不確実性下におけるプロジェクトの最適評価・実施タイミング

The Optimal Evaluation and Implementation Timing Under Uncertainty

織田澤利守*・小林潔司**
Toshimori OTAZAWA and Kiyoshi KOBAYASHI

This paper investigates an economic methodology for project evaluation, which explicitly incorporates evaluation costs and the option value of flexibility in decisions. The traditional cost-benefit analysis is fundamentally based upon a now-or-never principle, and fails to evaluate the option values derived by reserving decisions to wait for more concrete information. In this paper, the real option model is formulated to determine the optimal evaluation and implementation timing of the project. The optimal solutions of the model can be obtained by solving the integral equation models. The solution algorithm and numerical examples are also presented.

project evaluation, real option, integral equation model
プロジェクト評価，リアルオプション，積分方程式モデル

1. はじめに

日本経済が低成長期に移行した結果，プロジェクトの将来価値も大きな不確実性に直面するようになった．現在，プロジェクトの経済的妥当性を評価するために費用便益分析が実施される．しかし，現行の費用便益分析では，将来のプロジェクト価値が確定的に与えられ，プロジェクト価値の不確実性は考慮されていない．

伝統的な費用便益分析の１つの限界は，プロジェクトが現時点で実施されるか，あるいは永遠に実施されないか，という「now-or-never 原則」[1)]に基づいており,「意思決定を延期し，将来に再評価を実施する可能性」を無視している．しかし，プロジェクトの将来価値に関する不確実性が大きければ，現時点でプロジェクトを実施するためにはリスクを相殺する程度にプロジェクト価値が大きくなければならない．プロジェクト価値が不十分な場合には，より確実に大きなプロジェクト価値を獲得できるようになるまで意思決定を延期することが必要となる．

リアルオプション理論に基づけば，あるプロジェクトの費用便益分析の結果が不十分な場合には意思決定を延期し，将来時点で再び費用便益分析を実施するという戦略を明示的に考慮することが可能となる．しかし，リアルオプション理論は，対象となる資産価値が常に市場で観測可能な場合を想定している．公共プロジェクトの場合，プロジェクト価値に関する情報が常に獲得できるわけではなく，その情報を獲得するためには費用便益分析等のプロジェクト評価を実施することが必要となる．その際に支払わなければならない評価費用を無視することはできない．したがって，期待プロジェクト価値を最大にするような最適なプロジェクトの評価・実施のタイミングを決定することが必要となる．

このような問題意識の下に，本研究ではプロジェクトの最適な評価･実施タイミングを決定する最適評価･実施モデルを定式化する．以下，**2．**では本研究の基本的考え方を説明する．**3．**で最適評価・実施モデルを定式化し，**4．**で解法を説明する．**5．**で数値計算事例を示す．

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究概要

不確実性下における投資問題に関しては膨大な研究の蓄積がある[2)]．将来のプロジェクト価値に不確実性が存在する場合，意思決定を延期することにより「追加的な情報に基づいて意思決定を合理化できる」という準オプション価値を獲得できる[3)]．準オプション価値を考慮した最適投資モデルに関しても研究が蓄積された[4),5)]．Merton 等[6)−8)]はオプション理論を開発し，プロジェクトの投資機会を call option と解釈できることを示した．さらに，積分方程式を用いたオプション評価の計算手法が提案されている[9),10)]．準オプション価値は，プロジェクト実施のタイミングを合理的に決定することにより得られるタイミングオプションと解釈できる．リアルオプション理論に基づけば，タイミングオプションだけでなく多様なオプションの価値を計量的に評価できる枠組みを提供することができる[11)−14)]．一方，織田澤等は，プロジェクトの費用便益分析による採択基準にプロジェクトリスクを考慮する必要があることを指摘し，now-or-never 原則に基づく伝統的な費用便益分析ではなくプロジェクトの延期

* 正会員　京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻博士後期課程（Kyoto Univ.）
**正会員　京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻（Kyoto Univ.）

