. \left. + S_t \cdot \max[(Q(W_t, H_t) - Q_C), 0] \right. \right. \\ \left. \left. + P_C \cdot \min[(Q(W_t, H_t) - Q_C), 0] \right. \right. \\ \left. \left. + \gamma \alpha_{t+1}^\circ(W_t - H_t - F_t + I_t) \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.6)$$

運営者と企業の間で固定売電契約が締結された場合においても、最適値関数として式(5.6)を用いる点を除いては、最適水力発電契約モデルの解法をそのまま用いることができる。この問題のサンプルパス $(j, l) \in \Xi$ に対する最適戦略を $\mathbf{H}^{j,l}$ と表そう。さらに、 $\mathbf{H}^{j,l}$ の下で実現する貯水量系列を $W_t^{j,l}$ ($t = 0, \dots, N-1$) と表す。

再び、DWR-SCE 契約を分析対象として取り上げよう。数値計算にあたっては、固定電力価格 ρ_C として、電力価格の長期平均値 $E[S_t]$ を用いる。DWR は、各期において次の期に SCE 社に電力が供給可能かどうかを決定し、その結果を同社に通告する。ペナルティー P_C は $t-1$ 期で予測した t 期における期待電力価格 $E[S_t|S_{t-1}]$ と固定価格の差額に設定される。ただし、 t 期の期待電力価格が固定価格を下回る場合はペナルティが発生しない。したがって、

$$P_C = \max\{E[S_t|S_{t-1}] - \rho_C, 0\} \quad (5.7)$$

となる。いま、電力の固定供給量を $Q_C = 6 \times 10^7$ KWH、固定価格を $\rho_C = 0.035$ ドルに設定しよう。図-13には契約貯水量と期待収益の関係を示した。このケースでの最適契約貯水

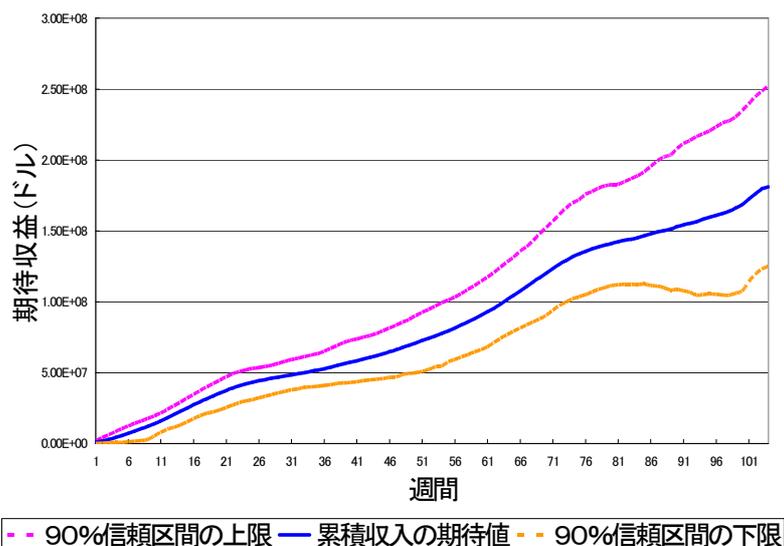


図-14 収益リスクの定量評価（固定売電契約）

量 W は $2.74 \times 10^8 m^3$ となる。図-14には、初期時点からリース契約の任意の期までにDWRが獲得する累積期待収益の現在価値を求めた結果を示している。同図を、先に示した図-12と比較することにより、固定売電契約の締結によってDWRの収益リスクが減少することが理解できる。

