

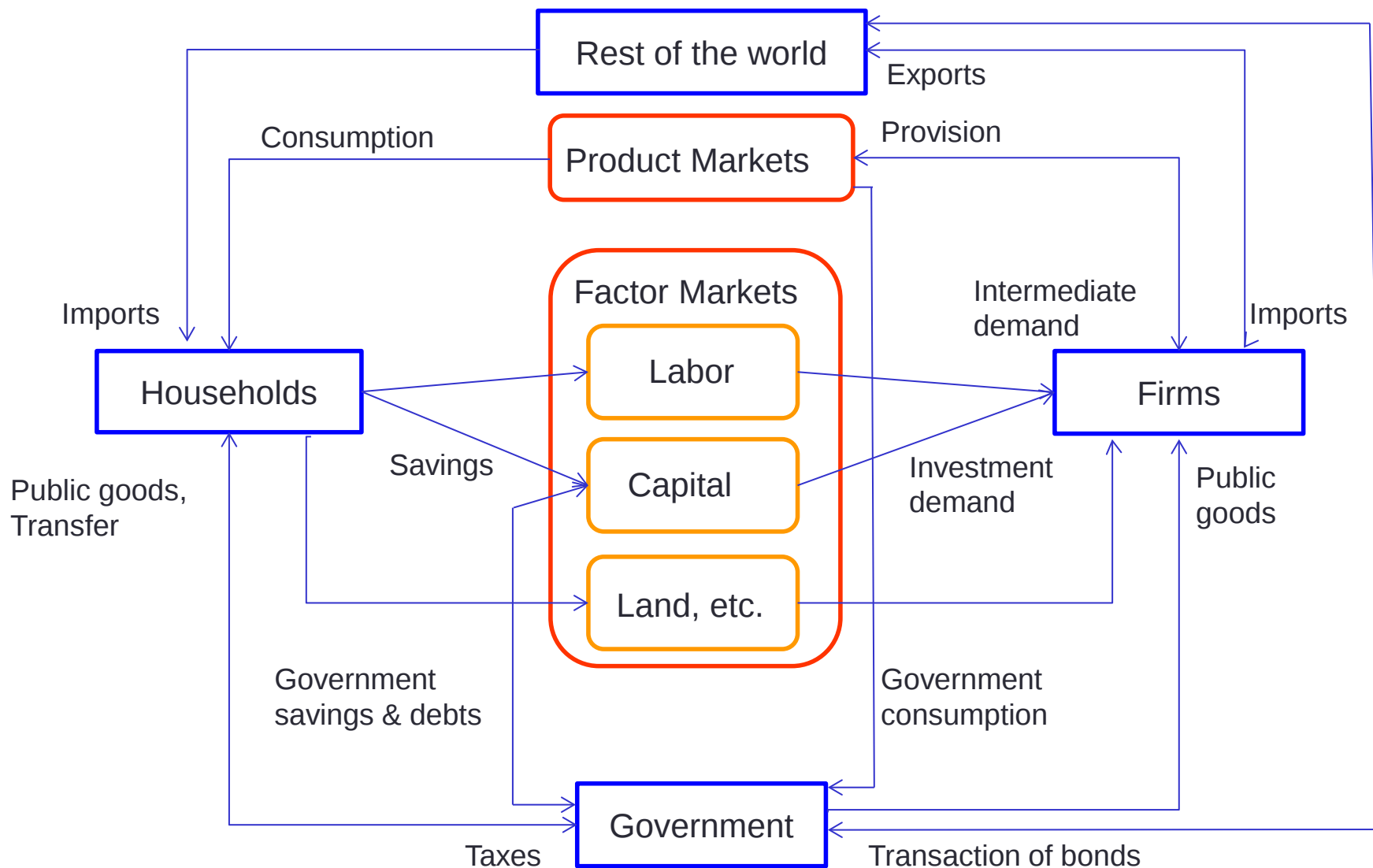
生産者行動 1

公共経済学 2016年5月26日 担当・横松宗太

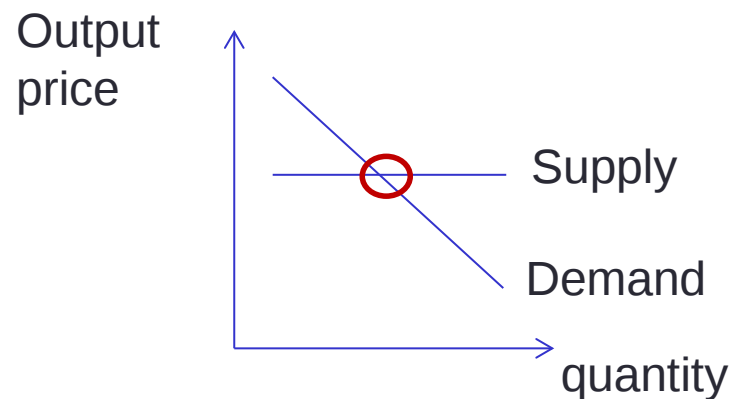
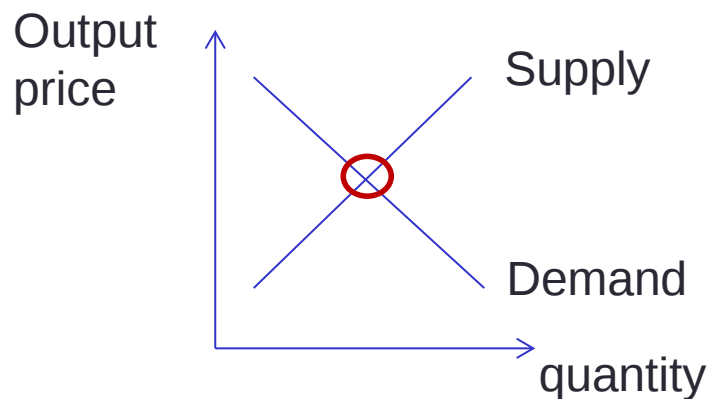
Contents

- 市場と経済主体の関係
- 企業活動の目的と制約
- 生産関数と限界生産性
- 利潤最大化問題
- ホテリングの補題

市場と経済主体の関係



市場均衡



生産要素市場では家計が供給，企業が需要



(※正確には生産要素の所有者：地主や企業の場合も)

財市場では企業が供給，家計が需要



(※企業が「中間財」として需要する場合も)

企業活動の目的と制約

利潤最大化問題

Max 利潤 = 収入 - 費用

$$\left(\begin{array}{l} \text{収入} = \text{販売価格} \times \text{数量} \\ \text{費用} = \sum \{ \text{要素価格} \times \text{数量} \} \end{array} \right)$$

Subject to 技術の制約

物理的制約:

技術水準(インフラの整備水準も含む),
自然環境(資源の量など)

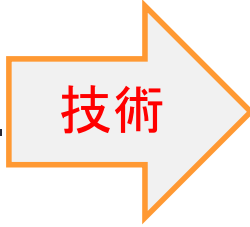
市場の制約

競争環境: 完全競争, 独占, 寡占など
政府の介入: 規制, 課税, 補助金など

生産技術

生産： 財・サービス(モノや労働)の「変形(transformation)」

例： 農業生産

土地, 水, 種, 肥料, 労働etc.  作物, 残る土地, 種etc.

生産要素(input)

産出物(output)

生産技術の要素の表現として, 最も代表的な(抽象化した)ものは,
労働(L), 資本(K), 土地(T)

「無」からモノを生み出すことはできない!

そして多くの資源(resource)は希少(有限).