を明示的な選択肢に含めたリアルオプション理論によるアプローチが有効であることを示した[15]．ただし，プロジェクト評価のタイミングを外生的に与えており，最適なプロジェクトの評価･実施戦略を求める構造になっていない．さらに，評価回数も内生的に与えられている．本研究では，プロジェクトの最適な評価間隔と評価時点におけるプロジェクトの実施・延期戦略を同時に決定できる最適評価・実施モデルを提案する．さらに，積分方程式を用いたモデルの解法を開発することとする．

(2) 最適評価・実施モデルの構造

リアルオプション理論や伝統的な動学的投資モデルでは，時間軸に沿ってプロジェクト価値が常に観測できることを想定している．プロジェクト価値が時間と共に不確実に変動する場合，プロジェクトを実施するか否かはその時々のプロジェクト価値に基づいて状況依存的に決定されなければならない．しかし，公共プロジェクトの場合，プロジェクト価値に関する情報は常に入手できるわけではなく，プロジェクト評価を実施した時点においてのみ観察可能である．また，プロジェクト評価を実施するためには費用が必要となる．そのため，プロジェクト評価費用を考慮に入れながら，プロジェクト評価と意思決定を望ましいタイミングに実施することが必要となる．

図－1は，プロジェクト価値の変動過程と最適なプロジェクト評価･実施タイミングの関係を示した概略図である．いま，プロジェクトが完成する以前の任意の時刻t_iにおいて，プロジェクト評価によりプロジェクト価値$\hat{B}_i$を観測した場合を想定しよう．プロジェクト価値はある時点から将来にわたってプロジェクトよりもたらされる期待便益の当該期価値の総和を予測した結果を意味する．このとき，意思決定者は，１）即座にプロジェクトを実施するか，プロジェクトの実施を延期するかについての選択し (最適実施戦略問題)，２）延期した場合に，次回の評価を実施するタイミングを決定する (最適評価時刻問題)．プロジェクト価値には不確実性が介在するため，将来時点におけるプロジェクト価値を確定的には把握できないが，その確率分布のみを知り得るものとする．

図－1では，確率的に発生するパスの内，３つのサンプルパスa，b，cを抽出している．いま，意思決定者が時刻t_iでプロジェクトの実施を留保し，時刻t_{i+1}に再度プロジェクト評価を実施するという戦略を選択したとする．サンプルパスaが実現した場合，時刻t_{i+1}において即座にプロジェクトが実施される．プロジェクトの実施戦略に関しては，プロジェクト価値に対してある閾値$\overline{B}^*$（以下，臨界的プロジェクト価値と呼ぶ）が存在し，観測値が閾値を上回った時にプロジェクトの実施が正当化され，逆に下回ればプロジェクトの延期が正当化されるというルー

図－1　プロジェクト価値と最適プロジェクト戦略

ルを考える．サンプルパスa上では，時刻t_{i+1}において実現するプロジェクト価値の観測値が臨界的プロジェクト価値$\overline{B}^*$を上回るため，当該時刻においてプロジェクトを実施する戦略が最適となる．一方，サンプルパスb，cでは，時刻t_{i+1}においてプロジェクトを延期することが最適となる．このとき，意思決定者は，プロジェクト評価によって獲得した観測値の情報から推定される将来時点のプロジェクト価値の確率分布$f(B_{i+2}|\hat{B}_{i+1},\tau_{i+1})$に基づいて，次回のプロジェクト評価のタイミングを決定する．次回のプロジェクト評価のタイミングは時刻t_{i+1}で観測されたプロジェクト価値に依存する．いま，サンプルパスbに従ってプロジェクト価値が推移し，時刻t_{i+1}で観測されたプロジェクト価値が$\hat{B}_{i+1}$である場合を考える．その場合，次回の評価タイミングは時刻$t_{i+2}=t_{i+1}+\tau_{i+1}$に実施される．しかし，サンプルパス$c$に従った場合は，サンプルパス$b$よりも評価タイミングを遅らせて時刻$t'_{i+2}=t_{i+1}+\tau'_{i+1}$に実施することが望ましいだろう．本研究で提案する最適評価・実施モデルは，１）プロジェクトを実施すべきかどうかを判断する臨界的プロジェクト価値と２）評価時点においてプロジェクトを延期した場合に，その時に観測されたプロジェクト価値$\hat{B}$に基づいて次回に実施するプロジェクト評価までの時間間隔$\tau(\hat{B})$という意思決定ルールを求める構造となっている．