固定供給量 Q_C をパラメータとして変化させ、リース契約を通じたDWRの期待収益の現在価値とリスク（標準偏差）の関係を図-15及び表-2に表している。固定売電量 Q_C が0から 10×10^7 KWHまで増加するに従い、期待収益とリスクの値が図-15の点Aから点Dまで移動する。点Aより、固定売電量 Q_C を増加することにより、DWRの期待収益は増加し、標準偏差（リスク）も減少する。固定供給量が $Q_C = 2 \times 10^7$ KWHの時（点B）、DWRの期待収益が最大となる。一方、 $Q_C = 6 \times 10^7$ KWHに設定した場合（点C）、DWRのリスクが最小となる。さらに、固定供給量が増加した場合、DWRの期待収益が減少すると同時に、リスクも増加する。DWRの立場にたてば、固定売電量 Q_C を効率的フロンティア（点Bと点Cの間に位置する部分）の範囲内に決定することが望ましい。さらに、固定価格 p_C として、0.01ドル/KWHから0.05ドル/KWHまで、0.01ドル/KWH刻みに5通りのケースを設定すると同時に、固定供給量 Q_C をパラメータとして変動させることにより、期待収益の現在価値とリスク（標準偏差）の関係がどのように変化するかを分析した。その結果を、図-16に表している。図中、いずれの固定料金の場合においても、点Aが固定供給量 Q_C がゼロの場合を示している。固定料金が十分大きい場合（0.04ドル/KWH, 0.05ドル/KWHの場合）、固定供給量をゼロから増加させることにより、DWRの期待収益が増加し、リスクが減少する領域が現れる。しかし、固定料金が0.01-0.03ドル/KWHの場合、固定売電契約を導入することにより、DWRの期待収益が減少することが理解できる。

表-2 期待収益と標準偏差の関係

固定売電量 (10^7 KWH)	最適契約貯水量 ($10^9 m^3$)	期待収益 (10^7 ドル)	標準偏差 (10^7 ドル)
0	2.32	20.15	23.67
1	2.29	20.26	20.27
2	2.32	20.68	17.16
3	2.32	19.88	12.12
4	2.56	19.52	9.002
5	2.74	18.87	6.57
6	2.74	18.22	5.22
7	2.77	17.28	6.15
8	2.74	16.16	8.52
9	2.74	15.14	11.37
10	2.74	13.89	14.88

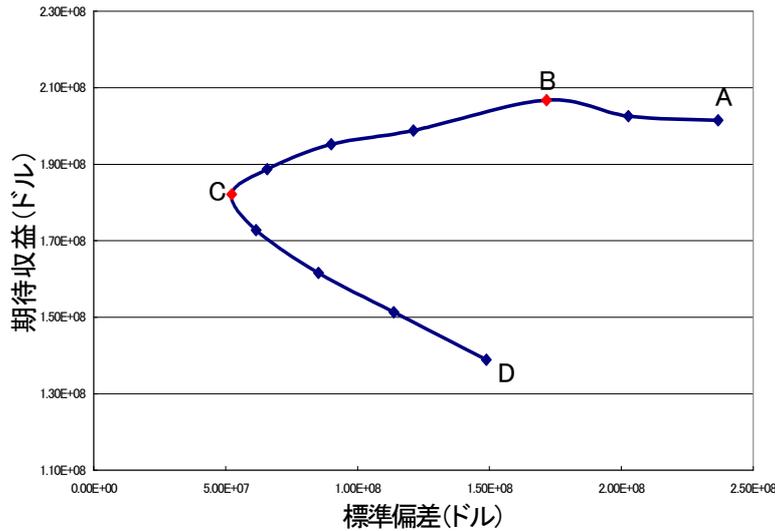
つぎに、SCE社が固定売電契約を締結する動機に関して分析する。固定売電契約が成立するためには、少なくとも契約に参加することにより、SCE社のリスクポジションが改善される必要がある。SCE社の電力購入計画に関する情報が入手可能でないため、固定売電契約の締結によるSCE社の収益リスクの変化は分析できないが、期待収益の改善効果に関しては分析可能である。ただし、SCE社の消費電力に対し、固定供給量が常に下回る場合を想定しよう。固定売電契約に対する同社の参加条件を検討するために、固定売電契約加入後のSCE社の期待収益の変化を評価しよう。そこで、すべてのシナリオ $(j, l) \in \Xi$ に対して、最適戦略 H^{jlo} を求めれば、期待収益の変化 β° は、

$$\beta^\circ = \frac{1}{LM} \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^M \sum_{t=0}^{N-1} \gamma_t \left[(s_t^l - \rho_c) \min\{Q_C, Q(W_t^{jlo}, H_t^{jlo})\} + P_C \max\{Q_C - Q(W_t^{jlo}, H_t^{jlo}), 0\} \right] \quad (5.8)$$