→経済学は「希少資源の配分」を議論する学問

「短期の問題」と「長期の問題」

「固定要素」(fixed factor)

問題の対象となる状況(環境)において、投入量を変更することができないもの。 例: 機械設備や土地

「可変要素(variable factor)」

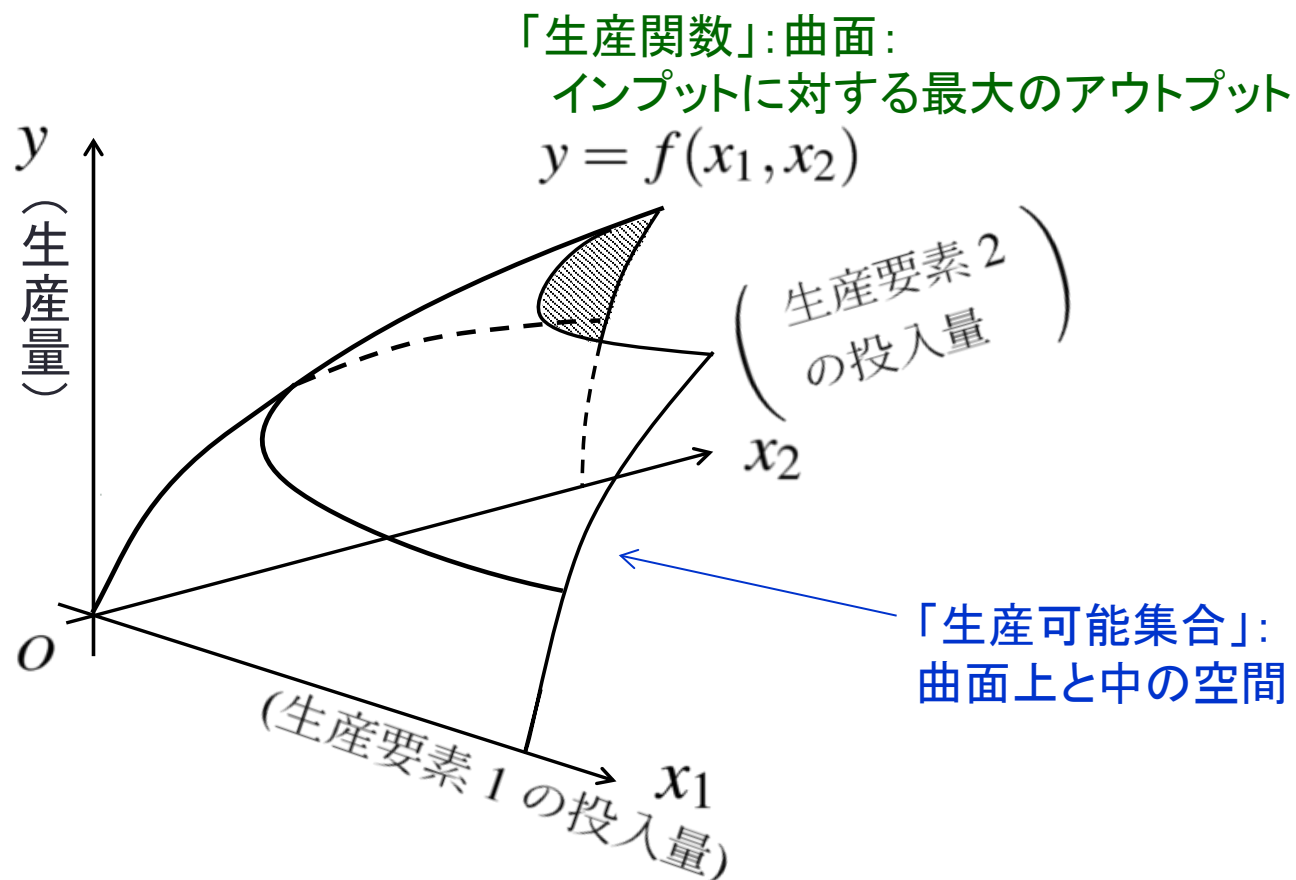
投入量を変更することができるもの。 例: 労働, 原材料, エネルギー