3. モデル

(1) モデル化の前提条件

本研究では，プロジェクト価値に関する不確実性の下で，意思決定者がプロジェクトの評価タイミングと実施タイミングを決定する問題を定式化する．いま，時刻tにおいて，プロジェクトが完成した場合に獲得できる価値を$B(t)$と表す．投資が実施される前の時点では，プロジェクトが完成していないため，プロジェクトの価値は発生し得ない．この場合，その時刻における経済環境の下で，仮想的にプロジェクトが完成したとするときに獲得され

る(潜在的な)プロジェクト価値を表すとする．プロジェクト価値にはリスクが存在し，時間を通じて潜在的なプロジェクト価値は変動する．プロジェクト価値は，プロジェクト評価を実施した時点においてのみ確定的な値を把握することができる．いま，時刻tにおいて，将来時刻t'に実現するプロジェクト価値を確定的に把握できないが，時刻t'で観測されるプロジェクト価値の確率分布は既知であると仮定する．時刻tにおいてプロジェクト価値$\hat{B}$が観測されたとしよう(記号「$\hat{}$」は確定値を表す)．このとき，時刻$t+\tau$で観測されるプロジェクト価値Bは，区間$[0,\infty)$上で定義される条件付き確率密度関数$f(B|\hat{B},\tau)$に従って分布する．また，プロジェクトを実施した場合，投資費用I_Cが支払われ，プロジェクトの完成後，毎期便益が発生する．プロジェクト評価には評価費用I_Eを要する．簡単のため，プロジェクトの建設ならびに評価は瞬時に終了すると仮定する．本研究では，プロジェクト評価問題を１）最適なプロジェクトの実施戦略（実施，延期）を決定する問題（最適実施戦略問題）と，２）延期した場合に，次回の評価を実施するタイミングを決定する問題（最適評価時刻問題）という２つの部分問題で構成される最適評価・実施モデルを定式化する．

(2) モデルの定式化

プロジェクトの期待純価値の現在価値が最大となるようなプロジェクトの最適な評価・実施タイミングを決定するモデルを定式化する．いま，ある時刻tまでプロジェクトの実施が留保され，当該時刻にプロジェクト評価が行われるとする．プロジェクト評価により確定的に把握されるプロジェクト価値$\hat{B}$のもとで，意思決定者が「即座にプロジェクトを実施するか」,「プロジェクトの実施を留保し，任意の期間が経過した後に再度評価を実施するか」を決定する局面を考えよう．以下では，上記の問題を１）プロジェクトの実施時刻を決定する問題(最適実施戦略問題)と２）留保した場合に次回の評価までの間隔を最適に決定する問題(最適評価時刻問題)の２つの部分問題として定式化する．

(i) 最適評価時刻問題

いま，時刻tでプロジェクトの実施に関する意思決定を留保する場合を考える．時刻tより任意の期間τが経過した時刻$t'=t+\tau$に再度プロジェクト評価を実施し，当該時刻より将来にわたって最適なプロジェクト選択が行われたときに獲得される期待純価値の当該期価値$Q(\hat{B},\tau)$は，

$$\begin{aligned} Q(\hat{B},\tau) &= E_f[\Phi(B)|\hat{B}] \\ &= \int_0^\infty \Phi(B) f(B|\hat{B},\tau)dB \end{aligned} \tag{1}$$