と評価できる。図-17は、式(5.8)を用いてSCE社の期待収益の変化を分析した結果を表している。図中に示す点A,B,C,Dは、図-15に示す各点と対応している。点Bと点Cの間はDWRの効率的フロンティアである。同図から明らかなように、固定売電量が 5×10^7 KWHを越えると、SCE社にとって固定売電契約を締結することが有利となる。

5.5.2 オプション契約

オプション契約は、企業が契約期間にわたって、一定量の電力 Q_o (週単位) を固定価格 ρ_o で購入する権利 (オプション) を獲得するような契約である。企業は電力の市場価格 S_t が固定価格 ρ_o を上回る場合、オプションを行使して運営者から電力量 Q_o を購入すること



注) 点Bと点Cの間にある範囲が、効率的フロンティアとなる。

図-15 固定契約の期待収益と標準偏差の関係

が可能である。運営者が契約通りの電力を供給できない場合、運営者は企業にペナルティ (週単位) $P_o \times (Q_o - Q)$ を支払う。ただし、 $Q \leq Q_o$ を満足する。この時、 t 期における最適関数 $\alpha_t^{**}(W_t)$ ($t = 0, \dots, N$) は、

$$\begin{aligned} & \alpha_t^{**}(W_t) \\ &= \max_{H_t} \left\{ E \left[\min\{S_t, \rho_o\} Q(W_t, H_t) \right. \right. \\ & \quad + \delta_{S_t, \rho_o} (S_t - \rho_o) \max[(Q(W_t, H_t) - Q_o), 0] \\ & \quad + \delta_{S_t, \rho_o} \{ P_o \min[(Q(W_t, H_t) - Q_o), 0] \\ & \quad \left. \left. + \gamma \alpha_{t+1}^{**}(W_t - H_t - F_t + I_t) \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.9)$$

となる。ただし、 δ_{S_t, ρ_o} は $S_t \geq \rho_o$ の時に1、そうでない時に0となるダミー変数である。市場価格が固定価格より高いとき、式(5.9)において、右辺第1項は、固定価格で電力を売却することにより獲得する収益、第2項は余剰電力を市場価格で売却することにより得られる収益の増加分、第3項はペナルティー支払い (負の値をとる) を表す。オプション契約場合も、最適関数として式(5.9)を用いる点を除いては、最適水力発電契約モデルの解法をそのまま用いることができる。この問題のシナリオ $(j, l) \in \Xi$ に対する最適戦略を \mathbf{H}^{jl**} と表そう。さらに、 \mathbf{H}^{jl**} の下で実現する貯水量系列を W_t^{jl**} ($t = 0, \dots, N - 1$) と表そう。このとき、初期時点における運営者の期待収益は

$$\alpha_o^{**}(W_0) = \frac{1}{LM} \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^M \sum_{t=0}^{N-1} \gamma_t \pi_t^{jl**}$$