「短期(short run)」: 固定要素が存在するような生産計画期間

「長期(long run)」: 全ての要素の投入量をコントロールすることができるような生産計画期間

※ただし、地球上の土地の総量や、一人がもつ時間(労働量)のように、投入量に上限が設定された「長期の問題」もある。

生産技術の描写

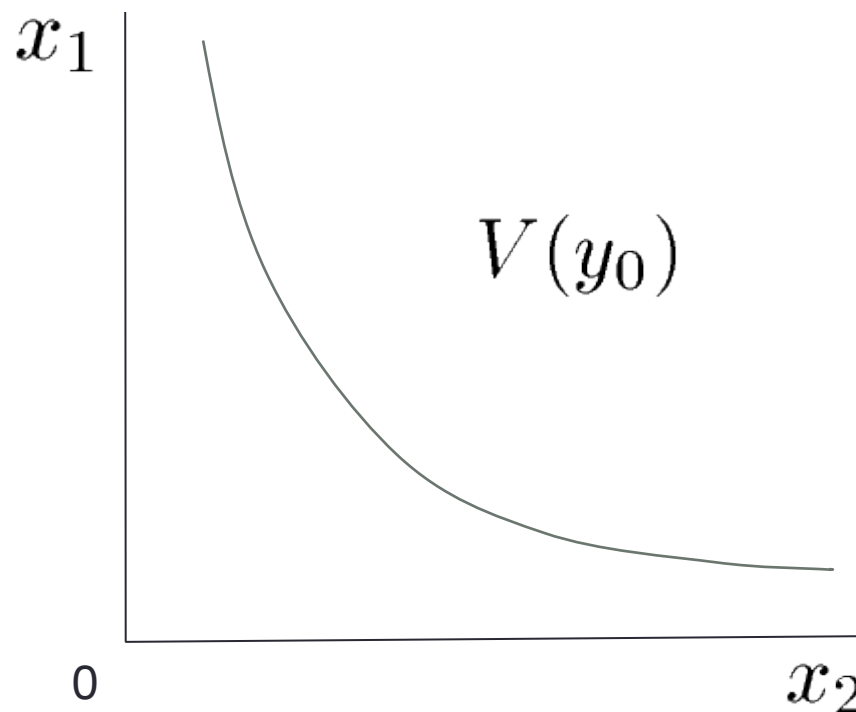


2種類の生産要素の場合の生産関数

生産技術の描写