と表される．ここに，$\Phi(B)$は時刻tにおけるプロジェクト価値Bのもとで，それ以降最適な投資戦略をとることにより達成可能な期待純価値の当該期価値を表す最適値関数である．$\Phi(\cdot)$は未知関数であるが，当面の間，関数形を与件として議論を進める．また，記号$E_f[\cdot|\hat{B}]$は条件付確率密度関数$f(B|\hat{B},\tau)$に関する期待値操作を表す．ただし，期間$s\in[t,t')$の間に投下された費用は時刻t'においては，すでに支出されており，式(1)では考慮されていないことに留意されたい．一方，時刻tより将来にわたってプロジェクトよりもたらされる期待純価値の時刻tにおける当該期価値$\Psi(\hat{B},\tau)$は，

$$\Psi(\hat{B},\tau) = \{Q(\hat{B},\tau) - I_E\}\exp(-\rho\tau) \tag{2}$$

と表される．ただし，ρは割引率，I_Eは評価費用である．評価期間τを最適に決定することによって獲得される期待純価値の最大値$\Psi^*(\hat{B})$は，

$$\begin{aligned} \Psi^*(\hat{B}) &= \max_{\tau\geq 0}\big[\Psi(\hat{B},\tau)\big] \\ &= \max_{\tau\geq 0}\big[\{Q(\hat{B},\tau) - I_E\}\exp(-\rho\tau)\big] \end{aligned} \tag{3}$$

と表される．このとき，最適評価間隔$\tau^*(\hat{B})$は，

$$\tau^*(\hat{B}) = \arg\max_{\tau\geq 0}\big[\Psi(\hat{B},\tau)\big] \tag{4}$$

と表される．式(4)で求まる最適評価間隔は，プロジェクト価値の観測値$\hat{B}$に応じて異なる値をとる．したがって，最適評価間隔τ^*は$\hat{B}$の関数として表現される．以下，関数$\tau^*(B)$を最適評価間隔関数と呼ぶ．

(ii) 最適実施戦略問題

時刻tおいてプロジェクト評価により，プロジェクト価値$\hat{B}$を観測したとする．プロジェクトの実施が決定されれば，投資費用I_Cが投下される．プロジェクトは瞬時に完成し，当該時点より将来にわたって，プロジェクト便益が発生すると仮定する．このとき，プロジェクト完成により獲得できるプロジェクトの期待総純価値の当該期価値（以下，期待純価値と呼ぶ）は，

$$P(\hat{B}) = \hat{B} - I_C \tag{5}$$

と表される．一方，プロジェクトを留保する場合に獲得される期待純価値は，最適評価時刻問題の解(3)として求まる．したがって，時刻tでプロジェクト価値$\hat{B}$を観測した時に，それ以降最適にプロジェクト選択を実施したことにより得られる経済価値の最大値$\Phi(\hat{B})$は，

$$\Phi(\hat{B}) = \max\Big[P(\hat{B}),\ \Psi^*(\hat{B})\Big] \tag{6}$$

と表せる．式(6)の右辺第１項は第２段階の投資を実施した場合に獲得できる期待純価値を，第２項は意思決定を留保したときに獲得される期待純価値の当該期価値を表

す．意思決定者は，２つの選択肢の中で期待純価値が最も大きくなる選択肢を選択する．

いま，ある臨界的プロジェクト価値$\overline{B}^*(>0)$が存在し，

$$\Phi(\hat{B}) = \begin{cases} P(\hat{B}) & \hat{B} > \overline{B}^* \text{の時} \\ \Psi^*(\hat{B}) & \overline{B}^* \geq \hat{B} > 0 \text{の時} \end{cases} \tag{7}$$

が成立すると仮定しよう．この時，意思決定が留保されるようなプロジェクト価値を示す継続集合$\mathcal{C}$を

$$\mathcal{C} = \{B | \overline{B}^* \geq \hat{B} > 0\} \tag{8}$$

と定義することができる．プロジェクト環境によっては継続集合$\mathcal{C}$が空集合となる場合もありうる．いま，$\mathcal{C} \neq \phi$と仮定しよう．この時，任意の$\hat{B} \in \mathcal{C}$に対して，

$$\begin{aligned}\Phi(\hat{B}) &= \Psi^*(\hat{B}) \\ &= \{Q(\hat{B}, \tau^*(\hat{B})) - I_E\} \exp(-\rho\tau^*(\hat{B}))\end{aligned} \tag{9}$$