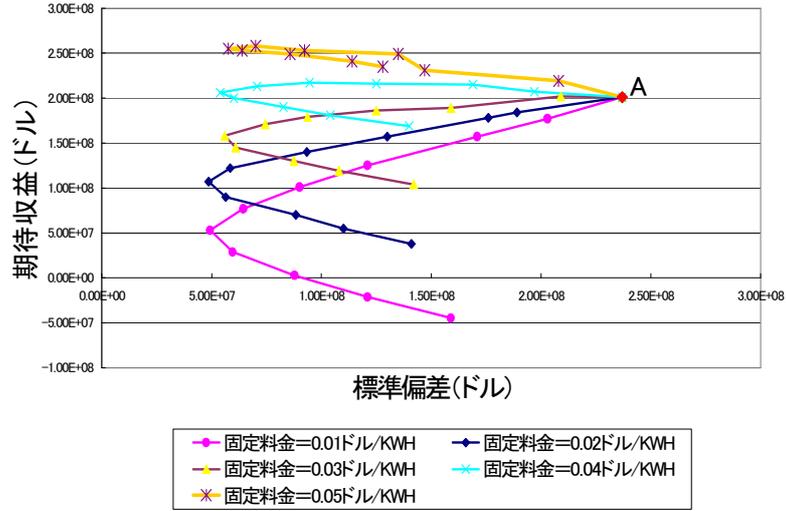


図-16 固定料金が効率的フロンティアに及ぼす影響

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{LM} \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^M \sum_{t=0}^{N-1} \gamma_t \left[\min\{s_t^l, \rho_o\} Q(W_t^{jl**}, H_t^{jl**}) \right. \\
 &\quad + \delta_{s_t^l, \rho_o} (s_t^l - \rho_o) \max\{Q(W_t^{jl**}, H_t^{jl**}) - Q_o, 0\} \\
 &\quad \left. + \delta_{s_t^l, \rho_o} P_o \min\{Q(W_t^{jl**}, H_t^{jl**}) - Q_o, 0\} \right] \tag{5.10}
 \end{aligned}$$

で与えられる。ただし、 π_t^{jl**} は、サンプルパス $(j, l) \in \Xi$ 上で定義されたオプション契約の下で運営者が獲得する収益である。一方、企業はオプション契約を導入することにより、追加的期待収益

$$\begin{aligned}
 \beta_o^{**} &= \frac{1}{LM} \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^M \sum_{t=0}^{N-1} \gamma_t \delta_{s_t^l, \rho_o} \\
 &\quad \left[\max\{s_t^l - \rho_o, 0\} Q_o \right. \\
 &\quad \left. + \max\{P_o\{Q_o - Q(W_t^{jl**}, H_t^{jl**})\}, 0\} \right] \tag{5.11}
 \end{aligned}$$

を獲得する。 β_o^{**} はオプション契約の価値を表し、式(5.11)より非負の値をとる。いま、オプション契約を締結する際に、企業が運営者にオプション契約価格 β_o^{**} を支払うと考えれば、運営者が獲得する期待収益 $ER(W_0)$ と収益リスク $V(W_0)$ は

$$ER(W_0) = \alpha_o^{**}(W_0) + \beta_o^{**} \tag{5.12a}$$

$$V(W_0) = \frac{\sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^M \{\gamma_t \pi_t^{jl**} - \alpha_o^{**}(W_0)\}^2}{LM} \tag{5.12b}$$

と表せる。

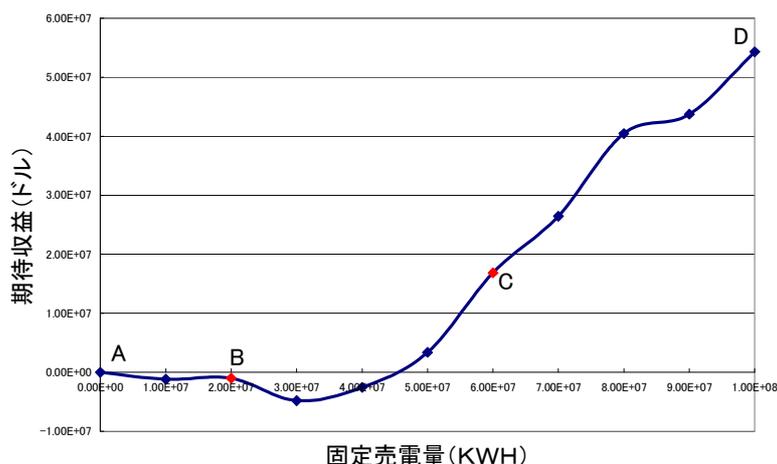


図-17 SCE社の期待収益の変化

固定電量 Q_0 を一定にして、オプションの固定価格とオプション契約の価値の関係を分析した。図-18に示すように、固定価格が増加するとオプション契約の価値は減少する。また、固定価格を一定とすれば、固定電量が増加するほど、オプション価値は増加する。さらに、式(5.12a),(5.12b)を用いて、固定価格 ρ_0 を0.01ドル/KWHから0.05ドル/KWHまで変化させ、固定電量 Q_0 を変化させることにより、DWRの期待収益の現在価値とリスク(標準偏差)の関係がどのように変化するかを分析した。その結果を、図-19に表している。各ケースにおいて、点Aが固定電量 Q_0 が0の場合と対応している。点Aより、固定電量 Q_0 を増加させることにより、DWRの期待収益は増加する。ただし、標準偏差(リスク)については、固定電量 Q_0 がある値になるまでは減少するが、その後は増加に転じる。その点はリスク最小点であり、固定電量 Q_0 をそれ以上増やすことにより、期待収益とリスクの効率的フロンティアが得られる。また、固定価格 ρ_0 が小さいほど、効率的フロンティアが左上方向に移動し、同じリスクでの期待収益が大きくなることが理解できる。