必要投入量集合 $V(y) = \{(x_1, x_2) : f(x_1, x_2) \geq y\}$

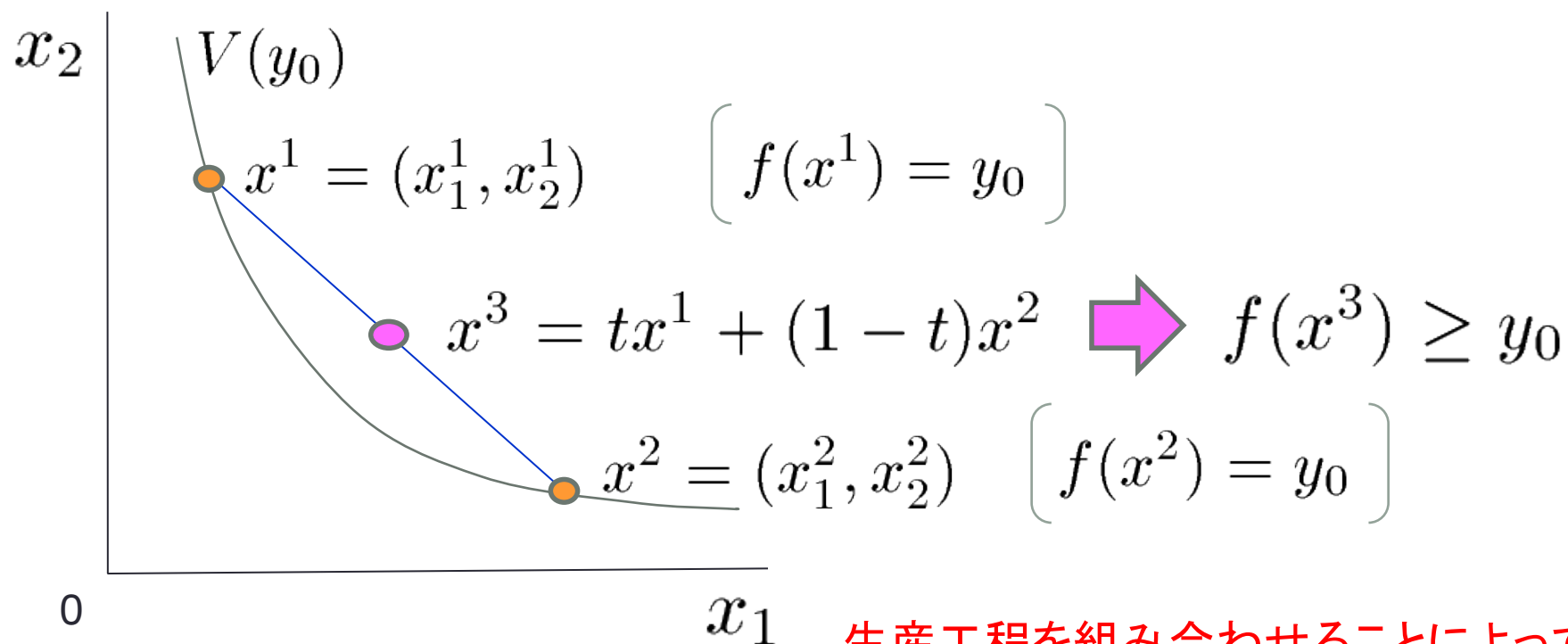
例: 生産可能集合を $y = y_0$ で切った断面



2種類の生産要素の場合の必要投入量集合

生産技術の描写

通常, 必要投入量集合は凸集合と仮定される.



生産工程を組み合わせることによって
より多くの生産ができる.