が成立する．式(1)を展開することにより，

$$\begin{aligned}Q(\hat{B}, \tau^*(\hat{B})) &= \int_0^{\overline{B}^*} \Phi(B) f(B|\hat{B}, \tau^*(\hat{B})) dB \\ &+ \int_{\overline{B}^*}^{\infty} P(B) f(B|\hat{B}, \tau^*(\hat{B})) dB\end{aligned} \tag{10}$$

と表せる．ここで，最適値関数$\Phi(\hat{B})$の値がプロジェクト価値Bの値のみに依存していることに留意されたい．式(9)より，継続集合$\mathcal{C}$内において

$$\Phi(\hat{B}) = \Theta(\hat{B}) + \int_0^{\overline{B}^*} \Phi(B) K(B, \hat{B} : \tau^*(\hat{B})) dB \tag{11}$$

$$\begin{aligned}\Theta(\hat{B}) = \Big\{ &\int_{\overline{B}^*}^{\infty} P(B) f(B|\hat{B}, \tau^*(\hat{B})) dB \\ &- I_E \Big\} \exp(-\rho\tau^*(\hat{B}))\end{aligned}$$

が成立する．ただし，

$$K(B, \hat{B} : \tau^*(\hat{B})) = f(B|\hat{B}, \tau^*(\hat{B})) \exp(-\rho\tau^*(\hat{B})) \tag{12}$$

である．式(11)は未知関数$\Phi(\hat{B})$に関する第２種フレドホルム型積分方程式となっている．積分方程式の解を$\Phi^*(\hat{B})$と表そう．最適値関数$\Phi^*(\hat{B})$に対して境界条件

$$\Phi^*(\overline{B}^*) = P(\overline{B}^*) \tag{13}$$

が成立する．このように最適実施戦略問題は，最適評価時刻問題の結果を与件とし，積分方程式(11)ならびに境界条件(13)を満足するような未知関数$\Phi^*(\hat{B})$と臨界的プロジェクト価値$\overline{B}^*$を求める問題として定式化できる．

4. 最適評価・実施タイミングの決定方法

(1) 最適実施戦略問題の解法

本研究で定式化した最適評価･実施モデルは，最適実施戦略問題(11)-(13)および最適評価時刻問題(3)-(4)の２つの部分問題により構成されている．最適実施戦略問題において，最適値関数$\Phi(\hat{B})$は積分方程式(11)の解として求まるが，通常の積分方程式と異なり，積分区間を定義する$\overline{B}^*$が未知数であり，また評価間隔$\tau^*(\hat{B})$も未知関数となっている．ひとまず$\overline{B}^*$および関数$\tau^*(B)$ $(0 < B \leq \overline{B}^*)$の形式を与件として，最適実施戦略問題の解法を示す．

$$K_1(B, \hat{B}) = K(B, \hat{B} : \tau^*(\hat{B})) \tag{14a}$$

$$\cdots$$

$$K_n(B, \hat{B}) = \int_0^{\overline{B}^*} K_{n-1}(\xi, \hat{B}) K(B, \xi) d\xi \tag{14b}$$

$$\Gamma(B, \hat{B} : \tau^*(\hat{B})) = \sum_{n=1}^{\infty} K_n(B, \hat{B}) \tag{14c}$$

を定義すれば，積分方程式(11)の解は，

$$\Phi^*(\hat{B}) = \Theta(\hat{B}) + \int_0^{\overline{B}^*} \Gamma(B, \hat{B}) \Theta(B) dB \tag{15}$$

と表される．積分区間$(0, \overline{B}^*]$が変化すれば最適値関数$\Phi^*(\hat{B})$の関数形が変化する．最適値関数は$\overline{B}^*$をパラメータとする汎関数となっており，それを陽的な関数形として表現することは不可能である．このことに留意すれば，最適実施戦略問題は

$$\Phi^*(\hat{B}) = \Theta(\hat{B}) + \int_0^{\overline{B}^*} \Gamma(B, \hat{B}) \Theta(B) dB \tag{16a}$$

