1

以下の文章中の (a)〜(i) に入る用語または数式を答えよ．

・消費者の選好に関する公理として，次に述べる 3 つのものが知られている．なお，$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}$ は消費ベクトル（消費の組み合わせ）であり，X は閉集合かつ凸集合であるとする．
（　a　）：For all $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ in X, either $\boldsymbol{x} \succeq \boldsymbol{y}$ or $\boldsymbol{y} \succeq \boldsymbol{x}$ or both.
（反射性）：For all $\boldsymbol{x}$ in X,（　b　).
（　c　）：For all $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$, and $\boldsymbol{z}$ in X, if $\boldsymbol{x} \succeq \boldsymbol{y}$ and $\boldsymbol{y} \succeq \boldsymbol{z}$, then $\boldsymbol{x} \succeq \boldsymbol{z}$.

・$\boldsymbol{x}$ のベクトルを消費するときと $\boldsymbol{y}$ のベクトルを消費するときで全く同一水準の満足度を得られる場合，両方のベクトルが消費者にとって（　d　）であるという．

・所得が増加した際に需要が増加する財を（　e　），需要が変化しない財を（　f　），需要が減少する財を（　g　）と呼ぶ．また，価格が下落した際に需要が増加する財を（　h　），需要が減少する財を（　i　）と呼ぶ．

2

以下で表されるスルツキー方程式

$$\frac{\partial x_i(\boldsymbol{p}, I)}{\partial p_j} = \frac{\partial h_i(\boldsymbol{p}, v(\boldsymbol{p}, I))}{\partial p_j} - x_j(\boldsymbol{p}, I)\frac{\partial x_i(\boldsymbol{p}, I)}{\partial I} \tag{1}$$

を導出しよう．$(\boldsymbol{p}^*, I^*)$ で表される価格ベクトルと所得において，$\boldsymbol{x}^*$ を効用を最大化させる財の組み合わせとする．また，このときの効用を $u^* = u(\boldsymbol{x}^*)$ で表そう．ここで，需要関数に関する以下の恒等式が成立している．

$$h_i(\boldsymbol{p}, u^*) = [\quad a \quad] \tag{2}$$

式 (2) を p_j について偏微分をとり，$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}^*$ で評価すると，

$$\frac{\partial h_i(\boldsymbol{p}^*, u^*)}{\partial p_j} = [\qquad\qquad\qquad b \qquad\qquad\qquad] \tag{3}$$

また，支出関数と補償需要関数については，

$$\frac{\partial e(\boldsymbol{p}^*, u^*)}{\partial p_j} = [\quad c \quad] \tag{4}$$

支出関数と予算については，

$$e(\boldsymbol{p}^*, v(\boldsymbol{p}^*, I^*)) = I^* \tag{5}$$

という恒等式がそれぞれ成立している．以上より，式 (1) が導かれる．スルツキー方程式の第一項は [　d　] を表し，第二項は [　e　] を表している．

3

簡単な 2 財モデルにおいて，次のような効用関数をもつ個人を考える．

$$u = x_1 x_2$$

財 1 と財 2 の価格はそれぞれ p_1，p_2 であり，所得を I とする．以下の問いに答えよ．

(1) 財 1 の財 2 に対する限界代替率 MRS_{12} を求めよ．

(2) 財 1，財 2 それぞれの（マーシャルの）需要関数 $x_i^*(\boldsymbol{p}, I)$ および間接効用関数 $v(\boldsymbol{p}, I)$ を求めよ．

(3) (2) の結果を利用して支出関数 $e(\boldsymbol{p}, \underline{u})$ と補償需要関数（ヒックスの需要関数）$h_i(\boldsymbol{p}, \underline{u})$ を求めよ．

(4) スルツキー方程式を用いて，財 1 の価格が上昇するとき，財 1 の需要に与える代替効果と所得効果をそれぞれ求めよ．

(5) 効用関数が $\tilde{u} = ln(x_1) + ln(x_2)$ で表されるときの（マーシャルの）需要関数を求め，(2) で求めた解と一致することを確認せよ．