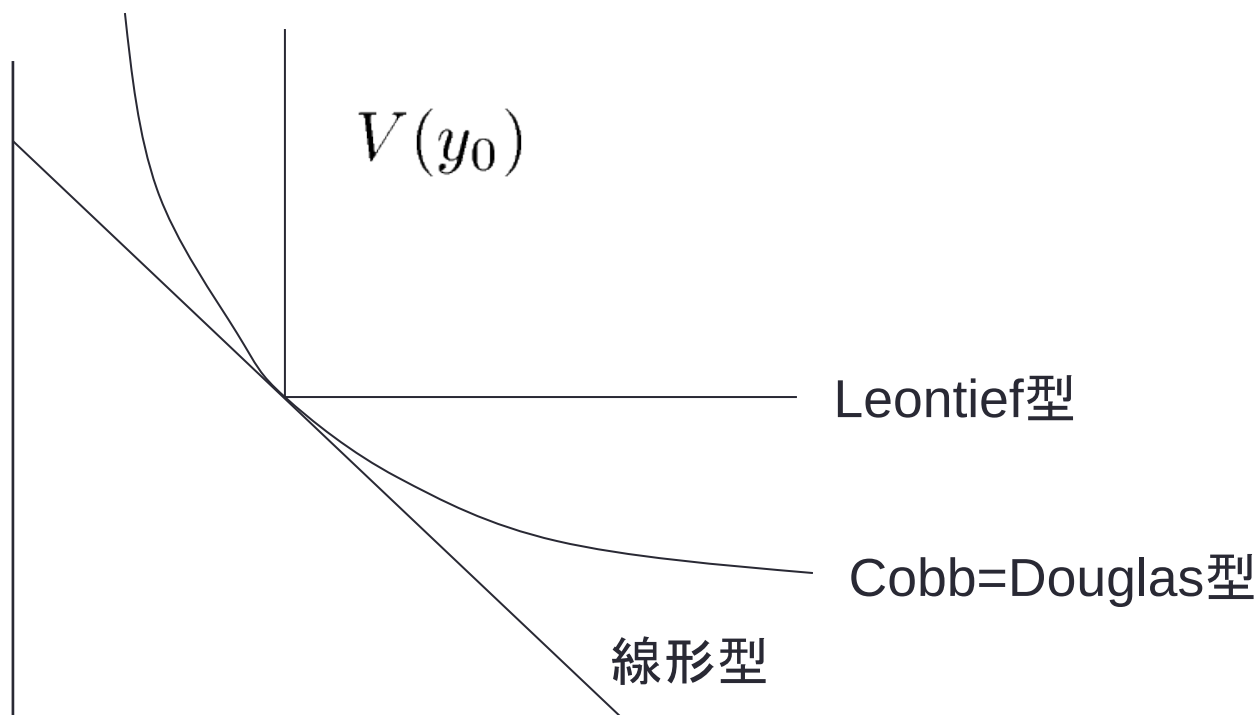
2種類の生産要素の場合の必要投入量集合

生産関数の例

線形型 $f(x) = a_1x_1 + \cdots + a_nx_n$

Cobb=Douglas型 $f(x) = a_0x_1^{a_1} \cdots x_n^{a_n}$

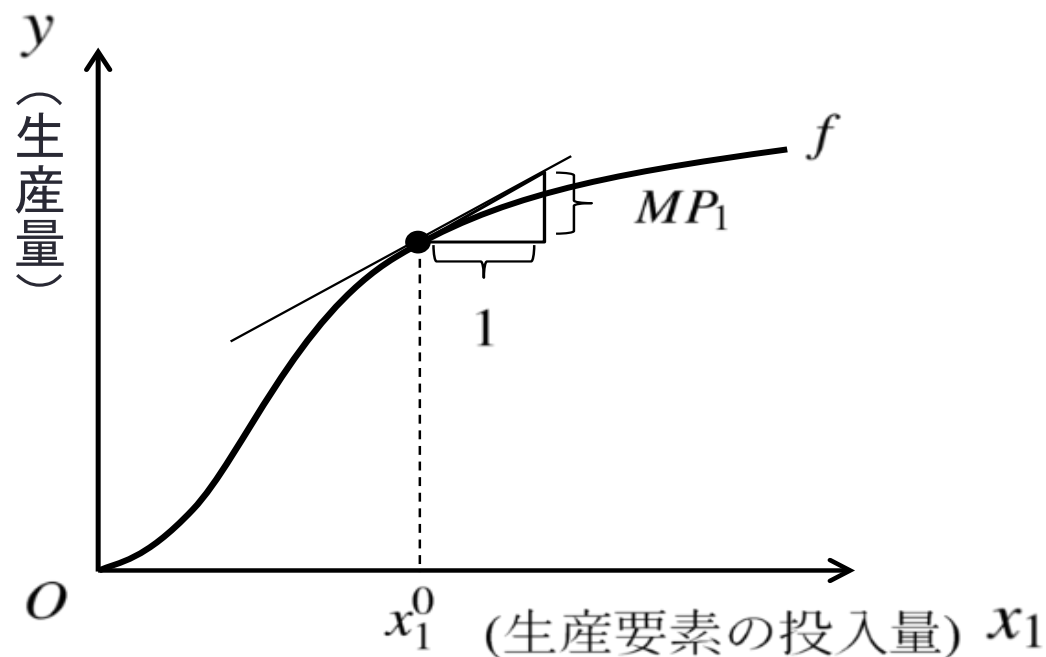
Leontief型 $f(x) = \min\{a_1x_1, \cdots, a_nx_n\}$



2生産要素の場合の必要投入量集合

限界生産性(marginal productivity)