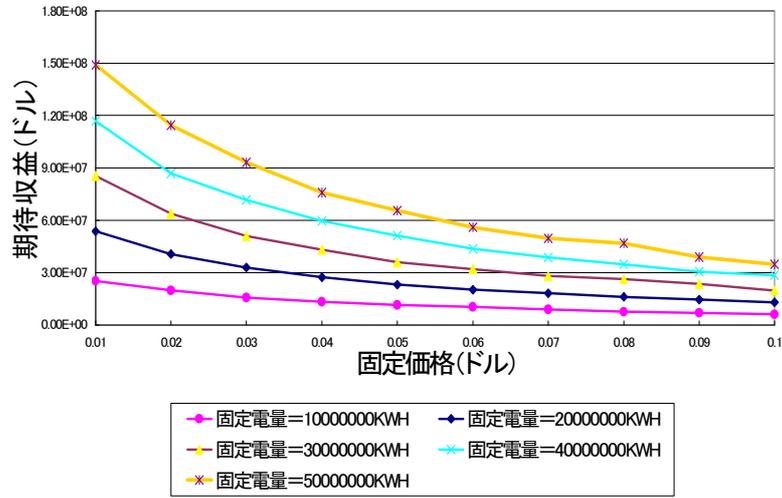


図-18 オプション契約の価値

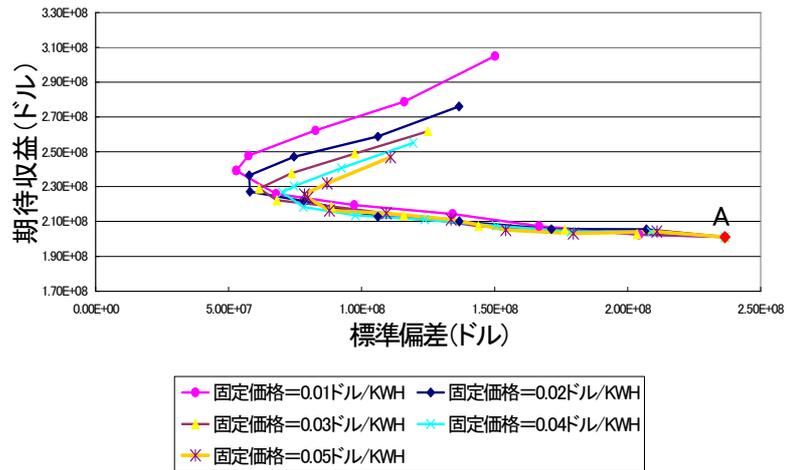


図-19 オプション契約の期待収益と標準偏差の関係

6 結論

本研究では、貯水池、水力発電施設の所有と、電力生産・販売という施設の運営を分離するような上下分離型水力発電プロジェクトに着目した。水力発電の運営者は、所有者との間に一定期間にわたり施設のリース契約を締結する。電力取引市場は完全競争的であり、運営者は期待収益の最大化を図るように電力生産戦略を立案する。その際、運営者は電力価格リスクと河川流量リスクという複数のリスクに直面する。本研究では、以上の想定の下に、運営者の最適発電戦略を求めるための期待収益最大化モデルを定式化した。その結果、最適発電戦略が、電力価格、河川流量の変動過程に依存する経路依存的戦略として与えられることを明らかにした。さらに、アメリカ合衆国 California 州の Oroville Dam を対象とした数値計算事例を通じて、本研究で提案したモデルの有効性を実証的に検証した。しかし、本研究で提案した複数リスクを考慮した動的計画モデルの現実問題への適用可能性を向上するために、以下のような研究課題が残されている。第1に、本研究では河川流量リスクと電力価格リスクの独立性を仮定している。電力価格のボラティリティが需要サイドの変動や原油価格や為替リスク等の供給サイドの要因による場合、2つのリスクの独立性の仮定は正当化される。