$$\Phi^*(\overline{B}^*) = P(\overline{B}^*) \tag{16b}$$

を満足する境界値$\overline{B}^*$を求める問題に帰着する．

(2) 反復的計算手順

これまで既知として扱った最適評価間隔関数$\tau^*(B)$は，最適実施戦略問題の解である最適値関数$\Phi^*(B)$を用いて解く必要がある．したがって，２つの部分問題は互いにもう一方の部分問題の解を与件として最適化を図る問題となっている．最適評価間隔関数$\tau^*(B)$と最適値関数$\Phi^*(B)$は，ともに区間$(0, \overline{B}^*]$において定義されている．２つの部分問題を互いに反復的に解く場合，予め定義域$(0, \overline{B}^*]$が確定していることが必要である．そこで，本研究では図－２に示すように，第１段階で定義域$(0, \overline{B}^*]$を決定し，第２段階で区間$(0, \overline{B}^*]$上で定義される最適値関数$\Phi^*(B)$，および$\tau^*(B)$を決定するようなアルゴリズムを提案する．

(i) 第１段階の解法

第１段階においては，臨界的プロジェクト価値$\overline{B}^*$を求めることにより，定義域$(0, \overline{B}^*]$を確定する．**４.（１）**で言及したように，最適実施戦略問題を解くためには最適評価間隔関数$\tau^*(\overline{B}^*)$に関する情報が必要となる．しかし，第２種ボルテラ積分方程式を用いれば，積分区間$B \in (0, \overline{B}]$の内部において最適評価間隔関数$\tau^*(B)$の形式を知

図－2 反復的計算アルゴリズム

らずとも，その端点である臨界的プロジェクト価値$\overline{B}^*$と，最適値関数$\Phi^*(\overline{B}^*)$を求めることができる．いま，ある臨界的プロジェクト価値$\overline{B}$と評価間隔τに対して，第２種ボルテラ型方程式

$$\Phi(\overline{B}:\overline{B},\tau)=\Theta(\overline{B}:\tau) +\int_0^{\overline{B}}\Phi(B)K(B,\overline{B}:\tau)dB \qquad (17)$$

を定義する．その解$\Phi(\overline{B}:\overline{B},\tau)$は

$$\Phi(\overline{B}:\overline{B},\tau)=\Theta(\overline{B}:\tau) +\int_0^{\overline{B}}\Gamma(B,\overline{B}:\tau)\Theta(B:\tau)dB \qquad (18)$$

で与えられる．このとき，境界条件(13)を満足するような$\overline{B}^*$, $\tau^*(\overline{B}^*)$を，以下の反復的計算手順に従って求める．

ステップ１　$i=1$として，$\overline{B}^{(i)}$の初期値を与える．収束判定パラメータϵ_1を設定する．

ステップ２　$\overline{B}^{(i)}$のもとでの第２種ボルテラ積分方程式の解$\Phi(\overline{B}^{(i)}:\overline{B}^{(i)},\tau^{(i)})$を最大とするような評価間隔$\tau^{*(i)}$を１次元探索によって求める．

ステップ３　$|\Phi(\overline{B}^{(i)}:\overline{B}^{(i)},\tau^{*(i)})-P(\overline{B}^{(i)})|<\epsilon_1$を満足する場合，$\overline{B}^*=\overline{B}^{(i)}$, $\tau^*(\overline{B}^*)=\tau^{*(i)}$と設定し２段階目へ進む．そうでない場合，$i=i+1$として**ステップ２**へ戻る．

(ii) 第２段階の解法

第２段階では，第１段階で求めた臨界的なプロジェクト価値$\overline{B}^*$とそのときの最適評価間隔$\tau^*(\overline{B}^*)$を境界条件として，２つの部分問題を反復的に解くことにより，継続集合内の任意のプロジェクト価値$B \in (0,\overline{B}^*]$に対して定義される最適値関数$\Phi^*(B)$および$\tau^*(B)$を求める．なお，関数$\Phi(B)$，$\tau(B)$を解析的に関数式として表現できないため，積分区間$(0,\overline{B}^*]$を複数個の点$\tilde{B}$の列に離散化するとともに，これらの関数を各点$\tilde{B}$に対して関数値$\Phi(\tilde{B}),\tau(\tilde{B})$を対応させる関数関係として表現する．反復計算は以下の手順にまとめられる．