例: 生産可能集合を $x_2 = x_2^0$ で切った断面

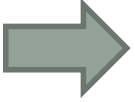


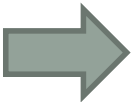
(x_1^0, x_2^0) における, 生産要素1に関する限界生産性

$$MP_1(x_1^0, x_2^0) = \left. \frac{\partial f(x_1, x_2^0)}{\partial x_1} \right|_{x_1=x_1^0}$$

限界生産性(marginal productivity)

$$\frac{\partial MP_i}{\partial x_i} = \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_i^2} \quad (i = 1, 2)$$

< 0  限界生産性逡減
(diminishing marginal productivity)

> 0  限界生産性逡増
(increasing marginal productivity)

多くのケースで限界生産性は逡減する.

例 生産要素1:労働, 生産要素2:工場

→工場の規模が一定であるとき, 労働だけを増やしていくと,
だんだん窮屈になってきて, 追加的な一労働者あたりの生産性が
下がってくる.

規模に関する収穫

生産関数 $y = f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ において, **すべての**投入要素を $t (>1)$ 倍したときに,

産出水準も t 倍 → 「規模に関して収穫一定(constant returns to scale)」

t 倍を下回る場合 → 「規模に関して収穫逡減(decreasing returns to scale)」

t 倍を上回る場合 → 「規模に関して収穫逡増(increasing returns to scale)」

例. 生産技術がCobb=Douglas型 $f(\mathbf{x}) = x_1^\alpha x_2^\beta$ の場合,

$$f(t\mathbf{x}) = t^{\alpha+\beta} x_1^\alpha x_2^\beta = t^{\alpha+\beta} f(\mathbf{x})$$

$\alpha + \beta = 1$ → 「規模に関して収穫一定」

< 1 → 「 " 収穫逡減」

> 1 → 「 " 収穫逡増」

利潤最大化問題

- 生産技術

$$y = f(\boldsymbol{x}) = f(\underbrace{x_1, x_2, \dots, x_{n'}}_{\text{可変要素}}, \underbrace{x_{n'+1}, \dots, x_n}_{\text{固定要素}})$$

- 可変要素価格ベクトル $\boldsymbol{w}_v = (w_1, \dots, w_{n'})$
- 固定要素 " $\boldsymbol{w}_f = (w_{n'+1}, \dots, w_n)$
- 産出物の価格 p
- 企業は価格受容者(price taker)であると仮定

利潤最大化問題

$$\max_{x_i \ (i=1, \dots, n')} py - \sum_{i=1}^n w_i x_i \left(- \sum_{i=n'+1}^n w_i x_i \right)$$

可変要素により最大化

固定要素にかかる費用:
定数項なので最適解に影響を与えない.

$$\text{subject to } y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

➡ 1階の最適化条件

$$p \frac{\partial f(x^*)}{\partial x_i} = w_i \quad (i = 1, \dots, n')$$

可変生産要素 i の
限界生産物の価値

要素価格

利潤最大化問題

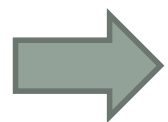
要素jに関する同条件で割ると

$$\text{MRT}_{ij} = \frac{\text{MP}_i}{\text{MP}_j} = \frac{w_i}{w_j} \quad (i, j = 1, \dots, n', i \neq j)$$

限界変形率

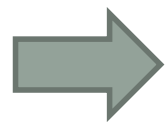
(marginal rate of
transformation)

要素価格比



(最適解としての)要素需要関数(factor demand function)

$x_i^*(p, w, x_f) \quad (i = 1, \dots, n')$ 外生変数(パラメータ)の関数



要素需要関数を目的関数にフィードバックすると...