しかし、水力発電が主流である北欧諸国の場合、両者間の独立性の仮定が成立しない。この場合、電力価格リスクを市場均衡モデルを用いて計量化することが必要となる¹⁸⁾。第2に、本研究では事業スキームとして、所有者と運営者間におけるリース契約をとりあげた。さらに、運営者が独自に電力を市場で売却する場合、特定企業との間で固定価格で電力を取引するような売電契約を結ぶ場合という2つのケースを取り上げ、運営者が獲得する期待収益と負担する収益リスクの関係を分析した。以上の分析枠組みは、単純な契約構造を有しており、本研究で提案した期待収益モデルを用いたアプローチが可能である。現実には、本研究でとりあげた事業スキーム以外にも、多様な契約形態が可能である。たとえば、企業との売電契約において、企業の電力購入量が可変となる場合、企業サイドの電力購入量リスクを考慮したアプローチが必要となる。このようなモデルの拡張に関しては、今後の課題としたい。第3に、最適発電戦略の内容は、河川流量リスクと電力価格リスクのボラティリティの相対的な大きさに依存する。適用事例としてとりあげた Oroville Dam は、河川水量が相対的に豊富なダムであり、河川流量リスクへの対応が重要な検討課題となった。一方、河川流量が少ない河川では、電力価格リスクへの対応が重要となる。最適発電戦略の特性とリスク特性の関係を分析するためには、多くの水力発電ダムを対象とした実証分析を蓄積することが必要となる。最後に、本研究では、1週間を単位とするような中期的な電力卸売市場における発電戦略に着目し、水力発電プロジェクトの事業価値を計測する方法を提案した。しかし、たとえば1時間を基本単位とするような短期的オペレーションでは、電力価格のボラティリティはさらに大きくなる。本研究で提案した手

法は、最適戦略を求めるために膨大な量の反復計算が必要となり、リアルタイムの解析には向いていない。このような解析のためには、本研究で求めた中期的戦略を与件として短期戦略を求めるような、短期モデルの開発が必要となる。

参考文献

- 1) 矢島正之：電力自由化－経験に学び将来を展望する－，2006.
- 2) California Energy Commission：California Wholesale Electricity Price Review, 2000.
- 3) Ishikawa, M.O.：Optimal Capacity Reservation in Hydropower Assets with Power Purchase Agreements, Dr degree Dissertation submitted to Kyoto University, 2007.
- 4) Green, R., Newbery, D.：Competition in the British electricity spot market, *Journal of Political Economy*, Vol. 100(5), pp.929-953, 1992.
- 5) Wilson, R.：Architecture of power markets, *Econometrica*, Vol. 70(4), pp.1299-1340, 2002.
- 6) Masse, P.B.D.： *Les Réserves et la Régulation de L'avenir dans la vie Économique*, Hermann, 1946.
- 7) Little, J.D.C.：The use of storage water in a hydrological system, *Operation Research*, Vol. 3, pp.187-197, 1955.
- 8) Pereira, M.V.F. and Pinto, L.M.V.G.：Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system, *Water Resources Research*, Vol.21, pp.779-792, 1985.
- 9) Pereira, M.V.F. and Pinto, L.M.V.G.：Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning, *Mathematical Programming*, Vol. 52, pp.359-375, 1991.
- 10) Frauendorfer, K. and Gussow, J.：Stochastic Multistage Programming in the Operation and Management of a Power System, in: Marti, K. (ed.): *Stochastic Optimization Techniques - Numerical Methods and Technical Applications*, pp.199-222, Lecture Note, Springer-Verlag, 2002.
- 11) Lamond, B.F. and Boukhtouta, A.：Water Reservoir Applications of Markov Decision Process, in: Feinberg, E.A. and Schwartz, A. (eds), *Handbook of Markov Decision Processes*, Kluwer, 2002.
- 12) Yakowitz, S.：Dynamic programming applications in water resources, *Water Resources Research*, Vol.18, pp.673-696, 1982.
- 13) Tejada-Guibert, J.A., Johnson, S.A., and Stedinger, J.R.：Comparison of two approaches for implementing multireservoir operating policies derived using stochastic dynamic programming, *Water Resources Research*, Vol.29, pp.3969-3980, 1993.
- 14) Labadie, J.：Optimal operation of multireservoir systems: State-of-the-art review, *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol.130(2), pp.93-111, 2004.