ステップ a　反復回数$j=0$として，初期最適値関数$\Phi^{(j)}(B)$ $(B\in(0,\overline{B}^*])$を設定する．収束判定パラメータϵ_2を設定する．$j=1$とする．

ステップ b　関数$\Phi^{(j-1)}(B)$を与件とし，最適評価間隔決定問題(4)の解$\tau^{*(j)}(B)$を１次元探索法により求める．

ステップ c　関数$\tau^{*(j)}(B)$を与件として，積分方程式

$$\Phi^{(j)}(\hat{B})=\Theta^{(j)}(\hat{B})+\int_0^{\overline{B}^*}K^{(j)}(B,\hat{B})\Phi^{(j)}(B)dB$$
$$K^{(j)}(B,\hat{B})=f(B|\hat{B},\tau^{*(j)}(\hat{B}))\exp(-\rho\tau^{*(j)}(\hat{B}))$$
$$\Theta^{(j)}(\hat{B})=\Big\{\int_{\overline{B}^*}^{\infty}P(B)f(B|\hat{B},\tau^{*(j)}(\hat{B}))dB -I_E\Big\}\exp(-\rho\tau^{*(j)}(\hat{B}))$$

の解$\Phi^{(j)}(\hat{B})$を求める．

ステップ d　$|\Phi^{(j)}(\overline{B}^*)-\Phi^{(j-1)}(\overline{B}^*)|<\epsilon_2$が成立した場合，$\tau^*(B)=\tau^{*(j)}(B)$, $\Phi^*(B)=\Phi^{(j)}(B)$として計算を終了する．成立しない場合は，$j=j+1$として**ステップ b**へ戻る．

5. 数値計算事例

(1) 数値計算事例の設定

プロジェクト価値が幾何ブラウン過程に従う時，時刻tにおける価値観測値$\hat{B}$の下で次回の評価時刻$\tilde{t}$におけるプロジェクト価値Bの条件付き確率密度関数$f(B|\hat{B},\tau)$は対数正規分布[16)]

$$f(B|\hat{B},\tau)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\tau}\sigma\hat{B}}\exp\Big\{-\frac{(\ln B-\zeta)^2}{2\sigma^2\tau}\Big\} \qquad (19)$$
$$\zeta=\ln\hat{B}+\Big(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\Big)\tau$$

で表される．数値計算事例を通じて**３．**で定式化した最適評価・実施モデルの特性を考察してみよう．数値計算にあたって，数値計算にあたって，基本ケースのパラメータを$\sigma=0.3$, $\mu=0.02$, $I_C=1000$, $I_E=100$, $\rho=0.04$に設定した．基本ケースにおけるパラメータ値は仮想的に想定したものである．しかし，数値計算事例を通じて最適評価・実施モデルの特性を読みとることができる．

(2) 数値計算結果と分析

図－３は，プロジェクト価値Bと最適値関数値$\Phi(B)$の関係を示す．基本ケース(曲線a)において，臨界的プロジェクト価値$\overline{B}^*=1340$である．観測されたプロジェクト価値$\hat{B}$が臨界プロジェクト価値$\overline{B}^*$を上回る場合，プロジェクトを実施することが正当化される．一方，観測値$\hat{B}$が$\overline{B}^*$を下回る場合，プロジェクト実施を延期することが最適である．プロジェクト実施が延期されても，将来に実施