利潤最大化問題

利潤関数(profit function)

$$\begin{aligned}\pi(p, \boldsymbol{w}, \boldsymbol{x}_f) &= pf(\boldsymbol{x}_v^*(p, \boldsymbol{w}, \boldsymbol{x}_f), \boldsymbol{x}_f) \\ &\quad - \left\{ \sum_{i=1}^{n'} w_i x_i^*(p, \boldsymbol{w}, \boldsymbol{x}_f) + \sum_{i=n'+1}^n w_i x_i \right\} \\ &= pf(\boldsymbol{x}_v^*(p, \boldsymbol{w}, \boldsymbol{x}_f), \boldsymbol{x}_f) - \{ \boldsymbol{w}_v \boldsymbol{x}_v^*(p, \boldsymbol{w}, \boldsymbol{x}_f) + \boldsymbol{w}_f \boldsymbol{x}_f \}\end{aligned}$$

利潤の最大値: 価格や固定要素など外生変数の関数

ホテリングの補題(Hotelling's lemma)

$$y^*(p, w, x_f) = \frac{\partial \pi(p, w, x_f)}{\partial p}$$

$$x_i^*(p, w, x_f) = -\frac{\partial \pi(p, w, x_f)}{\partial w_i} \quad (i = 1, \dots, n')$$

利潤関数がわかっているならば、最適生産水準や最適要素投入水準を導ける。

ホテリングの補題の証明

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \pi(p, w, x_f)}{\partial p} &= f(x_v^*(p, w, x_f), x_f) \\
 &\quad + p \sum_{j=1}^{n'} \frac{\partial f(x_v^*(p, w, x_f), x_f)}{\partial x_j} \frac{\partial x_j^*(\cdot)}{\partial p} - \sum_{j=1}^{n'} w_j \frac{\partial x_j^*(\cdot)}{\partial p} \\
 &= f(\cdot) + \underbrace{\sum_{j=1}^{n'} \left\{ p \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x_j} - w_j \right\} \frac{\partial x_j^*(\cdot)}{\partial p}}_{\text{1階の条件よりゼロ}} = f(\cdot) = y^*
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \pi(p, w, x_f)}{\partial w_i} &= p \sum_{j=1}^{n'} \frac{\partial f(x_v^*(p, w, x_f), x_f)}{\partial x_j} \frac{\partial x_j^*(\cdot)}{\partial w_i} - \sum_{j=1}^{n'} w_j \frac{\partial x_j^*(\cdot)}{\partial w_i} - x_i^* \\
 &= \sum_{j=1}^{n'} \underbrace{\left\{ p \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x_j} - w_j \right\} \frac{\partial x_j^*(\cdot)}{\partial w_i}}_{\text{1階の条件よりゼロ}} - x_i^* = -x_i^*
 \end{aligned}$$

ホテリングの補題の含意

(要素価格のケース)

要素 i の価格が1円上がるときの影響

1) 直接効果

元々投入していた第 i 要素 $x_i^*(\cdot)$ が1円ずつ上がるので, $x_i^*(\cdot)$ だけ利益が減る.

2) 間接効果

生産要素間の相対価格が変わったので, 生産計画全体を変更させる.

$$\frac{\partial x_j^*(\cdot)}{\partial w_i} \quad (j = 1, \dots, n')$$

しかし, 間接効果の利益水準への影響は考えなくて良い!

理由は最適生産計画が満たす $p \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x_j} - w_j = 0 \quad (j = 1, \dots, n')$ によって,

限界生産物の価値が要素価格に一致しているから.

ホテリングの補題のイメージ

アルバイトの(市場における)時給が1000円／人,
ある道具のレンタル費用が500円／個のときに,
ある経営者はアルバイトを100人雇い, 道具を50個使って(1時間)生産をしていた.

あるとき, アルバイトの時給が1001円になった.
それによって, 経営者は, (要素価格が高くなった)アルバイトの雇用を90人に減らし, (相対的に安くなった)道具を55個に増やすことにした.

このときの利潤の変化は？

→ **－100円！** 元のアルバイトの人数(100人)への支払いの増加に一致.

参照:「包絡線の定理」