- 15) 高棹琢馬, 池淵周一, 小尻利治 : 水量制御からみたダム群のシステム設計に関する DP 論的研究, 土木学会論文報告集, Vol.241, pp.39-50, 1975.
- 16) 多々納裕一, 岡田 憲夫, 河合 一 : 渇水の継続期間を明示的に組み込んだ貯水池運用計画モデル, 土木計画学研究・論文集, Vol.9, pp.173-180, 1991.
- 17) 多々納裕一 : 渇水に対する信頼性制約を考慮した貯水池操作ルール of 設計・評価方法に関する考察, 土木計画学研究・論文集, Vol.10, pp.191-198, 1992.
- 18) Fosso, O.B., Gjelsvik, A., Haugstad, A., Mo, B., and Wangensteen, I. : Generation scheduling in a deregulated system, The Norwegian case, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.14, pp.75-80, 1999.
- 19) Lucia, J.J. and Schwartz, E.S.: Electricity prices and power derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange, *Review of Derivatives Research*, Vol. 5, pp.5-50, 2002.
- 20) Deng, S.-J. and Jiang, W. : Levy process-driven mean-reverting electricity price model: the marginal distribution analysis, *Decision Support Systems*, Vol.40, pp.483-494, 2005.
- 21) 宮原孝夫 : 株価モデルとレヴィ過程, 金融工学の基礎I, 朝倉書店, 2003.
- 22) Chen, R.R. and Scott, L.: Pricing interest rate options in a two factor Cox-Ingersoll-Ross model of the term structure, *Review of Financial Studies*, Vol.5, pp.613-636, 1992.
- 23) Brockwell, P.J. and Davis, R.A.: *Introduction to Time Series and Forecasting*, Springer, 1996.
- 24) Box, G.E.P., Jenkins, G.M. and Reinsel, G.C.: *Time Series Analysis/Forecasting and Control*, 3rd ed., Printice Hall, 1994.

謝 辞

本論文を結ぶにあたり、本論文作成に際してご協力を頂いた方々へ感謝の意を申し上げます。

京都大学工学研究科の小林潔司教授には、本論文を作成するにあたり終始適切なお指導とご助言、そして再度にわたり細かい修正のご指示を頂きました。小林潔司教授には、多くの学習機会を提供して頂き、深甚なる感謝の意を申し上げます。京都大学工学研究科の松島格也准教授には、厳しく指導して頂き、そして本論文の修正、審査に際して、貴重なご助言、ご示唆をいただきました。厚く御礼申し上げます。京都大学工学研究科の大西正光助教には、日頃より本論文に対して貴重なご指摘を頂き、日常生活においても大変お世話になりました。感謝にたえない次第です。計画マネジメント論研究室諸兄には、本論文を取りまとめる上で、多大な協力を頂きました。京都大学工学研究科博士のIshikawa Oka Michiro氏には、本論文の範囲に限らず、日頃より金融工学の知識を指導して頂くと共に、本研究の基礎を教えて頂きました。心より感謝の意を申し上げます。そして、殊に同学年の仲間には大変お世話になりました。京都大学工学研究科修士課程の小濱健吾氏、関川裕己氏、西畠綾氏、林秀和氏には、研究室を中心とした生活を送る上で、互いに刺激し合い、有意義な時間を過ごすと共に、至らない自分を度々フォローして頂きました。

計画マネジメント論研究室の諸兄には、本研究を取りまとめる上で多大なお協力を頂きました。ここに深く感謝する次第です。最後になりましたが、本日に至るまで、24年間にわたり自分を育てた両親へ多大なる感謝の意を表します。