図－3　プロジェクト価値Bと最適値関数値$\Phi(B)$

図－4　プロジェクト価値Bと最適評価間隔τ^*

される可能性が残されたプロジェクトの潜在価値を表す最適値関数$\Phi(B)$はゼロとならない．曲線bは，仮にnow-or-never原則に則った場合のプロジェクト価値と期待純価値の関係を表している．now-or-never原則のもとでは，プロジェクト価値$\hat{B} < 1000$の場合，プロジェクトは破棄され，期待純価値はゼロとなる．一方，$\hat{B} \geq 1000$の場合，その時点で直ちにプロジェクトを実施することが正当化される．なお，基本ケースにおいて，直ちに実施することが正当化される領域$B \geq \overline{B}^*$においては，曲線aは曲線bと一致する．また，曲線cは，プロジェクト価値のボラティリティー$\sigma = 0.5$のケースを示している．プロジェクト価値に介在する不確実性が大きい場合，臨界プロジェクト価値は増加することがわかる．**図－4**は，基本ケースにおけるプロジェクト価値Bと最適評価間隔τ^*の関係を示す．最適評価間隔$\tau^*(B)$は，プロジェクト価値Bに関して減少関数となることがわかる．なお，プロジェクト価値の観測値$\hat{B}$が十分に0に近い値をとるとき，プロジェクト評価は将来にわたって実施されなくなる．以上の分析結果は，プロジェクトの採択基準や事前評価の見直しの期間を一律に設定するのではなくプロジェクトリスクの多寡に応じて差別化する必要性を示唆している．

6. おわりに

本研究では,「now-or-never原則」に基づく伝統的な費用便益分析ではなく，プロジェクトの実施の延期を明示的な選択肢に含めたリアルオプション理論によるプロジェクト評価の方法論を提案した．さらに，プロジェクトの最適な評価・実施タイミングを決定する最適評価・実施モデルを定式化するとともに，プロジェクトの実施の有無，および延期した場合に次期の評価タイミングを決定する簡単な評価ルールを求める方法を提案した．数値計算により求めた限定的な結果であるが，本研究で提案した方法論を用いて，１）プロジェクトリスクが大きいほど，プロジェクトの採択基準となる臨界的な費用便益比は大きくなる，２）プロジェクト価値の観測値が小さいほど，次回の評価時刻までの時間間隔は長くなる，という計算結果を得ている．なお，本研究で提案した方法論は，事前評価だけでなく，プロジェクトを開始した後の再評価も考慮した複合的な最適評価・実施モデルを開発することが可能である．また，本モデルの実用性を高めるためには，プロジェクトの評価時点を決定する場合，前回のプロジェクト評価における評価結果だけでなく，プロジェクト価値と相関の大きい指標を用いて評価タイミングを決定する方法論を開発する必要がある．

参考文献

1) Copeland, T. and Antikarov, V. (2001): *Real Options*, Texere
2) たとえば, Maglin, S. A. (1963): *Approaches to Dynamic Investment Planning*, North Holland
3) Johansson, P.-O. (1993): *Cost-Benefit Analysis of Environmental Change*, Cambridge University Press
4) Conrad, J. M. (1980): Quasi-option value and the expected value of information, *Quarterly Journal of Economics*, Vol.94, pp.813-820
5) 多々納裕一(1998):「開発留保の便益と開発戦略」, 応用地域学研究, No.3, pp.21-32
6) Merton, R. C. (1973): The theory of rational option pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol.4, pp.141-183
7) Pindyck, R. S. (1991): Irreversibility, uncertainty, and investment, *Journal of Economic Literature*, Vol.29, pp.1110-1148
8) Dixit, A. K. and Pindyck, R. S. (1994): *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press
9) MacKean,H.P.Jr.(1965):Appendix:A Free Boundary Problem for the Heat Equation Arising from a Problem in Mathematical Economics, *Industrial Management Review*, 6, pp.32-39.
10) In Joon Kim. (1990):The analytic Valuation of American Options, *The Review of Financial Studies*, 3, pp.547-572.
11) Trigeorgis, L.(ed.) (1995): *Real Options in Capital Investment: Models, Strategies, and Applications*, Praeger
12) Trigeorgis, L.(1996): *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, MIT Press
13) Brennan, M. J. and Trigeorgis, L. (2000): *Project Flexibility, Agency, and Competition: New Developments in the Theory and Application of Real Options*, Oxford University Press
14) Schwartz, E. S. and Trigeorgis, L. (eds.)(2001): *Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Contributions*, MIT Press
15) 織田澤利守, 小林潔司 (2003):「プロジェクトの事前評価と再評価」，土木学会論文集，No.737/IV-60,pp.189-202.
16) たとえば，藤田岳彦(2002):「ファイナンスの確率解析入門」, 講談社サイエンティフィク